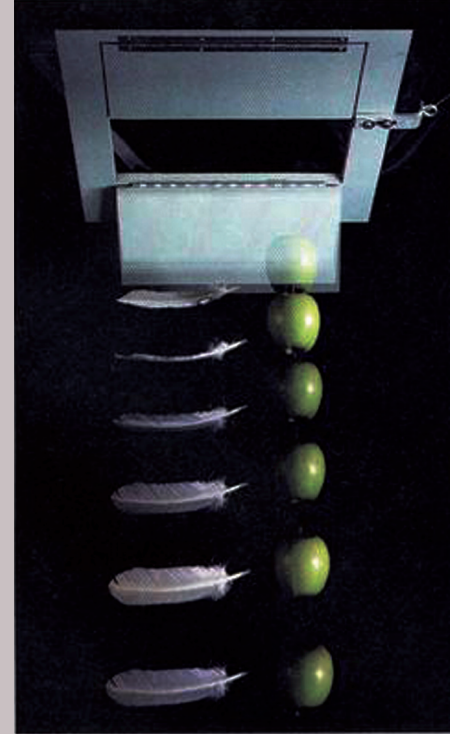
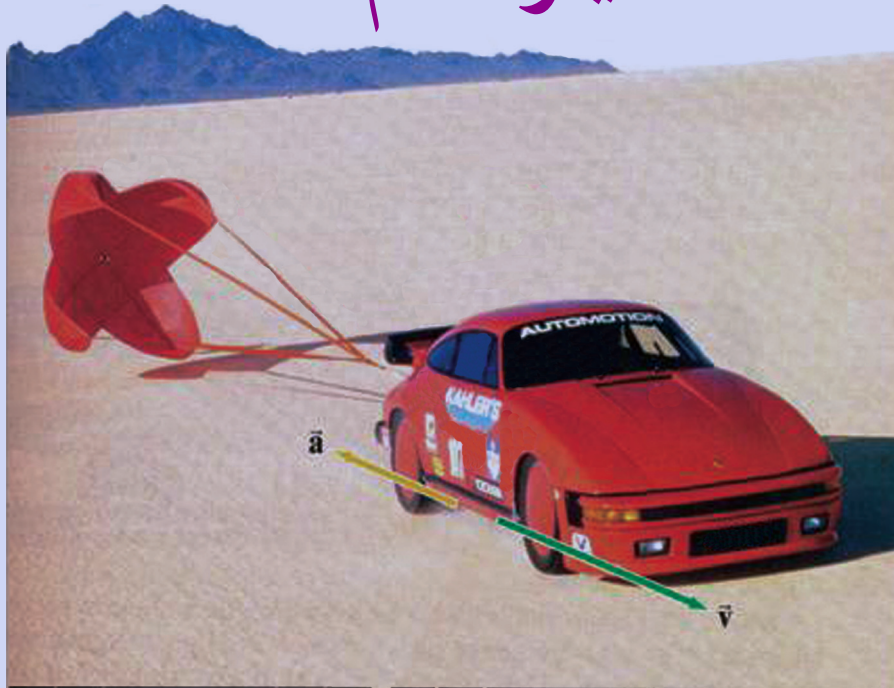


# فزیک

## صنف یازدهم





## سرود ملی

دا عزت د هر افغان دی  
هر بچی یې قهرمان دی  
د بلوڅو د ازبکو  
د ترکمنو د تاجکو  
پامیریان، نورستانیان  
هم ایماق، هم پشه بان  
لکه لمر پر شنه آسمان  
لکه زره وي جاویدان  
وایوالله اکبر وایوالله اکبر

دا وطن افغانستان دی  
کور د سولې کور د تورې  
دا وطن د ټولو کور دی  
د پښتون او هزاره وو  
ورسره عرب، گوجر دي  
براهوي دي، قزلباش دي  
دا هېواد به تل ځلیري  
په سینه کې د آسیا به  
نوم د حق مودی رهبر

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ



فزیک

Physics

صنف یازدهم

سال چاپ: ۱۳۹۹ هـ. ش.



## مشخصات کتاب

مضمون: فزیک

مؤلفان: گروه مؤلفان کتاب‌های درسی بخش فزیک نصاب تعلیمی

ویراستاران: اعضای دیپارتمنت ویراستاری و ایدیت زبان دری

صنف: یازدهم

زبان متن: دری

انکشاف دهنده: ریاست عمومی انکشاف نصاب تعلیمی و تألیف کتب درسی

ناشر: ریاست ارتباط و آگاهی عامه وزارت معارف

سال چاپ: ۱۳۹۹ هجری شمسی

ایمیل آدرس: curriculum@moe.gov.af

حق طبع، توزیع و فروش کتاب‌های درسی برای وزارت معارف جمهوری اسلامی افغانستان محفوظ است. خرید و فروش آن در بازار ممنوع بوده و با متخلفان برخورد قانونی صورت می‌گیرد.





## پیام وزیر معارف

اقراً باسم ربك

سپاس و حمد بیکران آفریدگار یکتایی را که بر ما هستی بخشید و ما را از نعمت بزرگ خواندن و نوشتن برخوردار ساخت، و درود بی پایان بر رسول خاتم - حضرت محمد مصطفی ﷺ که نخستین پیام الهی بر ایشان «خواندن» است.

چنانچه بر همه گان هویداست، سال ۱۳۹۷ خورشیدی، به نام سال معارف مسمی گردید. بدین ملحوظ نظام تعلیم و تربیت در کشور عزیز ما شاهد تحولات و تغییرات بنیادینی در عرصه های مختلف خواهد بود؛ معلم، متعلم، کتاب، مکتب، اداره و شوراهای والدین، از عناصر شش گانه و اساسی نظام معارف افغانستان به شمار می روند که در توسعه و انکشاف آموزش و پرورش کشور نقش مهمی را ایفا می نمایند. در چنین برهه سرنوشت ساز، رهبری و خانواده بزرگ معارف افغانستان، متعهد به ایجاد تحول بنیادی در روند رشد و توسعه نظام معاصر تعلیم و تربیت کشور می باشد.

از همین رو، اصلاح و انکشاف نصاب تعلیمی از اولویت های مهم وزارت معارف پنداشته می شود. در همین راستا، توجه به کیفیت، محتوا و فرایند توزیع کتاب های درسی در مکاتب، مدارس و سایر نهادهای تعلیمی دولتی و خصوصی در صدر برنامه های وزارت معارف قرار دارد. ما باور داریم، بدون داشتن کتاب درسی با کیفیت، به اهداف پایدار تعلیمی در کشور دست نخواهیم یافت. برای دستیابی به اهداف ذکر شده و نیل به یک نظام آموزشی کارآمد، از آموزگاران و مدرسان دلسوز و مدیران فرهیخته به عنوان تربیت کننده گان نسل آینده، در سراسر کشور احترامانه تقاضا می گردد تا در روند آموزش این کتاب درسی و انتقال محتوای آن به فرزندان عزیز ما، از هیچ نوع تلاشی دریغ نورزیده و در تربیت و پرورش نسل فعال و آگاه با ارزش های دینی، ملی و تفکر انتقادی بکوشند. هر روز علاوه بر تجدید تعهد و حس مسؤولیت پذیری، با این نیت تدریس را آغاز کنند، که در آینده نزدیک شاگردان عزیز، شهروندان مؤثر، متمدن و معماران افغانستان توسعه یافته و شکوفا خواهند شد.

همچنین از دانش آموزان خوب و دوست داشتنی به مثابه ارزشمندترین سرمایه های فردای کشور می خواهم تا از فرصت ها غافل نبوده و در کمال ادب، احترام و البته کنجکاوی علمی از درس معلمان گرامی استفاده بهتر کنند و خوشه چین دانش و علم استادان گرامی خود باشند. در پایان، از تمام کارشناسان آموزشی، دانشمندان تعلیم و تربیت و همکاران فنی بخش نصاب تعلیمی کشور که در تهیه و تدوین این کتاب درسی مجدانه شبانه روز تلاش نمودند، ابراز قدردانی کرده و از بارگاه الهی برای آن ها در این راه مقدس و انسان ساز موفقیت استدعا دارم. با آرزوی دستیابی به یک نظام معارف معیاری و توسعه یافته، و نیل به یک افغانستان آباد و مترقی دارای شهروندان آزاد، آگاه و مرفه.

دکتور محمد میرویس بلخی

وزیر معارف



## پیشگفتار

عصر ما عصر انکشافات و تحولات سریع ساینس و تکنالوژی است و بر طبق تخمین دانشمندان، در سالیان بعد حجم آگاهی های علمی حتا در هر چند ماه دو برابر خواهد شد. واضح است که هم گام با این تحولات، شیوه های زنده گی ما و نیازهای نسل جوان فردای ما، از جمله شیوه های آموزش علوم (فزیک) نیز در تغییر خواهد بود. در این شیوه ها تأکید بر آن است تا شاگردان به آسانی و به طور سریع بیاموزند و بتوانند مهارت های لازم را در مراحل آموزش و حل مسئله ها به کار برند.

در این کتاب درسی سعی به عمل آمده است تا محتویات آن بر اساس روش آموزش فعال تألیف گردد. سه هدف دانشی، مهارتی و ذهنیتی در متن هر درس در محراق توجه مؤلفین قرار داشته و افزون بر آن حجم عناوین و محتویات کتاب بر مبنای پالیسی های تعلیمی و تربیتی دولت، پلان تعلیمی زمانی و مفردات طرح شده با معیارهای عمومی محتوایی و نگارشی قبول شده برای کتب درسی دوره ثانوی افغانستان تنظیم و تدوین گردیده است. تلاش شده تا مطالب به گونه ساده و روان مطرح شود و با ادامه فعالیت ها و ذکر مثال ها و سؤال ها، مطالعه آن به شاگردان آسان تر گردد.

از معلمان گرانقدر انتظار می رود تا با تجارب و توانایی های غنی که دارند، در طراحی فعالیت های ابتکاری که می تواند در آموزش بیشتر شاگردان ممد واقع گردد و هم چنان از ابراز پیشنهادات سازنده برای بهبود کیفی کتاب از هیچ گونه تلاش دریغ ننموده، ما را یاری رسانند. اطمینان می دهیم که انشاءالله از نظرهای ارزشمند و اصلاحی شان برای رفع نواقص و اشتباهات احتمالی در چاپ بعدی این کتاب به گرمی استقبال خواهد شد.

در پایان از استادان محترمی که در نقد و اصلاح این کتاب زحمت کشیده اند سپاس گذارییم و از مسئولان و کارکنان محترم کمیوتر که در کار نگارش، دیزاین و صفحه آرایی کتاب، ما را هم کاری مزید نموده اند، ممنون و متشکریم.

### دیوار تمنت فزیک

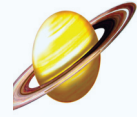
ریاست عمومی انکشاف نصاب تعلیمی و تألیف کتب درسی





۱.....	<b>فصل اول: تعادل میخانیکی</b>
۲.....	قوه، قوه به حیث و کتور
۶.....	قوه‌های متلاقی و غیر متلاقی
۱۴.....	تعادل کتله نقطه‌یی
۲۱.....	مومن قوه (تورک)
۲۹.....	قوه‌های موازی
۳۴.....	زوج قوه
۳۶.....	شرایط عمومی تعادل
۵۱.....	<b>فصل دوم: حرکت یک بعدی</b>
۵۲.....	موقعیت و تغییر مکان
۵۴.....	سرعت متوسط
۵۸.....	گراف موقعیت- زمان
۶۰.....	شتاب
۶۱.....	گراف سرعت- زمان
۶۳.....	حرکت یک‌نواخت
۶۶.....	سقوط آزاد
۷۴.....	<b>فصل سوم: حرکت‌های دو بعدی</b>
۷۵.....	تغییر مکان و سرعت متوسط
۷۸.....	شتاب متوسط و شتاب لحظه‌یی
۸۱.....	حرکت‌های پرتابی
۸۳.....	پرتاب مایل
۸۷.....	حرکت دایره‌یی
۸۹.....	حرکت دایره‌یی یک‌نواخت
۹۳.....	شتاب در حرکت دایره‌یی یک‌نواخت

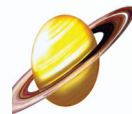




- فصل چهارم: قوانین حرکت نیوتن (قانون اول نیوتن)** ..... ۱۰۰
- قانون دوم نیوتن ..... ۱۰۲
- قانون سوم نیوتن ..... ۱۰۳
- تطبیق قوانین نیوتن ..... ۱۰۷
- قوة اصطكاك ..... ۱۱۲
- قانون جاذبی نیوتن ..... ۱۱۶
- لفت ..... ۱۲۲
- مدارهای دایره‌ی حرکت اقمار مصنوعی ..... ۱۲۴
- فصل پنجم: کار، انرژی میخانیکی و طاقت** ..... ۱۳۰
- کار و انرژی حرکتی ..... ۱۳۴
- کاری که به وسیله فنر بالای کتله انجام می شود ..... ۱۳۸
- قوه‌های تحفظی و غیر تحفظی ..... ۱۴۰
- تحفظ انرژی میخانیکی ..... ۱۴۱
- توان (طاقت) ..... ۱۴۳
- فصل ششم: مومنتم خطی و امپولس** ..... ۱۴۸
- حرکت مستقیم الخط و امپولس ..... ۱۴۹
- مومنتم ..... ۱۵۱
- قوه و مومنتم ..... ۱۵۶
- ضربه و تحفظ مومنتم خطی ..... ۱۵۹
- تصادم ارتجاعی ..... ۱۶۲
- تصادم غیر ارتجاعی ..... ۱۶۴
- مرکز ثقل ..... ۱۶۴



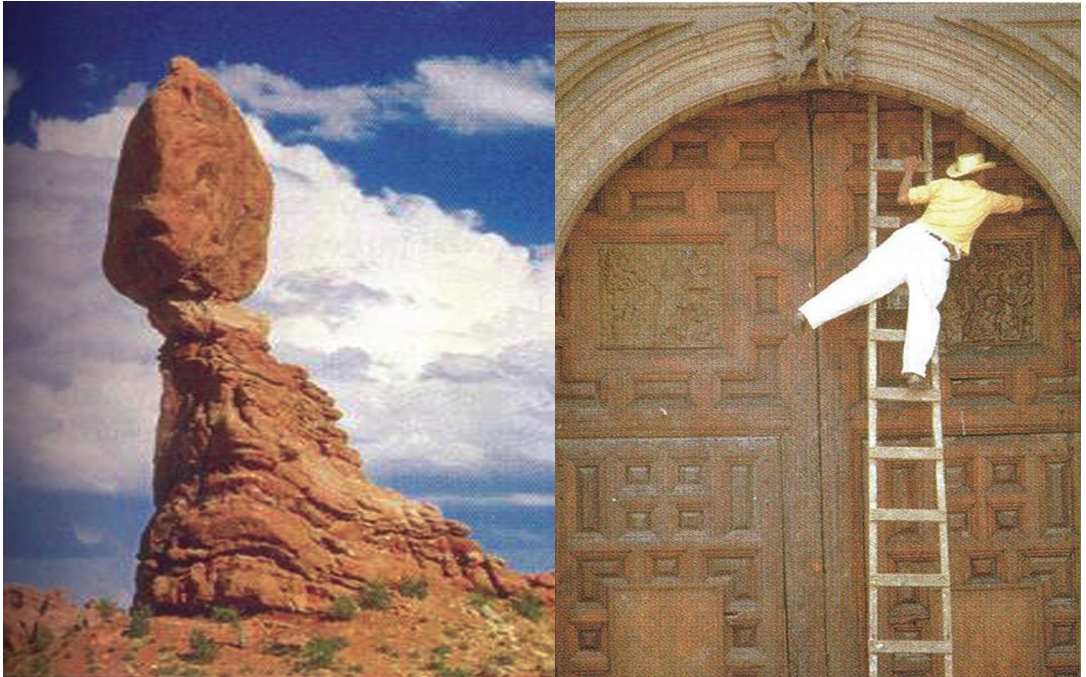
# فهرست



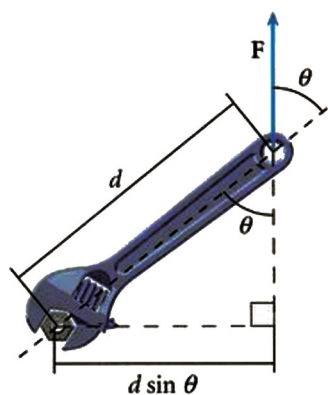
صفحه

۱۷۰.....	<b>فصل هفتم:</b> سکون نسبی سیال‌ها
۱۷۱.....	سیال‌ها - فشار سیال‌ها
۱۷۲.....	اندازه‌گیری فشار مایع
۱۷۵.....	فشار اتموسفیر
۱۷۸.....	اندازه‌گیری فشار در مایعات محصور شده
۱۸۰.....	انتقال فشار در سیال‌ها - شکنجه آبی
۱۸۳.....	قانون ارشمیدس
۱۹۲.....	<b>فصل هشتم:</b> سیال‌های متحرک - سیالات خیالی
۱۹۴.....	معادلهٔ متمادیت
۱۹۵.....	معادلهٔ برنولی
۱۹۹.....	تطبیقات قانون برنولی
۲۰۱.....	تیوپ وینتوری - اندازه‌گیری سرعت جریان
۲۰۲.....	اتومایزر - بال‌های طیاره و قوهٔ محرکهٔ بلندکننده
۲۰۴.....	لزوجیت - مفهوم لزوجیت - اندازهٔ ضریب لزوجیت
۲۰۸.....	پدیدهٔ جریان توفانی

## تعادل میخانیکی



تعادل میخانیکی از مباحث مهم فزیک میخانیک است. موضوعات مورد مطالعه در این بحث هم در ساحة نظری و هم در انکشاف ماشین‌آلات و تکنالوژی مورد نیاز در عرصه‌های گوناگون اقتصادی که موارد استعمال وسیع در حیات روزمره جامعه ما دارد تهداب مهمی را می‌گذارد. مسایلی مانند: مطالعه قوه‌ها، چگونه‌گی تأثیرات آن‌ها بر اجسام، کاربرد اثرات قوه‌ها و پدیده‌های مرتبط به آن‌ها در طرح و ساختمان ماشین‌های ساده مانند رافعه‌ها و وسایط ساختمانی اعم از تراکتورها - بلدوزرها، جرثقیل‌ها و هم‌چنان ساختمان ماشین‌ها برای زراعت، صنایع، ترانسپورت زمینی و هوایی و استخراج معادن، همه و همه بر قواعدی بنیاد گذاشته شده‌اند که فزیک میخانیک و از جمله تیوری‌های مبنی بر تعادل میخانیکی آن‌ها را مورد مطالعه قرار می‌دهد. تعادل میخانیکی یکی از رمزهای عمیق طبیعی در زنده‌گی انسان‌ها و حیوانات می‌باشد که سبب ایجاد شرایط مناسب برای استوار نگهداشتن و ادامه حیات آن‌ها در روی کره زمین گردیده است. از حرکت انسان‌های روی کره زمین تا پرواز سفینه‌ها و گردش سیاره‌ها و نفوذ در اعماق زمین و ابحار همه از جمله دستاوردهای علمی و تکنالوژی است که نقش مبحث تعادل میخانیکی در آن‌ها بارز و برجسته است. محتویات این فصل بر اساس و ادامه مطالبی تهیه شده که شما آن‌ها را در سال‌های قبل فرا گرفته اید و قوه هم که یکی از مباحث درس‌های قبلی فزیک بوده، در این فصل نیز بر آن مروری صورت می‌گیرد.



در شکل دیده می‌شود که سمت بازوی رافعه همیشه بر سمت قوه تطبیق شده عمود است.

تا اساس را برای ورود به مباحثی مانند قوه‌ها یا تأثیرات متقابل (عمل و عکس‌العمل) و بحث تعادل، فراهم کند. مطالعه تبارز قوه‌ها، چه به شکل قوه‌های متلاقی و یا به شکل قوه‌های موازی و هم‌چنان دانستن تجزیه قوه‌ها، زمینه‌هایی را برای شناخت مفاهیمی مانند مومنت قوه و یا مومنت دوران، قوه زوج و شرایط عمومی تعادل مساعد می‌سازد. باید توجه کرد که قوه به حیث یک شاخص مهم در سر تاسر این فصل به کار رفته است. برای فهم خوب‌تر مباحث مندرج این فصل، سعی شده است تا مفاهیم و موضوعات با ارایه مثال‌ها و تمرینات، مورد مناقشه و تفکر شاگردان قرار داده شود.

انتظار می‌رود که در پایان این فصل شاگردان بتوانند با انجام کارهای گروهی و حل پرسش‌ها و تمرین‌ها مفاهیم فیزیکی این بحث را در ذهن شان تحکیم و تعمیق بخشیده و در نتیجه به پرسش‌های مانند:

چرا قوه وکتور است؟ چه چیز سبب شتاب حرکت جسم می‌گردد؟ وقتی توسط چکش بالای یک میخ قوه عمل می‌کند، آیا میخ هم در مقابل بالای چکش قوه وارد می‌کند؟ چگونه و چرا؟ حادثه دوران جسم به حول یک محور چیست؟ و مانند این پرسش‌ها، پاسخ‌های لازم ارایه نمایند.

## 1-1: قوه

قوه‌بی که همه ما آن را می‌شناسیم، قوه جاذبه زمین یا وزن جسم است. در زنده‌گی روزمره در تخنیک، با تعداد زیادی از قوه‌ها آشنایی داریم. هم‌چنان شما سال‌های گذشته دانستید که قوه‌ها را می‌توان از روی تأثیرات آن‌ها شناخت. یک قوه می‌تواند یک جسم را به حرکت بیاورد و سبب زیاد شدن و یا کم شدن سرعت جسم و یا سبب تغییر شکل و سمت حرکت جسم گردد. این تغییرات گاهی بسیار کوچک می‌باشد که تنها با اندازه‌گیری‌های بسیار دقیق تشخیص شده می‌توانند. سرعت جسم و سمت حرکت جسم دو مشخصه‌اند که حالت حرکت جسم را معین کرده و با استفاده از این مشخصه‌ها قوه را این‌طور تعریف می‌کنند: قوه عاملی است که سبب تغییر شکل و یا حالت جسم می‌گردد.

## قوه به حیث و کتور

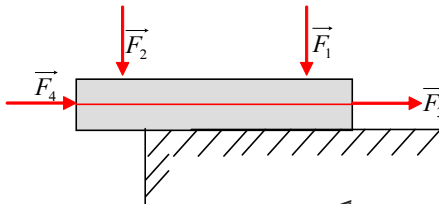
یک جسم همیشه خودش را به سمتی به حرکت در آورده می‌تواند و یا سرعت خود را در سمتی تغییر می‌دهد، که قوه عامل بر جسم در همان سمت تأثیر می‌کند. هم‌چنان تأثیر قوه می‌تواند سبب تغییر شکل در جسم گردد. این موضوع در یک میله آهنی به خوبی به مشاهده می‌رسد، چنان‌چه هنگامی که میله تحت تأثیر یک قوه واقع شود، خم می‌گردد. می‌توان نتیجه گرفت که قوه یک و کتور است و برای توضیح آن، به شناخت مقدار و سمت آن ضرورت است. قوه را به حیث و کتور توسط یک تیر نمایش می‌دهند. در شکل (1-1) به نام گذاری‌های زیر توجه کنید:

نقطه A نقطه تأثیر، طول تیر (AB) مقدار یا بزرگی قوه، سمت تیر  $\overrightarrow{AB}$  سمت یا جهت قوه و مستقیم D خط تأثیر یا استقامت قوه را نشان می‌دهند.



شکل (1-1)

تأثیر یک قوه بر یک جسم، به طور عموم به موقعیت نقطه تأثیر قوه بر همان جسم ارتباط دارد. در شکل (1-2) دیده می‌شود که بالای جسم، دو قوه  $F_1$  و  $F_2$  که با هم مساوی هستند عمل می‌کنند. طوری که قوه  $F_1$  جسم را به طرف سطح زیرین می‌فشارد و قوه  $F_2$  می‌تواند آن را به طرف پایین کج بسازد. برعکس قوه‌های مساوی  $F_3$  و  $F_4$  که بر عین خط تأثیر بر جسم عمل می‌کنند، تأثیر مساوی را بر جسم وارد می‌کنند که در نتیجه می‌توان گفت: اگر موقعیت نقطه تأثیر یک قوه بالای خط تأثیر آن تغییر کند، تأثیر قوه تغییر نمی‌یابد.



شکل (1-2)

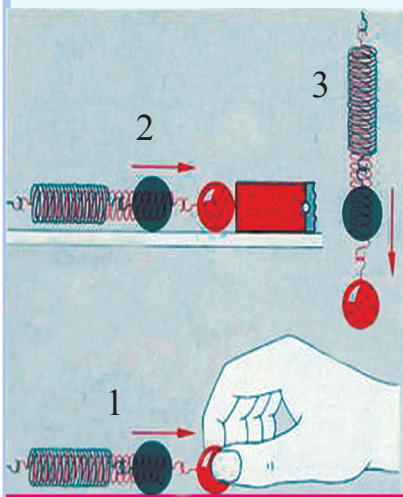
### حال چند مثال از قوه‌های مختلف را به بررسی می‌گیریم:

یکی از قوه‌ها، قوه عضلات است. ما به وسیله این قوه نیز می‌توانیم سرعت اجسام را کم یا زیاد کنیم و یا شکل آن‌ها را تغییر دهیم. قوه عضلات برای اجرای تجارب فیزیکی کم‌تر مساعد است، زیرا به مشکل اندازه‌گیری می‌شود. چنان‌که از گذشته می‌دانید، قوه وزن یکی از قوه‌های دیگری است که در عین محل با کتله جسم و یا با مقدار ماده‌یی که در جسم وجود دارد، یک راست متناسب است. قوه وزن جسم، همیشه طور عمودی به طرف مرکز ثقل زمین عمل می‌کند. با استفاده از یک تار که از روی یک چرخ عبور داده می‌شود، تأثیر قوه وزن را، بدون آن‌که در مقدار آن تغییر پیش آید، می‌توان به سمت‌های دیگر موجه ساخت. قوه اصطکاک یک نوع دیگر قوه است.



هرگاه دو جسم با هم در تماس بوده و در حالت حرکت متقابل قرار بگیرند، در بین آنها قوه اصطکاک به وجود می‌آید. ما در خانه، مکتب، بازار، میدان‌های سپورت و در بسیاری جاهای دیگر در جریان زنده‌گی روزمره خود تأثیرات قوه‌های گوناگون مانند قوه مقناطیسی، قوه برقی و غیره را بر اجسام می‌بینیم. برای این که تأثیرات قوه را به وضاحت بیشتر دیده بتوانیم و مثال‌های دیگری از قوه‌ها را معرفی کرده بتوانیم، به انجام فعالیت‌های زیر می‌پردازیم:

## فعالیت



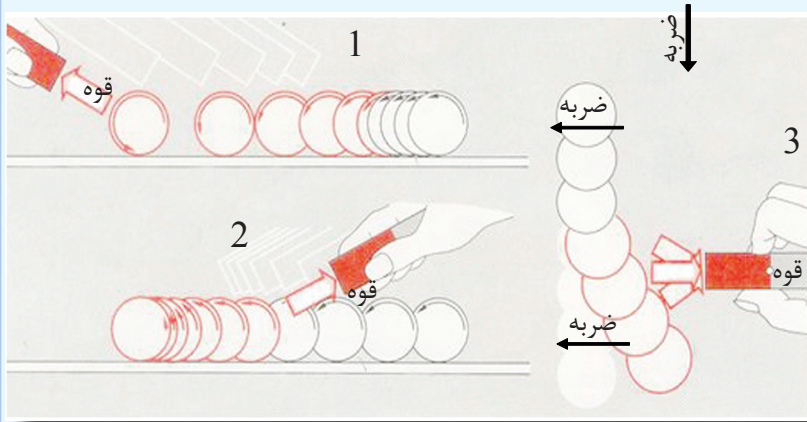
شکل (1-3)

به شکل‌های (1-3) توجه نمایید. چه واقع خواهد شد، اگر فنر را با دست کش کنیم (حالت 1) و یا مقناطیس را به آن نزدیک سازیم (حالت 2). این کار را عملی کنید و نتیجه مشاهدات خود را در هر گروه گزارش دهید. این بار فنر را به طور عمودی با گلوله مطابق شکل (حالت 3) آویزان کنید چه چیز را مشاهده خواهید کرد؟ آیا باز هم فنر تحت تأثیر وزن گلوله دراز خواهد شد؟ اگر تجربه را درست انجام داده باشید، می‌بینید که مقناطیس و وزن گلوله نیز مانند قوه عضلات دست، سبب تغییر شکل فنر می‌گردند. پس به نتیجه می‌رسیم که: قوه می‌تواند باعث تغییر شکل جسم شود و یا بر عکس هر تغییر شکل، معلول تأثیر یک قوه است.

از موارد دیگری که می‌توان اثرات قوه عضلات را در آنها به آسانی مشاهده کرد، ورزش‌های گوناگون می‌باشد از جمله بازی‌های و ایبال و باسکتبال که خود شما در جریان این بازی‌ها می‌توانید به صورت تجربی اثرات قوه عضلات دست تان را احساس کنید. در این بازی‌ها، قوه عضلات دست شما به توپ سرعت می‌دهد و یا توپ را که در حالت حرکت است متوقف ساخته و یا هم سمت حرکت آن را تغییر می‌دهد. آیا آن چه گفته شد، در مورد قوه مقناطیس هم صدق می‌کند؟ آیا قوه مقناطیس باعث زیاد شدن و یا کم شدن سرعت یک جسم شده می‌تواند. تأثیرات قوه مقناطیس را ضمن اجرای فعالیت زیر مشاهده می‌توانیم:



به حالتی که در شکل‌های (1-4) ارایه شده است توجه کنید:  
 حالت 1)، به یک گلوله کوچک آهنی، که روی میز قرار دارد، ضربه وارد می‌کنیم. گلوله به اثر ضربه بر روی میز به طور آهسته لول می‌خورد. در حالت عادی، گلوله با سرعت ثابت حرکت می‌کند و اگر یک میلهٔ مقناطیسی به گلوله از پیشروی نزدیک شود، چه حادثه دیده خواهد شد؟ چه تغییری در سرعت حرکت گلوله دیده می‌شود؟



شکل (1-4)

مشابه به همین حالت، یک گلوله‌یی که ساکن است، می‌تواند به حرکت در آید (حالت 2). گلوله‌های آهنی را بار دیگر بر روی میز طور لولان رها می‌کنیم، ولی این بار آن را با میلهٔ مقناطیسی مطابق حالت (2) تعقیب می‌نماییم، یعنی میلهٔ مقناطیسی را از مخالف سمت حرکت به گلوله نزدیک می‌سازیم. چه تغییری در سرعت حرکت گلوله می‌بینید و چرا؟ در حالت (3) که میلهٔ مقناطیسی از یک جانب به گلوله آهنی لولان نزدیک می‌شود، شما چه تغییری مشاهده می‌کنید؟ نتیجه‌یی را که از دریافت پاسخ پرسش‌های بالا در تجربه‌یی که به‌دست آورده اید، در یک کار گروهی با هم در میان بگذارید.

با اجرای تمرین‌های زیر در رابطه به چگونه‌گی اثرات قوه بر یک جسم در بین اعضای گروه مباحثه نموده و نتایج را با دیگران در میان بگذارید:

(a) گفته شده است که قوه یک کمیت وکتوری است آیا می‌توانید خصوصیات یک کمیت وکتوری را توضیح کنید؟

(b) آیا به غیر از کمیت وکتوری، کمیت دیگری را هم می‌شناسید؟ اگر پاسخ بلی باشد، آن کمیت کدام است؟ آن کمیت و خصوصیات آن را توضیح دارید.

(c) قوه یک جسم را که ساکن است به حرکت می‌آورد. می‌توانید این گفته را با تجربه به اثبات برسانید؟

(d) قوه؛ چگونه باعث توقف یک جسمی که در حال حرکت است، می‌گردد؟

(e) جسمی که به یک جهت معین در حالت حرکت است، قوه‌یی از یک سمت کیفی از یک جانب بر آن اثر می‌کند، چه واقع می‌شود؟ توسط یک شکل نشان دهید. از این عمل چه نتیجه می‌گیرید؟

(f) در اثر عمل قوه بر یک جسم، ممکن است که شکل آن جسم تغییر کند. آیا این تغییر شکل در جسم را با یک رسم نشان داده می‌توانید؟

## سؤال‌ها



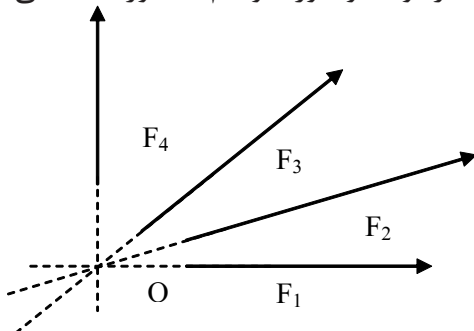
درباره واحدهای اندازه‌گیری قوه‌ها در سال‌های پیش، خوانده‌اید. با ارایهٔ جواب به سؤال‌های ذیل معلومات قبلی را به طور فشرده تکرار نمایید:

1. واحدهای اساسی در سیستم بین‌المللی (SI) کدام‌ها اند؟ توضیح و تعریف کنید.
2. در سیستم (SI)، واحد قوه کدام است؟ آن را تعریف کنید.
3. واحد قوه در سیستم بین‌المللی (SI)، یک واحد اساسی است یا یک واحد فرعی و چرا؟

## 1-2: قوه‌های متلاقی (غیر موازی)

(هرگاه بالای یک جسم، دو یا بیشتر از دو قوه تأثیر کند طوری که خطوط تأثیر آن‌ها با هم موازی نبوده و در یک نقطه هم‌دیگر را قطع نمایند، این قوه‌ها را قوه‌های متلاقی می‌گویند.) به طور مثال، در شکل (1-5) دیده می‌شود که خطوط تأثیر قوه‌های  $F_1, F_2, F_3, F_4$  در نقطه  $O$  یک‌دیگر را قطع می‌کنند. پس نقطه  $O$  نقطهٔ تأثیر مشترک این قوه‌ها می‌باشد و قوه‌های  $F_1, F_2, F_3, F_4$  قوه‌های متلاقی گفته می‌شوند.

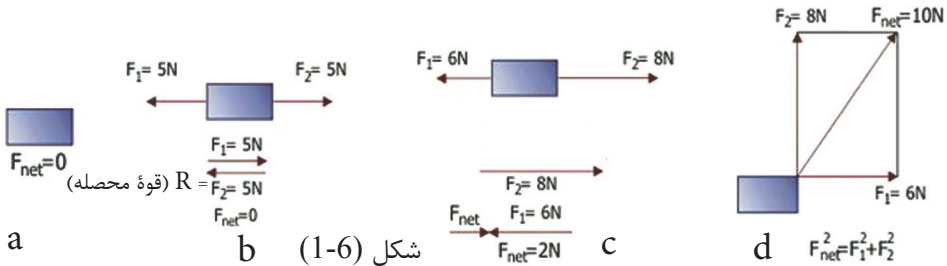
هرگاه چند قوهٔ متلاقی بر یک جسم عمل نمایند، یک قوهٔ محصله را به وجود می‌آورند که مقدار و سمت این قوه به صورت هندسی با استفاده از قواعد وکتورها و هم به صورت حسابی با استفاده از قواعد الجبری به دست می‌آید.



شکل (1-5)

## محصله قوه‌ها

هرگاه در عین وقت، بیشتر از یک قوه، بر جسمی وارد شود. در این حالت یک سیستم قوه‌ها بر جسم عمل می‌کند که بر حالت حرکت جسم تأثیر وارد می‌کند و جمع و کتوری همه قوه‌های مؤثر بر جسم را قوه محصله می‌نامند و آن را به  $R$  نشان می‌دهند. می‌دانیم که قوه‌ها بر اساس قوانین وکتورها جمع می‌شوند شکل‌های زیر نمایانگر این ادعایی ماست. باید به خاطر داشت که قوه محصله، همیشه معادل به مجموع قوه‌های که بالای جسم عمل می‌کند، شده نمی‌تواند؛ یعنی این مجموع را در هر حالت با قوه محصله آن‌ها عوض کرده نمی‌توانیم، بلکه صرف در حالتی این کار امکان پذیر است که قوه‌ها با هم موازی باشند.



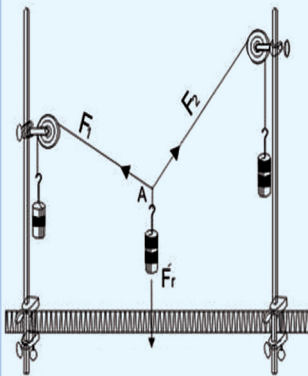
محصله قوه‌ها، جمع و کتوری قوه‌هایی است که بر یک جسم عمل می‌کند. باید گفت که در حل پرسش‌ها به جای  $R$  سمبول  $(\sum F)$  را نیز به کار می‌برند و هم قوه محصله  $R$  را به  $F_{net}$  نشان می‌دهیم.

## دریافت محصله قوه‌های متلاقی به صورت هندسی

برای دریافت محصله قوه‌های متلاقی فعالیت زیر را اجرا می‌کنیم:



### فعالیت



شکل (1-7)

در یک تجربه، مطابق شکل مقابل دو قوه  $F_1$  و  $F_2$  به صورت مایل، در سمت‌های مختلف به طرف بالا و قوه  $F_r$  عمود به طرف پایین عمل می‌کنند. مقدار قوه‌ها، توسط وزن‌های که آویزان شده‌اند، تعیین گردیده است. اگر قوه‌ها را به حیث تیرها رسم کنیم، یک هم‌آهنگی ساده هندسی به دست می‌آوریم.

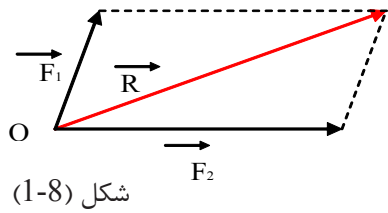
چون نقطه  $A$  در حالت سکون است، پس باید  $F_r$  که محصله  $F_1$  و  $F_2$  است با قوه مساوی ولی سمت مخالف داشته باشد. اگر در رسم، وکتور  $F_r$  را در جهت مخالف و مساوی به طول خودش ادامه دهیم،  $F_r$  را می‌دهد. از این جا دیده می‌شود که وکتورهای  $F_1$  و  $F_2$  متوازی الاضلاعی را تعیین می‌کنند که  $F_r$  وتر آن است.



با استفاده از نتیجه فعالیت بالا، محصله دو قوه غیر موازی را به صورت هندسی که به نام قاعده متوازی الاضلاع قوه‌ها یاد شده است چنین بیان می‌کنیم:

**قاعده:** محصله دو قوه غیر موازی (متلاقی) که یک زاویه بالای یک جسم اثر می‌کنند از مقدار و سمت وتر متوازی الاضلاع به دست می‌آید که توسط این دو قوه رسم می‌شوند. اگر ما زاویه‌یی را که بین دو قوه وجود دارد، تغییر بدهیم، مقدار قوه محصله نیز تغییر می‌کند. از این گفته، قاعده دیگری را به دست آورده و آنرا چنین بیان می‌داریم:

**قاعده:** مقدار قوه محصله نه تنها به مقدار دو قوه؛ بلکه به وسعت زاویه‌یی که بین خطوط تأثیر آن دو قوه، موجود است، نیز ارتباط دارد. ارتباطی را که بین مقدار قوه محصله و وسعت زاویه بین دو قوه وجود دارد، در فعالیت زیر تشریح و مشاهده می‌توانیم.



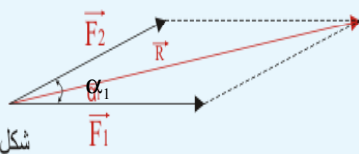
شکل (1-8)

## فعالیت



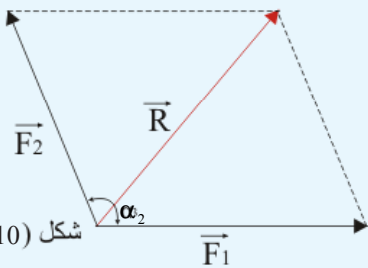
در بالا گفته شد که مقدار قوه محصله دو قوه‌یی که بر یک جسم عمل می‌کنند، نه تنها به مقدار دو قوه؛ بلکه به وسعت زاویه‌یی که بین قوه‌ها وجود دارد؛ نیز ارتباط دارد. این یک قاعده است و ما آنرا در این فعالیت به صورت ترسیمی به اثبات رسانیده، مشاهده می‌کنیم.

شکل (1-9)

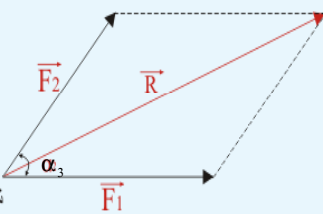


در شکل‌های (1-9)، (1-10) و (1-11) دو قوه  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  در سه حالت، تحت زوایای  $\alpha_1$ ،  $\alpha_2$  و  $\alpha_3$  بالای یک جسم عمل می‌کنند. برای هر یکی از حالات فوق، در حالی که قوه‌ها دارای عین مقدار بوده و بزرگی زاویه بین آن‌ها تفاوت می‌کند، یک قوه محصله را با استفاده از شیوه تکمیل متوازی الاضلاع به دست می‌آوریم. وتر این متوازی الاضلاع که مقدار قوه محصله را می‌دهد، اندازه می‌کنیم این وتر با وکتور قوه‌یی  $F_2, F_1$  دارای مبدا مشترک بوده و جهت آن از مبدا به طرف انجام است. در شکل‌ها ملاحظه می‌کنید که مقدار محصله  $\vec{R}$  در هر یکی از شکل‌ها نظر به زاویه  $\alpha$  که قوه‌ها باهم می‌سازند، متفاوت است. طوری که می‌بینیم، هر قدر زاویه بین دو وکتور قوه کوچک باشد محصله آن‌ها بزرگ‌تر و بر عکس هر قدر زاویه بین آن‌ها بزرگ باشد، محصله شان کوچک‌تر است. این فعالیت را هر گروه به طور جداگانه انجام داده و نتایج کار را به هم‌صنفان خود گزارش دهد.

شکل (1-10)

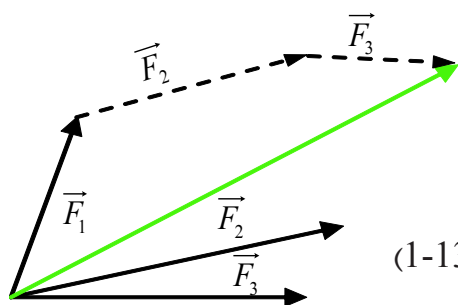


شکل (1-11)



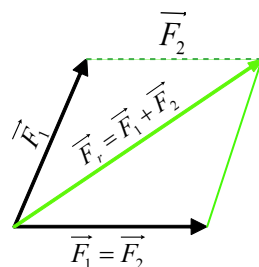
باید گفت که می‌توان همین نتیجه را، با استفاده از قاعده جمع وکتورها (طریقه انتقال وکتورها) نیز، به‌دست آورد. اینک در شکل‌های (1-12) و (1-13) محصله قوه‌های را که به صورت متلاقی بر یک جسم عمل نموده‌اند، با استفاده از روش انتقال وکتورها چنین به‌دست می‌آوریم:

به انجام وکتور قوه اولی  $\vec{F}_1$ ، یک خط موازی را هم استقامت با خط تأثیر قوه  $\vec{F}_2$  رسم می‌کنیم. سپس بر روی این خط، قطعه خطی را مساوی به طول وکتور قوه  $\vec{F}_2$  جدا و نشانی می‌کنیم و سپس از انجام  $\vec{F}_2$  موازی و مساوی به قوه  $\vec{F}_3$  خطی را رسم می‌نماییم. اگر انجام  $\vec{F}_3$  این قطعه خط را به نقطه آغاز  $\vec{F}_1$  وصل کنیم، خطی که به وجود می‌آید محصله قوه‌های  $F_3$  و  $F_2$ ،  $F_1$  می‌باشد. شکل (1-13) به خاطر باید داشت که قاعده متوازی الاضلاع و قاعده جمع وکتورها برای دریافت قوه محصله دارای همان نتیجه می‌باشد.



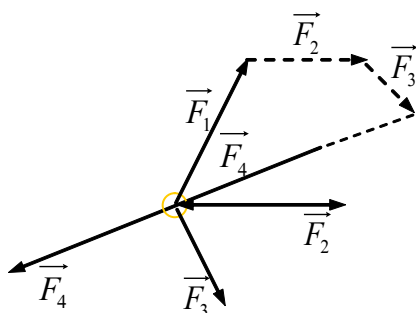
شکل (1-13)

شکل (1-12)



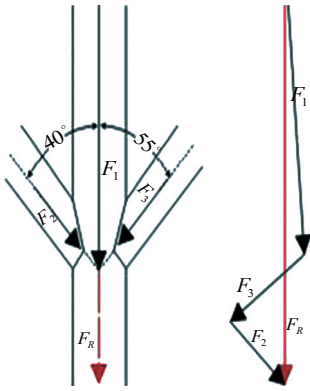
اگر جسم در حال تعادل قرار داده شود، محصله قوه‌ها مساوی به صفر است و در نتیجه مضلع قوه‌ها یک مضلع بسته است، شکل (1-14). در مضلع بسته انجام قوه آخری با نقطه

تأثیر آن قوه منطبق می‌گردد، یعنی:  $R = 0$  و یا  $\sum F = 0$



شکل (1-14)

## مثال



شکل (1-15)

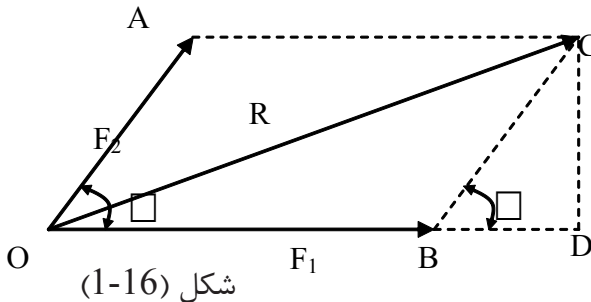
یک ستون، یک وزن  $F_1 = 3600N$  را می بردارد. در حین زمان بر این ستون، دو قوه که یکی آن  $F_2 = 1200N$  تحت زاویه  $40^\circ$  با  $\vec{F}_1$  و قوه  $F_3 = 1440N$  مطابق شکل تحت زاویه  $55^\circ$  با  $\vec{F}_1$  فشار وارد می کنند حال مقدار و سمت قوه محصله را دریافت می نماییم.

**حل:** در نخست یک واحد مقیاسی طول برای قوه انتخاب می کنیم. به طور مثال  $1cm = 1000N$  را قبول می کنیم. سپس قوه های  $F_1, F_2, F_3$  را بر اساس واحد مقیاسی که قبول کرده ایم، با رعایت سمت و مقدار شان، در یک مضلع قوه ها انتقال می دهیم. طول محصله قوه ها از روی شکل مساوی به  $5.3cm$  است، پس با استفاده از مقیاسی که در بالا پذیرفته شد، داریم که:  $R : 1000 N = 5.3cm : 1cm, R = 5300 N$

و زاویه یی که محصله با افق می سازد، عبارت از  $86^\circ$  می باشد.

## دریافت محصله قوه های متلاقی به صورت الجبری

هرگاه دو قوه  $F_1$  و  $F_2$  بر یک جسم طوری عمل کنند که خطوط تأثیر شان با هم زاویه  $\alpha$  بسازند شکل (1-16). در این صورت برای دریافت بزرگی یا مقدار محصله و سمت آن، متوازی الاضلاع وکتورهای آن دو قوه را تکمیل نموده و از روی آن محصله را سنجش می کنیم.



شکل (1-16)

در مثلث قائم الزاویه  $\hat{O}DC$  دیده می شود که:

$$OC^2 = R^2 = OD^2 + DC^2 \dots\dots\dots 1$$

$$OB = F_1, OD = OB + BD = F_1 + BD$$

حالا اگر قیمت (OD) را در رابطه 1 بگذاریم پس داریم که:

$$R^2 = (F_1 + BD)^2 + DC^2$$

$$R^2 = F_1^2 + 2F_1 \cdot BD + BD^2 + DC^2 \dots\dots\dots 2$$

از مثلث قائم الزاویه  $\widehat{BDC}$  چنین می توان نوشت:

$$BC^2 = F_2^2 = BD^2 + DC^2$$

حال به عوض  $BD^2 + DC^2$  مقدار مساوی آن یعنی  $(F_2^2)$  را در رابطه 2 می گذاریم:

$$\vec{R}^2 = F_1^2 + 2F_1 \cdot BD + F_2^2 \dots\dots\dots 3$$

از مثلث  $\widehat{BDC}$  مقدار BD را دریافت نموده و در رابطه 3 وضع می کنیم:

$$BD = \vec{F}_2 \cdot \cos \hat{\alpha}$$

$$\vec{R}^2 = (\vec{F}_1^2 + 2\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 \cos \hat{\alpha} + \vec{F}_2^2)$$

$$\vec{R} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \hat{\alpha}}$$

ما گفتیم که مقدار قوهٔ محصله به بزرگی زاویه‌ای که بین دو قوه وجود دارد، ارتباط دارد. حالا قیمت محصله  $\vec{R}$  را نظر به قیمت  $\hat{\alpha}$  مورد مناقشه قرار می دهیم:

1. اگر  $\hat{\alpha} = 90^\circ$  باشد، پس  $\cos 90^\circ = 0$  بوده و داریم که:

$$\vec{R} = \sqrt{\vec{F}_1^2 + \vec{F}_2^2 + 2\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 \times 0}$$

$$\vec{R} = \sqrt{\vec{F}_1^2 + \vec{F}_2^2}$$

$$R^2 = \vec{F}_1^2 + \vec{F}_2^2$$

2. اگر  $\alpha = 180^\circ$  باشد، پس  $\cos 180^\circ = -1$  بوده و می توانیم بنویسیم:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 (-1)}$$

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1 \cdot F_2}$$

$$R = \sqrt{(F_1 - F_2)^2}$$

$$\vec{R} = \vec{F}_1 - \vec{F}_2$$





3. هرگاه  $\hat{\alpha} = 0^\circ$  باشد در آن صورت  $\cos 0^\circ = 1$  بوده و داریم که:

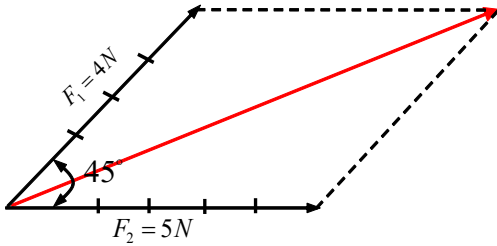
$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 (+1)}$$

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2}$$

$$R = \sqrt{(F_1 + F_2)^2}$$

$$R = F_1 + F_2$$

**مثال:** شکل زیر را در نظر می‌گیریم، محصلهٔ قوه‌ها را با استفاده از رابطه‌یی که آموختیم محاسبه می‌کنیم:



$$\vec{F}_1 = 4N$$

$$\vec{F}_2 = 5N$$

$$\hat{\alpha} = 45^\circ$$

$$\cos 45^\circ = 1/\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

بنابر این داریم که:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cos \alpha}$$

$$= \sqrt{(4^2) + (5^2) + 2 \times 4 \times 5 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$R = \sqrt{16 + 25 + 20\sqrt{2}} = \sqrt{41 + 20\sqrt{2}}$$

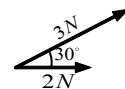
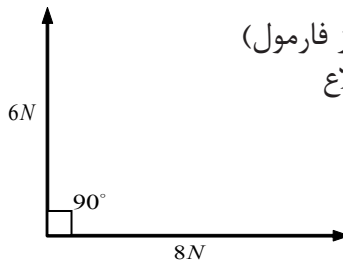
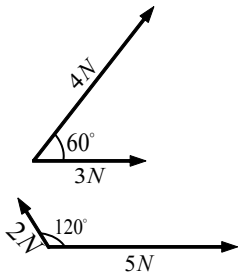
$$R = \sqrt{41 + 20 \times 1.414} = \sqrt{41 + 28.28} = \sqrt{69.28} = 8.32N$$

### سؤال

شکل‌های زیر را در نظر بگیرید که در آن‌ها قوه‌ها به مقدارهایی که داده شده است، زیر زاویه‌های مختلف بر جسم عمل می‌کنند. مقدار و سمت محصلهٔ قوه‌ها را به دو شیوهٔ زیر به دست آرید:

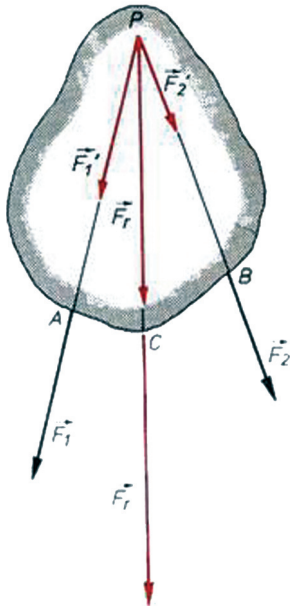
1 - طریق محاسبوی (استفاده از فارمول)

2 - طریق تکمیل متوازی الاضلاع



## قوه‌های که بر نقاط مختلف یک جسم تأثیر می‌کنند

ما در درس پیشتر تأثیرات قوه‌های متلاقی را که در وضعیت‌های مختلف بر جسم عمل می‌کنند، مطالعه کردیم. هم‌چنان با شیوه‌های دریافت محصله آن‌ها از نظر ترسیمی و هم محاسبوی آشنایی حاصل کردیم.



شکل (1-17)

یکی از حالات دیگری که بیشتر در حوادث تخنیکی پیش می‌آید، حالتی است که اگر دو قوه بر دو نقطه یک جسم عمل کنند، چگونه می‌توان محصله آن‌ها را به صورت هندسی به دست آورد؟ در شکل (1-17) دیده می‌شود که دو قوه  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  بر دو نقطه A و B یک جسم اثر می‌کنند. این دو نقطه، موقعیت‌های مختلف دارند. چگونه می‌توان محصله این دو قوه را به دست آورد؟ از درس‌های پیشتر آموختیم که یک قوه را می‌توان بر روی خط تأثیر آن تغییر مکان داد، طوری که در سمت و مقدار آن هیچ تغییری به وجود نیاید. با استفاده از همین قاعده، خطوط تأثیر هر دو قوه را تا نقطه P امتداد می‌دهیم تا هم‌دیگر را قطع کنند. از نقطه P بر روی خطوط تأثیر هر یک از قوه‌ها، قوه‌های مساوی به آن‌ها را جدا می‌کنیم.

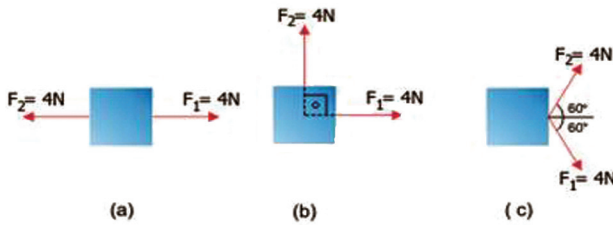
که عبارتند از  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  برای دریافت قوه محصله از قاعده متوازی الاضلاع استفاده می‌کنیم که قوه محصله  $\vec{F}_r$  به دست می‌آید. این محصله دارای خط تأثیر PC است و نقطه تأثیر محصله را می‌توان طور کیفی بر روی خط تأثیر آن مثلاً در نقطه C انتخاب کرد. طوری که در شکل،  $\vec{F}_r$  محصله را ارزیابی می‌کند.

از این عملیه، این نتیجه هم به دست می‌آید که قوه محصله دارای همان مقدار و همان جهت می‌بود، اگر قوه‌های جزء (مرکبه‌ها) بر جسم، در عین نقطه تأثیر می‌کردند.

## تمرین‌ها

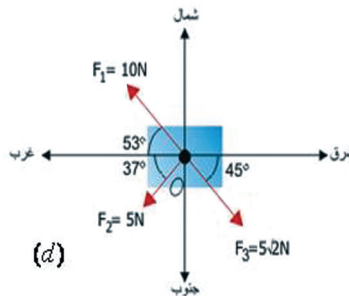
1 - محصلهٔ قوه‌ها چیست؟ برای تشکیل یک محصله، موجودیت چند قوه حداقل ضروری است. از نظر ریاضی محصله را چگونه علامت گذاری کرده‌اند؟

2 - بزرگی و جهت تعدادی از قوه‌ها که بالای یک جسمی بدون اصطکاک عمل می‌کنند در شکل‌های a، b و c داده شده است. قوهٔ محصله را برای هر یک از حالات داده شده پیدا کنید.



3 - در دیاگرام (d) سه قوه بر یک جسم عمل می‌کنند. قوهٔ محصله را که بر جسم وارد می‌شود به دست آورید.

$$\sin 53^\circ = \cos 37^\circ = 0.8, \sin 37^\circ = \cos 53^\circ = 0.6, \sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



## 3-1: تعادل کتله نقطه‌یی

پیش از آن‌که دربارهٔ تعادل صحبت کنیم، لازم است که در بارهٔ کتلهٔ نقطه‌یی توضیح‌های داشته باشیم. ما از درس‌های گذشته، کتلهٔ یک جسم را می‌شناسیم و می‌دانیم که کتله عبارت از مقدار موادی است که در جسم، جابجا شده است و واحد اندازه‌گیری آن کیلوگرام است، که در عمل یک کیلوگرام کتله را، کتلهٔ یک لیتر آب خالص در درجهٔ حرارت  $4^\circ C$  قبول نموده‌اند. اصطلاح دیگری که در موارد معین در علم فزیک به کار برده می‌شود، عبارت از کتلهٔ نقطه‌یی است که به منظور، ایجاد سهولت در حل مسایل علم فزیک از آن استفاده می‌شود.

- کتله نقطه‌یی عبارت از کتله یک جسم اید آلی است که گویا تمام موادی که در ساختمان آن جسم به کار رفته است، در یک نقطه متمرکز شده باشد.

از این تعریف معلوم می‌شود که کتله نقطه‌یی موجودیت واقعی ندارد و صرف برای انجام محاسبات و حل مسایل به صورت فرضی پذیرفته شده است. پس این پرسش به وجود می‌آید که در عمل چگونه یک کتله نقطه‌یی را می‌توان تجسم کرد و نقش کتله نقطه‌یی در حل مسایل فزیک در چیست؟ هر جسم حقیقی که جسامت (بزرگی) و شکل آن، هنگام مطالعه یک مسئله میخانیک نقش نداشته و قابل صرف نظر باشد، می‌تواند به حیث یک جسم یا کتله نقطه‌یی قبول گردد. مثال‌های زیر موضوع را وضاحت بیشتر می‌دهد:

1 - هنگام محاسبه حرکت سیارات به دور آفتاب، می‌توان سیارات را کتله‌های نقطه‌یی قبول کرد.

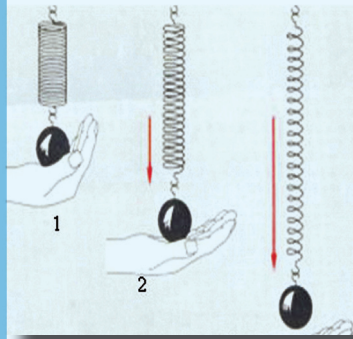
2 - برای محاسبه مدار پرواز یک توپ تینس، توپ را می‌توان به حیث یک کتله نقطه‌یی پذیرفت.

3 - در مدل ساده اتم‌هایدروجن، الکترون و پروتون را می‌توان به حیث کتله‌های نقطه‌یی قبول کرد. باید گفت که ما در عمل با سیستم‌هایی از کتله‌های نقطه‌یی سر و کار داریم، که هر سیستم دارای تعداد زیادی از کتله‌های نقطه‌یی هستند، به طور نمونه گازها، مایعات، اجسام ارتجاعی (الاستیکی)، اجسام جامد، اتم‌ها، مالیکول‌ها، سیستم سیارات، همه این‌ها در موارد معینی به حیث کتله‌های نقطه‌یی قبول شده می‌توانند.

### **تعادل عکس العمل یک جسم در برابر تأثیر یک قوه:**

پیش از این در مورد قوه، تأثیرات و انواع آن صحبت کردیم و گفتیم که قوه عاملی است که هر گاه بر یک جسم تأثیر کند، می‌تواند در حالت حرکت جسم تغییر وارد کند، یعنی سمت و سرعت حرکت جسم را تغییر دهد و یا باعث تغییر شکل جسم شود. ما از تأثیرات قوه بر جسم صحبت کردیم ولی از عکس العمل جسم در برابر تأثیر قوه تا حال چیزی نگفته‌ایم. ما این پرسش را تا حال پاسخ نداده‌ایم که اگر یک قوه بر یک جسم عمل کند، آیا جسم در برابر تأثیر آن قوه، از خود چه عکس العمل نشان می‌دهد؟ و یا وقتی که یک جسم در حالت سکون قرار دارد، به این معناست که هیچ قوه‌یی بر آن تأثیر نکرده است؟ شما می‌دانید که، هر جسم دارای وزن است که آن را قوه ثقل نام داده‌اند، پرسش دیگر این است که آیا می‌توان تأثیر قوه وزن یک جسم را بالای آن جسم از بین برد؟ برای پاسخ دادن به این پرسش‌ها، فعالیت‌های زیر را انجام می‌دهیم:

## فعالیت



شکل (1-18)

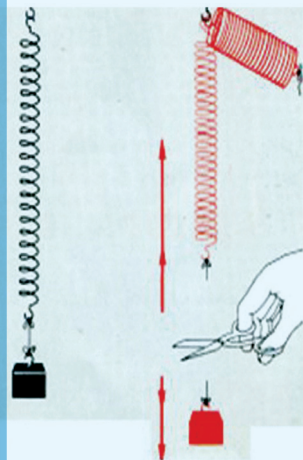
- 1 - یک جسم را از یک فنر آویزان می‌کنیم، طوری که با قرار دادن دست خود در زیر آن قوه وزن جسم را احساس کنیم (حالت 1).
  - 2 - با آهسته‌گی دست خود را به طرف پایین می‌کشانیم، یک کمی احساس سبکی می‌کنیم و در عین وقت فنر به اثر قوه وزن جسم دراز می‌شود (حالت 2).
  - 3 - فنر با رسیدن به یک موقعیت معین، دیگر دراز نمی‌شود و جسم به حالت آزاد به فنر آویزان می‌ماند (حالت 3).
- چرا جسم، دیگر قادر نیست که فنر را به طرف پایین بکشاند؟ برای پاسخ دادن به این پرسش فعالیت دومی زیر را انجام می‌دهیم.

## فعالیت



یک جسم (وزن کوچک) را به وسیله تار به فنر آویزان می‌کنیم. دیده می‌شود که فنر به اثر وزن جسم کش و دراز می‌شود و بعد در یک موقعیت معین به وضعیت آرامش یعنی سکون می‌رسد. در این حالت که جسم در حالت سکون قرار می‌گیرد، به زودی تار را با یک قیچی مطابق شکل قطع می‌کنیم. چه رخ می‌دهد؟ دو تأثیر قوه به مشاهده می‌رسد:

- 1 - وزنه کوچک به زمین سقوط می‌کند.
  - 2 - فنر به سرعت به طرف بالا خود را جمع می‌کند و به حالت اولی بر می‌گردد. از این وضعیت می‌توان نتیجه گرفت که باید دو قوه در کار دخیل بوده باشد.
- (a) قوه وزن و وزنه کوچک که در فنر آویزان شده است.
- (b) قوه‌یی که توانسته است فنر را دوباره به حالت اولی آن بر گرداند که به این قوه، قوه برگرداننده نام می‌دهیم.



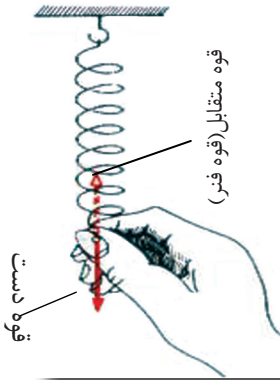
اکنون به پرسش بالا که چرا فنر در مرحله آخر فعالیت قبلی به اثر تأثیر وزن، دیگر دراز نشد، جواب داده می‌توانیم و به نتیجه می‌رسیم که هر قدر با تأثیر وزن جسم به درازی فنر افزوده می‌شود، به همان اندازه، فنر قوه برگرداننده بیشتر را در خود انکشاف می‌دهد که این قوه برگرداننده با وزن وزنه کوچک در سمت مخالف قرار دارد. در صورتی که هر دو قوه یعنی وزن وزنه و قوه برگرداننده فنر با هم مساوی شوند. در این حالت فنر دیگر دراز نشده و حالت سکون مسلط می‌گردد. در این حالت می‌توان گفت که: قوه وزن جسم مساوی به قوه برگرداننده فنر است و چون قوه برگرداننده فنر در جهت مقابل قوه وزن و وزنه کوچک به حیث یک قوه متقابل عمل می‌کند. پس می‌توان گفت که: قوه وزن = قوه متقابل

شکل (1-19)

## قوه متقابل

شما از تجارب بالا با مفهوم قوه متقابل (عکس العمل) آشنا شدید و حالا می‌دانید که این قوه در به وجود آوردن حالت تعادل مؤثر است.

اگر یک جسم در استقامت خط تأثیر قوه‌یی که بر آن عمل کرده است، حرکت نکند، در این حالت، قوه صرف سبب تغییر شکل در جسم می‌شود. پس از آن که تغییر شکل در جسم صورت گرفت، جسم بار دیگر حتا اگر تأثیر قوه هم ادامه داشته باشد، به حالت اولی یعنی به حالت آرامش بر می‌گردد و این قوه که از خارج بر جسم اثر کرده است، دیگر نمی‌تواند سبب تأثیر جدیدی بر جسم شود، زیرا یک قوه دیگر که از محل اتصال جسم مقابل، مثلاً دیوار، میز و غیره بر جسم عمل می‌کند، تأثیر قوه خارجی را خنثی می‌کند، یعنی آن را در تعادل می‌آورد.



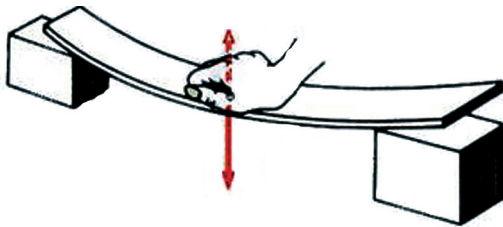
شکل (1-20)

### قوه‌یی که تأثیر قوه اثر کننده را بر جسم خنثی ساخته و سبب تعادل و یا توازن در جسم می‌گردد، به نام قوه متقابل یاد می‌شود.

در شکل دیده می‌شود که قوه عاملی که توسط دست به وجود آمده با قوه متقابل فنر خنثی می‌شود و فنر را در حالت تعادل قرار می‌دهد. در این نمایش و در تجربه بعدی می‌توان قوه متقابل را با دست احساس کرد. قوه عامل و قوه متقابل با هم مساوی؛ ولی دارای سمت‌های متقابل هستند. قوه عامل و یا قوه‌یی که از خارج بر جسم وارد شده است، دیگر نمی‌تواند سبب تأثیر گردد. زیرا اثر آن توسط قوه متقابل که توسط جسم سخت و محکم عمل می‌کند، خنثی شده و باعث تعادل آن می‌گردد.



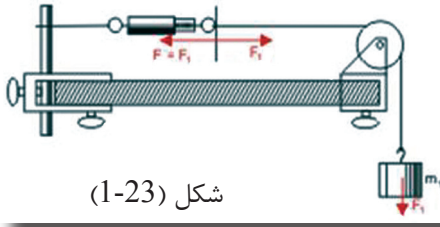
یک تخته چوبی که قرار شکل (1-21) از دو انجام بر روی جسمی تکیه داده شده و توسط دست در قسمت وسط آن قوه وارد شده است، دیده می‌شود که تخته با خمیده گی که به اثر قوه دست حاصل کرده است، مقابله می‌کند تا به حالت اولی برگردد. چرا چنین واقع می‌شود؟ در مورد با اعضای گروه خود مناقشه نموده نتایج مباحث خود را به مقابل صنف گزارش دهید.



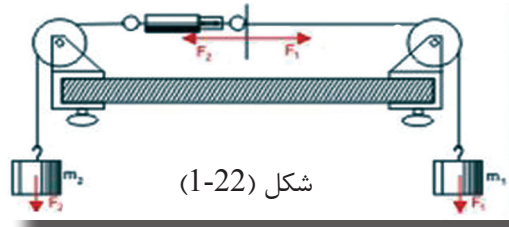
شکل (1-21)



قوة متقابل یا عکس العمل (reaction force) همیشه مساوی با قوة عمل (action force) است، ولی در جهت مخالف. باید گفت که هرگاه جسمی را در یک نقطه محکم بسته کنیم، قوة عکس العمل در نقطه اتصال، خود به خود به وجود می‌آید. به این معنی که تأثیر یک قوة بدون پیدایش قوة عکس العمل نا ممکن است. وضاحت این موضوع را در حالت‌های اول و دوم تجربه‌های زیر به خوبی دیده می‌توانید.



شکل (1-23)



شکل (1-22)

حالت دوم

قوة کشش بالای تار توسط یک وزن آویزان شده

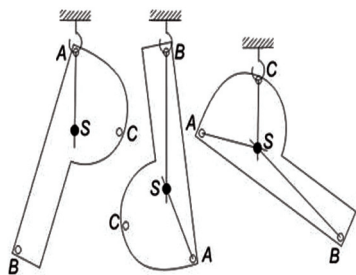
حالت اول

قوة کشش بالای تار توسط دو وزن آویزان شده

در حالت اولی هم قوة عمل، و هم قوة عکس العمل ( $F_1$  و  $F_2$ ) هر دو به وسیله دو وزنی که آویزان شده‌اند، به وجود می‌آید. در حالت دومی، قوة که به اثر اتصال میله به وجود می‌آید، توسط قوة عکس العملی که توسط وزن آویزان شده ( $F_2$ ) به وجود آمده است، وزنه را در تعادل قرار داده است. از نتیجه شرح دادن بالا مفهوم تعادل را می‌توان چنین خلاصه کرد: هرگاه یک قوه بر جسمی که در یک نقطه محکم بسته شده باشد، تأثیر کند، این جسم تنها زیر تأثیر این قوه قرار نداشته، بلکه قوة دیگری هم بر آن تأثیر دارد، که آن عبارت از قوة متقابل است. چون این هر دو قوه تأثیرات یکدیگر را برابر هم از بین می‌برند، بنابر این حرکتی به وجود نمی‌آید و صرف به سبب به وجود آمدن قوة متقابل، تغییری در شکل جسم پدیدار می‌گردد. اگر قوة عامل و قوة متقابل که آن‌ها را عمل و عکس العمل هم می‌گویند، دارای مقدارهای مساوی ولی سمت‌های مخالف باشند، هر دو قوه می‌توانند سبب تغییر شکل جسم شوند، ولی حالت حرکت جسم را تغییر داده نمی‌توانند و جسم در حالت سکون می‌ماند که به عبارت دیگر می‌گویند، قوه‌ها در تعادل هستند. عین قانون‌مندی در حالت عملکرد دو قوه یا بیشتر از دو قوه نیز صدق می‌کند، به این معنی که هرگاه دو یا بیشتر از دو قوه بر یک جسم اثر کنند و سبب تغییر در حالت حرکت جسم نشوند، یا این که قوه‌های عامل بر جسم، تأثیرات یکدیگر را خنثی سازند، در این صورت گفته می‌شود که جسم یا قوه‌ها در حالت تعادل قرار دارند. باید توجه کرد، همه اشیاء و اجسامی که در محیط ماحول ما هستند، تاحدی همه در حالت سکون قرار دارند. بودن آن‌ها در حالت سکون، به سببی نیست که گویا قوه‌یی بر آن‌ها اثر نمی‌کند، بلکه دلیل سکون آن‌ها این است، که همه این قوه‌ها تأثیرات یکدیگر را بر طرف ساخته و اجسام را در حالت تعادل قرار داده‌اند.

## حالات تعادل در اجسام و پایداری

پیش از این که، دربارهٔ انواع حالات تعادل و پایداری چیزی بگوییم، لازم است به یاد بیاوریم که در درس‌های از این پیش دربارهٔ مرکز ثقل در اجسام مطالبی را آموخته بودیم. اکنون برای درک بیشتر مفهوم تعادل و انواع آن و هم‌چنان شناخت حالات پایداری اجسام، لازم است به طور فشرده بر موضوع مرکز ثقل مرور دوباره کنیم. اگر یک جسم را مطابق شکل (1-24) از نقاط مختلف آن ( $A$ ،  $B$  و  $C$ ) آویزان کنیم، مشاهده خواهیم کرد که جسم پس از یک حرکت نوسانی کوتاه به یک حالت معینی قرار می‌گیرد. توجه نمایید که در روی جسم یک نقطهٔ ثابتی (نقطهٔ  $S$ ) وجود دارد که موقعیت خود را در هر حالت تغییر نمی‌دهد. این نقطهٔ ثابت  $S$  نقطهٔ تأثیر محصلهٔ قوه‌های ثقل همه ذرات جسم است، زیرا در جسم صرف یک نقطه با این خاصیت وجود دارد که جسم در هر موقعیت توسط مومنت دوران قوهٔ ثقل، در یک موقعیت عمودی که در زیر نقطهٔ تأثیر قوه‌یی که در آن آویخته شده است، قرار می‌گیرد.



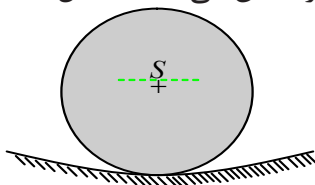
چون در این نقطه مجموع قوه‌های ثقل کل جسم تأثیر می‌کند، این نقطه را مرکز ثقل جسم می‌نامند و خطوطی که از این نقطه عبور می‌کند به نام خطوط ثقل یاد می‌شوند. می‌توان چنین فکر کرد که تمام کتلهٔ جسم در مرکز ثقل آن جسم، متمرکز شده است.

شکل (1-24) تعیین مرکز ثقل یک جسم

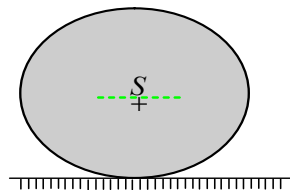
**حالات تعادل:** شناخت مرکز ثقل ما را کمک می‌کند که حالات تعادل را به ساده‌گی مورد مطالعه قرار دهیم. یک جسم وقتی در حالت تعادل است که با وجود تأثیر قوه‌ها بالای آن باز هم در حالت سکون قرار داشته باشد. چون در هر جسم قوهٔ ثقل یا قوهٔ جاذبهٔ زمین به مرکز ثقل آن عمل می‌کند و جسم را به طرف پایین می‌کشد، بنابراین حالت تعادل وقتی برقرار بوده می‌تواند که مرکز ثقل نتواند به طرف پایین حرکت کند. اگر یک جسم به نقطه‌یی بسته نشده باشد، بلکه بر روی سطح پایینی خود قرار داشته باشد، برای حرکت‌های ممکنهٔ این جسم، سه حالت زیر را مطالعه و از هم تفکیک کرده می‌توانیم:

**حالت اول -** وقتی که جسم از اثر یک قوه از حالت تعادل خارج ساخته شود و پس از آن که از قید تأثیر قوه آزاد شود، بتواند پس به حالت اولی خویش برگردد. مخروطی که از قاعده بر سطح زمین یا روی میز گذاشته شده است و یا جسم کره‌یی که در بین یک ظرف مقعر قرار گرفته باشد، مثال‌های از این حالت را نشان می‌دهند، شکل (1-25).

شکل (1-25) تعادل پایدار



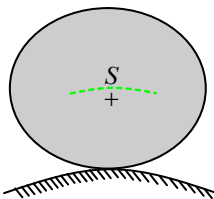
این نوع تعادل را تعادل پایدار (stable) می‌نامند. این نوع تعادل، در همه حالاتی به کار می‌رود که ضرورت است، اشیاء در وضع مطمئن سکون قرار داده شوند.



شکل (1-26) تعادل بی تفاوت

**حالت دوم-** در همه حرکت‌هایی که ارتفاع مرکز ثقل جسم در هنگام حرکت از سطح قاعده آن تغییر نکند و جسم در موقعیت نو خویش باز هم در حالت تعادل قرار بگیرد؛ یعنی حالت تعادل خویش را حفظ کند؛ مانند: یک توپ یا مخروطی که بالای سطح جانبی‌اش روی میز قرار داده شود. این نوع تعادل را تعادل بی تفاوت (indifferent) می‌گویند. از این گونه حالت تعادل وقتی استفاده می‌شود که ضرورت است، اشیای متحرک باشد، به طور نمونه در وسایط ترانسپورتی و یا در محورهای دورانی، شکل (1-26).

**حالت سوم-** اگر جسم با اندک حرکت، از حالت تعادل بیجا شود و نتواند دوباره به حالت اولی خود برگردد، تعادل را ناپایدار گویند. به طور مثال اگر یک کره کوچک در بلندترین نقطه یک جسمی با سطح فوقانی محدب قرار داده شود و یا مخروطی که از رأس آن روی زمین تکیه کرده باشد، این اجسام مطابق شکل (1-27) با اندک تکان یا لرزش از وضع تعادل خارج می‌شوند. از همین جهت است که حالات تعادل ناپایدار از لحاظ تخریکی مورد استعمال ندارند.



شکل (1-27) تعادل ناپایدار

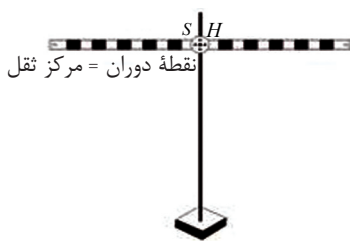
## سؤال



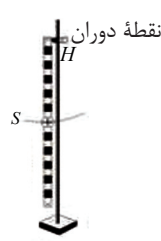
یک خط کش در سه حالت (a,b,c) مطابق شکل از نقاط مختلف بر یک پایه آویزان شده است. خط کش در وضعیت‌های بالا در حالت‌های پایدار، بی تفاوت و ناپایدار دیده می‌شود. خصوصیت هر یک از حالات را بیان نمایید.



نقطه دوران تعادل نا پایه دار



تعادل بی تفاوت

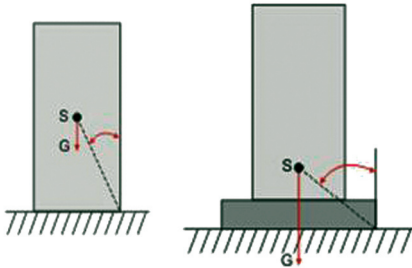


تعادل پایه دار

## پایداری

اجسامی که مرکز ثقل آن‌ها بالاتر از سطح زیرین اتکای شان قرار داشته و خط عمود از مرکز ثقل از سطح اتکای شان خارج نشود، در حالت تعادل پایدار قرار دارند؛ زیرا در اثنای چپ شدن مرکز ثقل آن‌ها تغییر موقعیت داده بالا می‌رود. پایداری در یک جسم همیشه دارای همان قیمت نمی‌باشد. یک جسم (مکعب مستطیل) اگر بر سطح جانبی بزرگ‌تر خویش اتکاء داشته باشد، دارای یک قیمت پایداری است، در حالی که اگر بر سطح جانبی کوچک‌ترش اتکاء داشته باشد، پایداری آن قیمت دیگری را خواهد گرفت.

(هر قدری که مرکز ثقل جسم پایین‌تر، وزن جسم بیشتر و سطح اتکای جسم بزرگ‌تر باشد، پایداری آن جسم بیشتر می‌باشد.) از سه شرطی که در بالا گفتیم، بیشتر برای زیاد ساختن پایداری جسم استفاده می‌کنند. چنانکه اگر به سطح پایینی یک جسم مطابق شکل (1-28) پایه سنگین و عریضی اضافه کنیم، موقعیت مرکز ثقل جسم پایین می‌افتد، وزن جسم زیاد می‌شود و در نتیجه پایداری جسم ارتقا می‌یابد.



شکل (1-28)

### 1-4: مومنت قوه (تورک)

ما می‌دانیم که قوه‌ها، به شکل‌های مختلف می‌توانند بر اجسام، تأثیر کنند؛ به طور مثال قوه‌های متلاقی که از این پیش محصله آن‌ها را به صورت هندسی و هم به صورت محاسبوی پیدا کردیم و دانستیم که مقدار قوه محصله دو یا بیشتر از دو قوه متلاقی بسته‌گی به اندازه زاویه‌یی دارد که بین خطوط تأثیر این قوه‌ها تشکیل می‌شود. ما دیدیم که اگر یک قوه بر جسم تأثیر کند، جسم در برابر آن قوه عکس العمل نشان می‌دهد و از این جا به موجودیت قوه متقابل پی بردیم و نقش قوه متقابل را در پیدایش حالت تعادل دانستیم. از آن چه که گفته شد، واضح می‌گردد که قوه در هر یک از حالات بالا، اثرات معینی را بر جسم وارد می‌کند. در بیشتر حالات وقتی که قوه بر جسم اثر می‌کند، می‌تواند سبب حرکت جسم در امتداد یک فاصله شود. اما تأثیرات قوه می‌تواند، بر جسم نوع دیگر حرکت را نیز تولید کند.

به طور مثال جسمی را در نظر بگیرید که به یک محور اتکاء داشته باشد. هنگامی که قوه بر آن تأثیر کند، در این حالت، قوه، جسم را به حول محور، به حرکت دورانی می‌چرخاند. اثری را که توسط قوه در حرکت دورانی بروز می‌کند، به نام مومنت قوه یا مومنت دوران و یا هم تورک می‌نامند. مومنت قوه را به  $M$  و تورک را به حرف یونانی  $(\tau)$  نشان می‌دهند. با ارایه مثال زیر درباره مفهوم مومنت قوه وضاحت بیشتر می‌دهیم:

مشکل است یک پیچ را با دست، خوب محکم کرد. در حالی که آن را می‌توان با یک رنج به آسانی محکم نمود. سبب آن این است که رنج، یک اثر دورانی بزرگ را تولید می‌کند، شکل (1-29).

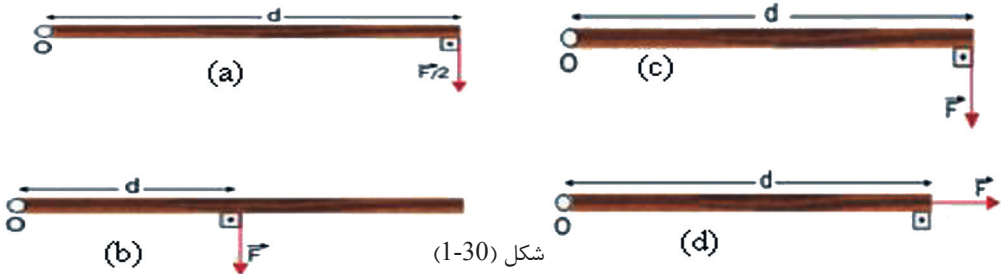
نقطه‌یی که قوه، جسمی را به گرداگرد آن به دوران می‌آورد. به نام نقطهٔ دوران یاد می‌شود. در شکل، رنج پیچ را به دوران می‌آورد.



شکل (1-29) محکم کردن پیچ توسط رنج

یک قوه می‌تواند مومنت‌های مختلفی را که به موقعیت نقطهٔ تأثیر و سمت آن قوه ارتباط دارد بر یک جسم وارد کند. ما در شکل ذیل چهار حالت را دیده می‌توانیم. در هر یکی از حالات چهارگانه، میله طور آزادانه به حول نقطهٔ O دوران می‌تواند.

مومنتی که در حالت A عمل می‌کند، بزرگ‌تر است از مومنتی که بر میله در حالت B عمل می‌نماید، در حالی که در هر دو حالت مقدار قوه مساوی است.



شکل (1-30)

در شکل‌های A و C که قوه‌ها در همان نقطه عمل می‌کنند، چون مقدار قوه‌ها از هم متفاوت می‌باشد، حادثهٔ دوران نیز از هم متفاوت است. مومنتی که در جسم در حالت D عمل می‌کند، مساوی به 0 است؛ زیرا در این حالت قوه به فاصله و زاویهٔ صفر بر جسم عمل می‌کند و سر انجام می‌توان گفت که اثر یا مومنتی را که یک قوه در حادثهٔ دوران تولید می‌کند، به سه پارامتر ارتباط دارد:

1. مقدار قوه
2. فاصله بین نقطهٔ تأثیر قوه و محور دوران و یا خطی که جسم به گرداگرد آن دور می‌زند و به حرف (D) نشان داده شده است.
3. زاویه‌یی ( $\theta$ ) که بین وکتور قوه و خطی که محور را با نقطهٔ تأثیر قوه وصل می‌کند، قرار دارد.

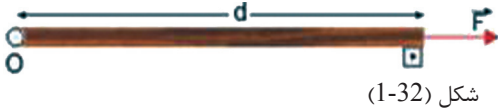
اگر یک قوه مطابق شکل (1-31) بالا طور عمودی بر خط ارتباطی نقطهٔ دوران و نقطهٔ تأثیر قوه بر یک جسم عمل کند، یعنی  $F \perp d$  باشد، در این حالت مومنتی که این قوه تولید می‌کند، دارای قیمت اعظمی می‌باشد که این مومنت را به ریاضی چنین افاده می‌کنند:

$$M = F \cdot d \dots\dots\dots (F \perp d)$$



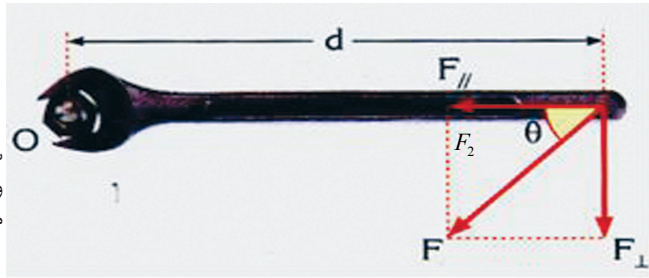
شکل (1-31) مومنت صفر است، زیرا خط تأثیر قوه از نقطه دوران عبور می‌کند.

اگر قوه بر جسم موازی با خطی که نقطه تأثیر قوه را با نقطه دوران وصل می‌کند، عمل کند، یعنی  $(F \parallel d)$  باشد، در آن صورت مومنتی را که این قوه تولید می‌کند، مساوی به صفر است، یعنی:  $M = 0$ ؛ شکل (1-32).



شکل (1-32)

به صورت عموم، یک قوه همیشه به دو مرکبه خود تجزیه شده می‌تواند که یکی آن موازی و دیگری عمود بر خطی است که نقطه دوران را با نقطه تأثیر قوه وصل می‌کند.



شکل (1-33) وقتی که قوه بر جسم عمل کند و خط تأثیر قوه بر محور دوران عمود باشد، مومنتی که قوه وارد می‌کند، اعظمی است.

چنانکه در شکل (1-33) دیده می‌شود، مومنتی که توسط قوه  $\vec{F}$  تولید می‌شود، مساوی به مومنتی است که مرکبه عمودی همین قوه  $(F_1)$  که بر فاصله نقطه تأثیر تا محور دوران عمود می‌باشد، به وجود آورده است. زیرا مومنت مرکبه دومی  $(F_2)$  که با خط اتصال موازی می‌باشد، صفر است یعنی:  $M_2 = F_2 \cdot 0 = 0$  در صورتی که:

$$M = M_1 = F_{\perp} \cdot d$$

$$M = (F \sin \hat{\theta}) \cdot d \quad M = \vec{F} \cdot d \sin \hat{\theta}$$

در رابطه بالا،  $\theta$  زاویه بین قوه و خطی است که نقطه دوران را با نقطه تأثیر قوه وصل می‌کند.

### مثال

قوه 15N بر میله‌یی که 0.2 متر طول دارد، مطابق شکل عمل می‌کند. حال مومنتی را دریافت می‌کنیم که این قوه تولید می‌کند.  $(\sin 37^\circ = 0.6)$  و  $(\cos 37^\circ = 0.8)$  است.



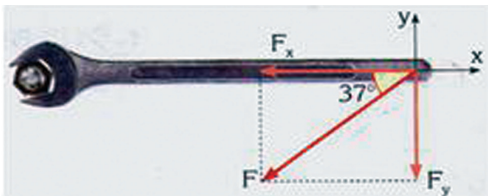
## حل

قوة مركبة  $F_x$  سبب تولید مومنت نمی‌شود. قوة مركبة به امتداد محور  $y$ ،  $(F_y)$  را که بر رنچ عمود است و حرکت دورانی را در جهت عقرب ساعت به وجود می‌آورد، چنین به دست می‌آوریم:

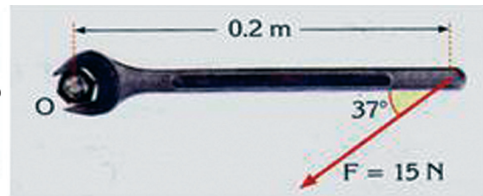
$$F_y = F \cdot \sin 37^\circ \rightarrow F_y = (15N) \times 0.6 = 9N$$

$$M = F_y \cdot d$$

$$M = (9N)(0.2m) = 1.8Nm$$

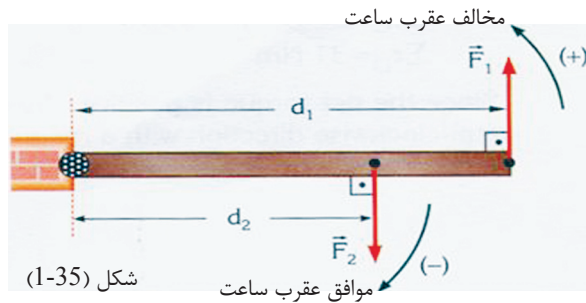


شکل (1-34)



## تورک (مومنت) محصله و جهت دوران

اگر تعدادی از قوه‌ها بر یک جسم تأثیر کنند، حاصل جمع مومنت‌هایی که از تأثیر هر یکی از قوه‌ها نظر به عین نقطه دوران به وجود می‌آید، مجموعه یا حاصل جمع تمام مومنت‌ها می‌باشد.



شکل (1-35)

در شکل (1-35) دو قوه  $F_1$  و  $F_2$  را می‌بینیم که بر یک دروازه عمل نموده و سبب دوران آن در جهت مخالف می‌شوند. اگر جهت مخالف حرکت عقربه ساعت را مثبت و سمت حرکت عقرب ساعت را منفی بپذیریم، مومنتی که هر دو قوه به وجود می‌آورد، عبارت از مومنت محصله بر دروازه است که چنین حساب می‌شود.

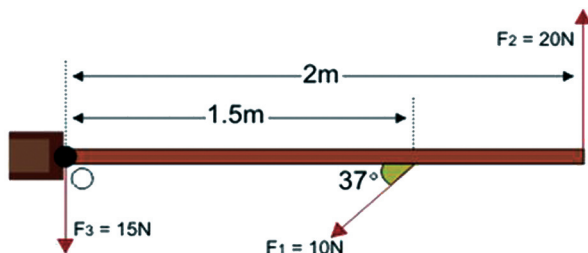
$$M_1 = F_1 d_1 \quad \text{و} \quad M_2 = -F_2 d_2$$

$$M = M_1 + M_2 = F_1 d_1 + (-F_2 d_2)$$

حالا یک جسم ساکن را در نظر می‌گیریم:  
 اگر مومنت محصله بر جسم مثبت باشد، پس جسم به جهت مثبت به دوران آغاز می‌کند،  
 و اگر مومنت محصله بر جسم منفی باشد، جسم به جهت منفی به دوران آغاز می‌کند. در  
 حالت خاص اگر مومنت به علت عمل قوه‌ها صفر باشد، یعنی مومنت محصله در جهت  
 گردش عقربه‌ ساعت مساوی با مومنت مخالف عقربه‌ ساعت (از نظر مقدار) باشد، در آن  
 صورت جسم به دوران شروع نمی‌کند.

## مثال

سه قوه قرار شکل (1-36) مقابل بر یک دروازه عمل می‌کند:



شکل (1-36)

الف) مومنت محصله را که بر دروازه عمل می‌کند، دریافت می‌کنیم.  
 ب) قیمت اصغری قوه چهارم را سنجش می‌نماییم که بتواند از دوران دروازه جلوگیری کند،  
 سمت و نقطه تأثیر آن را مشخص می‌نماییم.

$$(\cos 37^\circ = 0,8 \quad \sin 37^\circ = 0,6)$$

## حل

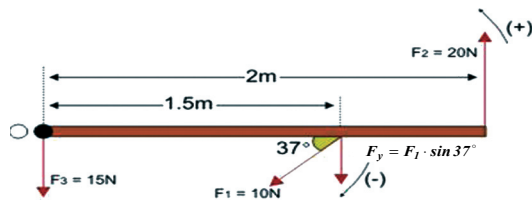
الف) مرکبه عمودی قوه  $F_1$  یک دوران موافق به عقربه ساعت (-) و قوه  $F_2$  یک دوران مخالف  
 عقربه ساعت (+) را به وجود می‌آورند. قوه  $F_3$  هیچ دورانی را به وجود نمی‌آورد؛ زیرا قوه در  
 نقطه دوران عمل می‌کند، بنابراین آن می‌توانیم بنویسیم:

$$M_1 = -F_1 \cdot d_1 = -F_1 d_1 \cdot \sin \theta$$

$$M_1 = -(10N)(1.5m)0.6$$

$$M_1 = -9Nm$$

$$M_2 = F_2 \cdot d_2 = (20N)(2m) = 40Nm$$



شکل (1-37)

بنابر این مومنت محصله در گرداگر نقطه O عبارت است از:

$$\sum M = -M_1 + M_2 = -9Nm + 40Nm = 31Nm$$

چون در این جا، مومنت محصله، مثبت به دست آمده است، بنابر این دروازه به جهت مخالف عقربه ساعت چرخ می خورد که قیمت مومنت آن  $31Nm$  است.

ب) چون مومنت محصله مخالف عقربه ساعت است و مقدار آن  $31Nm$  می باشد، این گفته چنین معنی می دهد که برای این که دروازه دوران نتواند، باید یک مومنت موافق به جهت عقربه ساعت به کمیت  $31Nm$  بر آن تأثیر کند. قوه اصغری که این مومنت را تولید کرده می تواند، باید بر دورترین نقطه از محور دوران یعنی به فاصله دو متر دورتر از نقطه تأثیر عموداً عمل کند، پس داریم که:

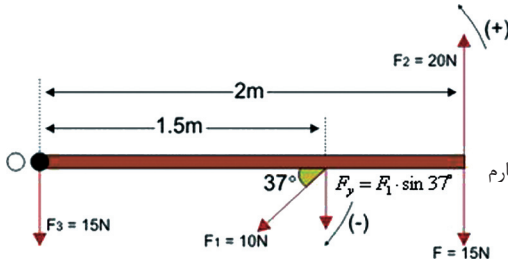
$$M_2 = F_{\min} \cdot d$$

$$F_{\min} = \frac{M_2}{d} = \frac{31N \cdot m}{2m}$$

$$F_{\min} = 15.5N = \text{قیمت اصغری قوه چهارم}$$

این قوه باید بر جهت مخالف قوه  $F_2$  اثر کند.

شکل (1-38)



### تجربه

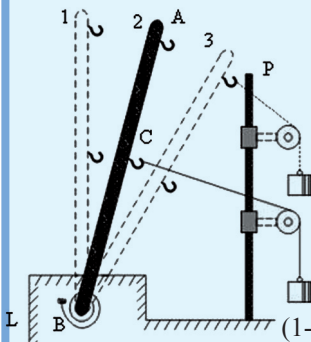


یک میله فلزی AB را طوری در نظر می گیریم که یک طرف آن در نقطه B محور L توسط یک فنر مارپیچ اتصال داده شده است. در این میله چنگک هایی تعبیه شده که با تار وصل هستند و این تار از روی چرخ ثابتی عبور می کند که بر پایه P محکم شده است. در انجام دیگر تار می توان قوهها (اوزان) را آویزان کرد. در شکل مقابل که میله در حالت 1 قرار دارد، هیچ قوهایی بر آن تأثیر نکرده و دوران هم به وجود نیامده است.

در حالت 2، قوه به چنگک وسطی بر میله تأثیر می کند، و در این حالت میله یک دوران را در شکل نشان می دهد. بازوی قوه، عبارت از فاصله بین نقطه اتصال قوه با میله (نقطه C) تا مرکز دوران (نقطه B) می باشد.

در حالت 3 که هم قوه و هم بازوی قوه زیاد شده اند، دوران هم زیاد شده است. این تجربه هم چنان ثابت می کند که مومنت قوه یک راست متناسب به طول بازوی قوه و مقدار قوه است. پس تعریف زیر را برای مومنت قوه ارایه کرده می توانیم:

اگر قوه بر خطی که نقطه تأثیر آن را با مرکز دوران وصل می کند، طور عمود عمل کند، حاصل ضرب قوه با فاصله بی که بین نقطه تأثیر قوه و مرکز دوران قرار دارد به نام مومنت قوه یاد می شود.



شکل (1-39)



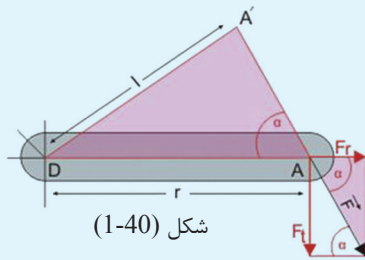
### تجربه

اکنون حالتی را در نظر می‌گیریم که در شکل (1-40) نشان داده شده است. در این شکل می‌بینیم که قوه  $F$  به طور مایل بر خطی اثر می‌نماید که آن خط، نقطه تأثیر  $A$  را با نقطه دوران  $D$  وصل می‌کند، در این حالت قوه نمی‌تواند به طور کامل اثر خویش را ظاهر سازد، زیرا نقطه تأثیر قوه بر یک خط دایره‌یی به حول نقطه دوران حرکت می‌کند، پس در این حالت، تنها قوه مرکبه مماسی (تانجانتی)  $F_t$ ، اثر دورانی دارد، و مرکبه شعاعی  $F_r$  اثر یک قوه کشش بر محور را دارد و مومنت قوه عبارت است از:  $M = F_t \cdot r$ . اگر قوه را بر استقامت خط تأثیرش تا نقطه تغییر موقعیت بدهیم که بر  $DA'$  عمود واقع شود، پس در این صورت مومنت قوه توسط رابطه زیر افاده شده می‌تواند:  $M = F \cdot l$ . در افاده اخیر ( $l$ ) عبارت از طول عمودی است که از نقطه دوران بر خط تأثیر قوه کشیده می‌شود. چون هر دو مومنت با هم مساوی هستند و هم از تشابه دو مثلث نشانی شده به دست می‌آید که:

$$F : F_t = r : l \quad \text{یا} \quad F \cdot l = F_t \cdot r$$

در صورتی که به جای بازوی دوران، عمود  $l$  را به کار ببریم، بازهم تعریفی را که از این پیش از مومنت قوه شده بود، در این حالت هم به دست می‌آوریم.

بازوی قوه (بازوی دوران)، عبارت از طول خط عمودی است که از مرکز دوران بر خط تأثیر قوه کشیده می‌شود. و این تعریف در همه حالات صدق می‌کند.



شکل (1-40)

### واحد مومنت

اگر قوه را به نیوتن ( $N$ ) و فاصله را به متر ( $m$ ) اندازه کنیم، واحد اندازه‌گیری مومنت قوه عبارت از نیوتن متر است که این طور ارایه می‌گردد:

$$[M] = F \cdot L = [N \cdot m]$$

اگر قوه را به داین ( $dyne$ ) و فاصله را به سانتی متر ( $cm$ ) اندازه کنیم، واحد اندازه‌گیری مومنت قوه عبارت از  $dyne \cdot cm$  می‌باشد.

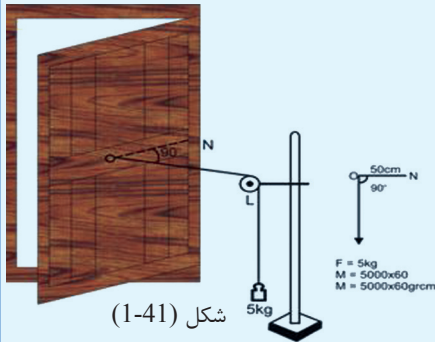


برای این که اثر مومنت قوه را مشاهده کرده وهم به اثبات بر سانیم که مومنت قوه، مساوی به حاصل ضرب قوه با فاصله‌ی است که نقطه‌ی تأثیر قوه از مرکز دوران دارد، تجربه‌ی ساده‌ی زیر را در گروه‌ها عملی می‌کنیم که با یک پله دروازه صورت می‌گیرد.

یک پله تاحدی سنگین دروازه بر روی یک لخک استوار بوده و با چوکات اتصال دارد. در قسمتی از چوکات وسطی این پله، یک چنگک نصب شده است و این چنگک با تار وصل است و تار از روی یک چرخ ثابت (پلی) عبور می‌کند، طوری که انجام تار با یک کفه ترازو در ارتباط می‌باشد. مومنت چرخ را طوری انتخاب می‌کنیم که تار بر پله دروازه عمود واقع شود. اگر چرخ در نقطه‌ی  $L$  قرار داشته باشد و نقطه‌ی اتصال تار را با چوکات وسطی دروازه با  $O$  و نقطه‌ی تقاطع خطی که نقطه‌ی  $O$  را به چوکات جانبی (لخک) دروازه وصل می‌کند با  $N$  نشان داده شوند، زاویه  $\angle LON = 90^\circ$  می‌باشد.

حالا در کفه ترازو تا وقتی وزنه‌ها را می‌گذاریم که دروازه شروع به حرکت کند. وقتی که دروازه به حرکت می‌آید به معنای این است که وزن (قوه) سبب تولید یک مومنت شده است. سپس وزن را از کفه ترازو بر می‌داریم و مقدار وزن و طول فاصله  $ON$  را یادداشت می‌کنیم. در این حال اگر قوه را  $F_1$  و فاصله  $ON$

را  $d_1$  بگوییم، مومنت قوه طور زیر افاده می‌شود:  $M_1 = F_1 \times d_1$ .....1



دروازه را واپس به حالت اولی اش می‌آوریم. این بار چنگک را از جای اولی اش کشیده و به یک نقطه‌ی دیگر دروازه که با چوکات (لخک) و چپراس نزدیک تر است، نصب می‌کنیم. در این حالت نیز چرخ را به موقعیتی قرار می‌دهیم که تار به دروازه عمود واقع شود. سپس به پله ترازو، وزن می‌گذاریم، تا آن که دروازه به حرکت شروع کند. بعد وزن را از کفه ترازو بر می‌داریم. مقدار وزن  $F_2$  را با طول  $ON$  که این بار به  $d_2$  ارایه می‌شود، اندازه می‌کنیم.

دیده می‌شود که در این دفعه برای به حرکت در آوردن دروازه (تولید مومنت قوه) وزن بیشتر از وزن بار اول به کار رفته است یعنی:  $M_2 = F_2 \times d_2$ .....2

این کار، را بار سوم زیر همان شرایط تکرار می‌کنیم و موقعیت نقطه‌ی  $O$  را با چپراس خیلی نزدیک انتخاب می‌کنیم و تجربه را با همان شیوه پیشتر ادامه می‌دهیم. باز هم از اندازه‌گیری وزن (قوه)  $F_3$  و  $d_3$  فاصله نتیجه به دست می‌آید که در بار سوم برای به حرکت در آوردن دروازه به قوه بیشتر از حالت دوم ضرورت بوده است.  $M_3 = F_3 \times d_3$ .....3

برای نتیجه گیری، اگر حاصل ضرب قوه با فاصله را که برای هر بار به دست آمده است، با هم مقایسه کنیم، دیده می‌شود که دارای قیمت‌های مساوی می‌باشند، یعنی:


$$F_1 \times d_1 = F_2 \times d_2 = F_3 \times d_3$$

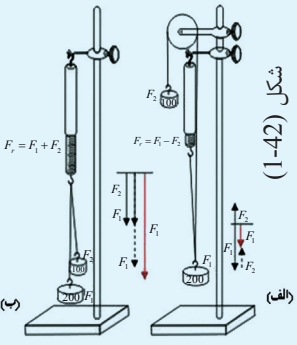
$$M_1 = M_2 = M_3$$

لازم است نتایج کار گروهی خود را برای مباحثه بیشتر به هم‌صنفان تان ارایه نمایید.

## 1-5: قوه‌های موازی

در این درس مطالعه خواهیم کرد که دو قوه موازی بر یک جسم چگونه تأثیر می‌کنند و چطور می‌توانیم محصله آن‌ها را به دست آوریم، برای این منظور فعالیت‌های زیر را انجام می‌دهیم.





شکل (1-42)

### فعالیت الف

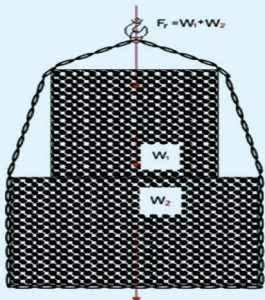
دو قوه  $F_1$  و  $F_2$  را به‌طور موازی و در جهت مخالف، بر چنگک یک قوه سنج مطابق شکل (الف، 1-42) آویزان می‌کنیم. طول قوه سنج به سبب تأثیر قوه مجموعی  $F_r$  طویل گردیده و نشان می‌دهد که:

$$F_r = F_1 \times F_2$$

### فعالیت ب

دستگاه تجربی را مطابق شکل (ب، 1-42) تغییر می‌دهیم، طوری که قوه‌های  $F_1$  و  $F_2$  به‌طور موازی و هم جهت با هم قرار گیرند. در این حالت قوه سنج، قوه محصله  $F_r$  را در عمل چنین نشان می‌دهد:

$$F_r = F_1 + F_2$$



شکل (1-43)

### فعالیت ج

دو جسمی را که دارای وزن‌های معلوم  $W_1$ ,  $W_2$  می‌باشند، مطابق شکل (1-43) روی هم قرار داده و هر دو را ذریعه یک چنگک به قوه سنج آویزان می‌کنیم. هنگام تعادل وزن‌ها در قوه سنج، دیده می‌شود که قوه سنج، قوه مجموعی وزن‌های هر دو جسم را نشان می‌دهد. یعنی:

$$F_r = W_1 + W_2$$

از مشاهده تجربه‌های نمایشی بالا می‌توان به نتیجه رسید که: هرگاه قوه‌های موازی به یک نقطه یک جسم عمل کنند، اگر این قوه‌ها هم جهت باشند، محصله آن‌ها عبارت از حاصل جمع قوه‌های مذکور می‌باشد و اگر قوه‌ها دارای جهت‌های مخالف باشند، محصله قوه‌ها مساوی به حاصل تفریق آن‌ها است. از بحث بالا می‌توان نتیجه گرفت که دو قوه زمانی در حالت تعادل قرار گرفته می‌تواند که محصله آن‌ها مساوی به صفر یعنی  $\sum F = 0$  گردد و این در حالتی ممکن است که مقدار هر دو قوه با هم مساوی ولی جهت‌های آن‌ها مخالف باشند.



چون نقطه تأثیر یک قوه را می‌توان طور کیفی روی خط تأثیر آن قوه تغییر مکان داد و این قاعده برای همه قوه‌های موازی که در یک نقطه و یا روی عین خط تأثیر می‌کنند، تطبیق می‌شود، بنابر آن می‌توان ادعا کرد که:

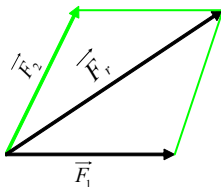
هرگاه دو قوه در عین نقطه یا در عین خط تأثیر کنند، زمانی در حالت تعادل قرار گرفته می‌توانند که دارای مقدارهای مساوی بوده و سمت‌های مخالف داشته باشند.

## تجزیه یک قوه

چنانکه پیش از این مطالعه نمودیم، ما به حالت‌های روبرو می‌شویم که چندین قوه بر یک جسم تأثیر می‌کنند و ما ضرورت داریم تا محصله یا نتیجه قوه‌ها را بشناسیم، یعنی هم سمت محصله را بشناسیم و هم مقدار آن را دریافت کرده بتوانیم. از جانب دیگر گفته می‌توانیم که هر قوه‌یی که ما به آن سروکار داریم، می‌تواند خودش یک قوه محصله باشد که از ترکیب دو و یا بیشتر از دو قوه به‌دست آمده باشد.

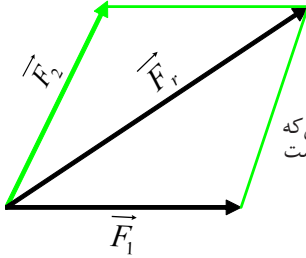
در حوادث فیزیکی و تخریکی بیشتر ما به چنین مسایل برمی‌خوریم که ناگزیریم برای اجرای محاسبات، اجزای یک قوه را بشناسیم. یعنی همان طوری که دریافت محصله قوه‌ها موضوع با اهمیتی است، دریافت اجزای یک قوه یا به عباره دیگر مرکبه‌های قوه که باعث ترکیب قوه شده‌اند، نیز به همان اندازه اهمیت دارد. در چنین حالت‌ها بیشتر جهت‌ها یا سمت‌های قوه‌های جزء (مرکبه‌ها) داده می‌شوند و مقدار (بزرگی) آن‌ها دریافت می‌گردد. برای دریافت مرکبه‌ها به طریق هندسی چنین عمل می‌شود:

از انجام قوه محصله، موازی‌ها به خطوطی کشیده می‌شود که جهت‌های قوه‌های مرکبه را نشان می‌دهند، و در نتیجه یک متوازی الاضلاع به وجود می‌آید که اضلاع آن، قوه‌های مرکبه را نشان می‌دهد، شکل (1-44).



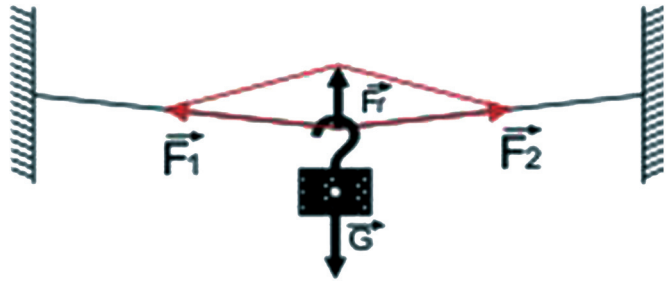
شکل (1-44)  
تجزیه قوه با مرکبه‌های نا معلوم

در شکل (1-44) تجزیه قوه با یک مرکبه نا معلوم، و در شکل (1-45) تجزیه قوه در صورتی که جهت‌ها داده شده است، نشان داده شده‌اند.



شکل (1-45)  
تجزیه قوه در صورتی که  
جهت‌ها داده شده است

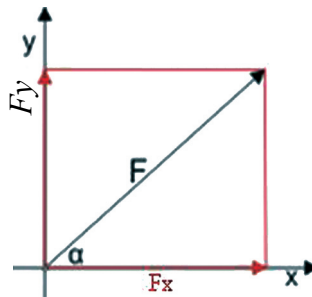
شکل (1-46) مثال دیگری، از تجزیه قوه در حالت آویزان بودن یک جسم بالای یک ریسمان را نشان می‌دهد و گروه‌های تزیینی برق یک جاده نیز می‌تواند مثال خوبی از این قبیل باشد.



شکل (1-46)  
تجزیه قوه در حالت آویزان بودن  
یک جسم

### محاسبه الجبری قوه محصله چندین قوه

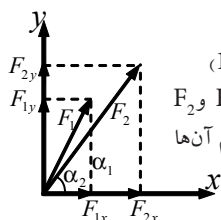
برای به دست آوردن محصله چندین قوه به طریق محاسبه‌یی، نخست همه قوه‌ها را در یک سیستم مختصات قائم به مرکبه‌های  $(x, y)$  تجزیه می‌کنیم، به طور مثال شکل (1-47) قوه  $F$  را نشان می‌دهد که به مرکبه‌های  $F_x = F \cos \alpha$  و  $F_y = F \sin \alpha$  تجزیه شده است.



شکل (1-47)

تجزیه قوه  $F$  به مرکبه‌های قائم آن

به اساس قاعدهٔ بالا، قوه‌های  $F_1$  و  $F_2$  را در نظر گرفته مرکب‌های آن‌ها را چنین می‌توان نوشت:



شکل (1-48)

تجزیهٔ قوه‌های  $F_1$  و  $F_2$  به مرکب‌های قائم آن‌ها

$$F_{1x} = F_1 \cos \hat{\alpha}_1$$

$$F_{1y} = F_1 \sin \hat{\alpha}_1$$

$$F_{2x} = F_2 \cos \hat{\alpha}_2$$

$$F_{2y} = F_2 \sin \hat{\alpha}_2$$

$$F_{rx} = F_{1x} + F_{2x} + \dots$$

$$F_{ry} = F_{1y} + F_{2y} + \dots$$

$$F_{rx} = \sum F_x$$

$$F_{ry} = \sum F_y$$

با استفاده از مرکب‌های قوه‌ها می‌توانیم قوهٔ محصله و زاویه‌ی آن را که با محور X می‌سازد، چنین حساب نماییم:

$$F_r = \sqrt{F_{rx}^2 + F_{ry}^2}, \quad \tan \hat{\alpha}_r = F_{ry} / F_{rx}$$

در صورتی که تعادل برقرار باشد، پس باید محصله مساوی به صفر باشد، این موضوع زمانی ممکن است که مجموع هر یک از مرکب‌های قوهٔ محصله مساوی به صفر شود یعنی:

$$\sum F_x = F_{1x} + F_{2x} + \dots = 0 \quad \sum F_y = F_{1y} + F_{2y} + \dots = 0$$

باید توجه کرد که برای حل حسابی یک مسألهٔ مربوط به تجزیهٔ قوه‌ها، شیوه‌هایی که مورد استفاده قرار می‌گیرد، بر اساس قیمت‌های داده شده متفاوت می‌باشد.

بیشتر می‌توان قوه‌های مطلوب را با استفاده از قواعد مثلثات از روی مضلع قوه‌ها محاسبه کرد. در سایر حالات، می‌توان تشابه مضلع قوه را با یک مثلث معلوم و یا در صورت شکل‌های دارای زوایای قائمه از قانون فیثاغورث استفاده کرد.

## مثال

1. در یک گولایی سرک که در آن یک موتور برقی حرکت می‌کند، سه کیبل هوایی برای محکم گرفتن کیبل بالایی موتور برقی، در یک نقطهٔ A یک عمارت بسته شده است. مقدار و سمت قوه‌های کشش، در شکل نشان داده شده است. سمت و مقدار قوهٔ مجموعی را محاسبه می‌نماییم.

$$F_1 = 1050N$$

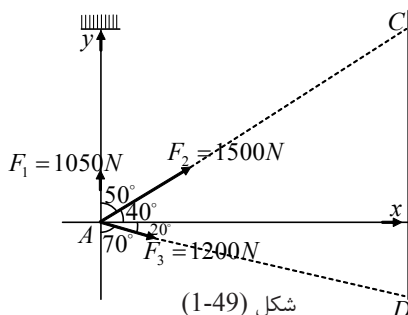
$$F_2 = 1500N$$

$$F_3 = 1200N$$

$$\hat{\alpha}_1 = 90^\circ \begin{cases} \sin 90^\circ = 1 \\ \cos 90^\circ = 0 \end{cases}$$

$$\hat{\alpha}_2 = 40^\circ \begin{cases} \sin 40^\circ = 0.6428 \\ \cos 40^\circ = 0.7660 \end{cases}$$

$$\hat{\alpha}_3 = -20^\circ \begin{cases} \sin 20^\circ = 0.3420 \\ \cos 20^\circ = 0.9397 \end{cases}$$



شکل (1-49)

$$F_{1x} = F_1 \cos 90^\circ = 1050 \times 0 = 0$$

$$F_{2x} = F_2 \cos 40^\circ = 1500 \times 0.766 = 1149N$$

$$F_{3x} = F_3 \cos -20^\circ = 1200 \times 0.9397 = 1127N$$

$$F_{1y} = F_1 \sin 90^\circ = 1050 \times 1 = 1050N$$

$$F_{2y} = F_2 \sin 40^\circ = 1500 \times 0.642 = 963N$$

$$F_{3y} = F_3 \sin -20^\circ = 1200 \times -0.342 = -410N$$

$$F_{rx} = 2276N$$

$$F_{ry} = 1603N$$

از شکل دیده می‌شود که مرکبۀ  $F_{3x}$  روی قسمت (+) محور (X) ولی مرکبۀ  $F_{3y}$  روی جهت منفی محور (Y) قرار دارد؛ بنابراین این علامه‌های آن به ترتیب (+) و (-) در نظر گرفته شده‌اند. برای دریافت سمت و مقدار قوهٔ مجموعی (محصله) داریم که:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_{ry}}{F_{rx}} = \frac{1603N}{2276N} = 0.7043 \Rightarrow \hat{\alpha} = (35.2)^\circ$$

$$F_r = \sqrt{F_{rx}^2 + F_{ry}^2} = \sqrt{(2276N)^2 + (1603N)^2} \quad \text{به همین ترتیب:}$$

$$F_r = \sqrt{5180176N^2 + 2569609N^2} = \sqrt{7749785N^2} = 2783.843N$$

## مثال دوم

یک زینۀ پایه فولادی روی یک سطح میلان دار قرار دارد. قوهٔ وزن  $W = 700N$  یک شخصی که بر نقطهٔ بالایی زینه ایستاده شده باشد، چگونگی تقسیم آن را بر دو پایهٔ زینه نشان می‌دهیم؟

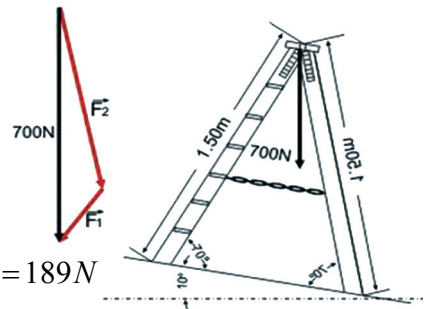
## حل

از زاویه‌های که در نتیجهٔ ترسیم‌ها به دست می‌آیند، یک مضلع قوه‌ها با زاویه‌های  $10^\circ$ ،  $30^\circ$  و  $140^\circ$  حاصل می‌شود. با استفاده از قاعدهٔ سین می‌توان نوشت:

$$\frac{700N}{\sin 140^\circ} = \frac{F_1}{\sin 10^\circ} = \frac{F_2}{\sin 30^\circ}$$

$$\Rightarrow F_1 = \frac{700N \times \sin 10^\circ}{\sin 140^\circ} = \frac{700 \times 0.1736}{0.6428} = \frac{121.52}{0.6428} = 189N$$

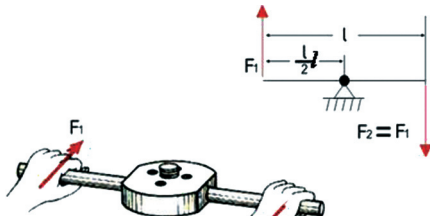
$$F_2 = \frac{700N \times \sin 30^\circ}{\sin 140^\circ} = \frac{700 \times 0.5}{0.6428} = \frac{350}{0.6428} = 544.492 \approx 544N$$



شکل (1-50)

## 6-1: زوج قوه

هر قوه‌یی که بر یک جسم اثر کند و جسم قابلیت دوران داشته باشد، این قوه به حیث یک قوه کشش و یا قوه فشار، بر محور دوران جسم عمل می‌کند. از این سبب است که این قوه در نقاطی که محور دوران به آن‌ها اتکاء و یا اتصال دارد، قوه عکس العمل را به وجود می‌آورد و در نتیجه این قوه به صورت عموم یک مومنت دوران را تولید می‌کند. اگر موقعیت محور تغییر داده شود، بیشتر بازوی قوه و مومنت دورانی که قوه به وجود می‌آورد نیز تغییر می‌خورد. بر عکس هرگاه دو قوه مساوی و موازی که دارای جهت‌های متقابل باشند، عموداً بر یک محور و بر دو نقطه متفاوت یک جسم اثر کنند، آن‌ها را زوج قوه‌ها می‌گویند. در یک زوج قوه، هر دو قوه تأثیرات هم‌دیگر را بر محور از بین می‌برند.



شکل (1-51)

زوج قوه‌ها در یک دستگاه چوری کشی

مومنت دوران یک زوج قوه، صرف نظر از این که محور دوران در کدام موقعیت قرار داشته باشد، همیشه عین قیمت را دارد. مومنت دوران در یک زوج قوه برای قوه‌های  $F_1 = F_2 = F$  با فاصله متقابل  $l$  بین خطوط تأثیر آن‌ها دارای قیمت ذیل است:

$$M = F \cdot l = \text{مومنت دوران یک زوج قوه}$$

از روی شکل می‌توان گفت که اگر محور دوران از یکی از دو خط تأثیر عبور نموده؛ ولی نقطه دوران ( $D_1$ ) خارج از آن‌ها قرار داشته باشد، در آن صورت مومنت دوران چنین ارایه شده

$$M = F_1(l + S_1) - F_2 S_2 = F \cdot l$$

اگر محور دوران بین  $F_1$  و  $F_2$  مثلاً در موقعیت  $D_2$  واقع شده باشد، مومنت را چنین می‌نویسیم:

$$M = F_1 S_2 + F_2(l - S_2) = F \cdot l$$

چون  $(F_1 = F_2 = F)$  اند، بنابر این در صورت که نقطه دوران،  $D_1$  باشد:

$$M = F_1(L + S_1) - F_2 S_1 \quad (\text{علامه به علتی منفی است که } F_2 \text{ به طرف چپ } D_1 \text{ وهم مخالف } F_1 \text{ است})$$

$$M = F_1 L + F_1 S_1 - F_2 S_1$$

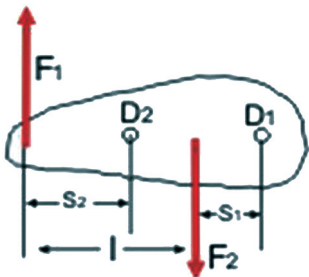
$$M = FL + (F - F)S_1 = FL + 0 = F \cdot L$$

و در صورتی که نقطه دوران،  $D_2$  باشد داریم که:

$$M = F_1 \cdot S_2 + F_2(L - S_2)$$

$$= F_1 S_2 + F_2 L - F_2 S_2$$

$$M = FS_2 + FL - FS_2 = F \cdot L$$

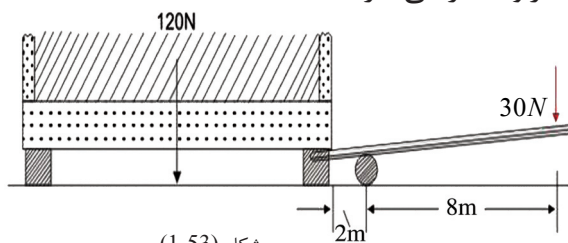


شکل (1-52)

مومنت دوران یک زوج قوه به

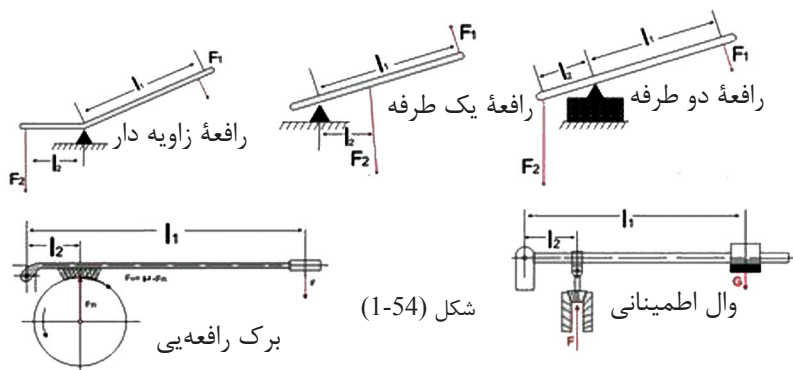
موقعیت مرکز دوران ارتباط ندارد

پس با نظر داشت توضیح‌های یاد شده، مومنت را می‌توان چنین بیان کرد: یک زوج قوه بدون در نظر داشت موقعیت مرکز دوران (نقطه دوران)، همیشه دارای عین مومنت دوران می‌باشد. در تخنیک، رافعه‌ها بر اساس پرنسیب زوج قوه‌ها کار می‌نمایند و آن‌ها را بیشتر به شکل یک میله مستقیم یا یک میله زاویه دار می‌سازند.



شکل (1-53)

در یک رافعه‌یی که به شکل میله است، اگر مرکز دوران آن در یک انجام میله قرار داشته باشد، این میله را رافعه یک طرفه نام می‌دهند و اگر مرکز دوران در انجام‌ها قرار نداشته باشد، رافعه را رافعه دو طرفه می‌نامند و همچنان رافعه‌ای که شکل یک زاویه دار دارد، آن را رافعه زاویه دار می‌نامند. در شکل‌های (1-54) زیر شما انواع مختلف رافعه‌ها را دیده می‌توانید.



شکل (1-54)

قانون رافعه این امکان را برای ما می‌دهد که در یک طرف رافعه، با تطبیق یک مقدار کوچک قوه که بر یک بازوی دراز اثر می‌کند، در طرف دیگر رافعه با بازوی کوچک (کوتاه)، قوه‌یی را با مقدار بزرگ‌تر به دست آوریم. از همین لحاظ است که رافعه‌ها در زنده‌گی روزمره و در تخنیک موارد استعمال زیاد دارند. یعنی در یک طرف رافعه مقدار کم قوه را به کار می‌بریم و در آن طرف دیگر رافعه مقدار بیشتر قوه را به دست می‌آوریم، یعنی در قوه فایده می‌کنیم. به همین ترتیب با استعمال رافعه، در فاصله هم می‌توان امتیاز حاصل کرد. چنانچه اگر یک قوه با بازوی کوچک در یک طرف رافعه عمل کند، در طرف دیگر رافعه قوه‌یی که عمل خواهد کرد، دارای یک بازوی بزرگ است. دست انسان و ماشین تایپ مثال‌های دیگر مربوط به این بحث بوده می‌توانند.



## 7-1: شرایط عمومی تعادل

هرگاه چندین قوه بر نقاط مختلف یک جسم عمل کند و جسم در حالت تعادل قرار داشته باشد، این معنی را می‌دهد که محصله تمام قوه‌های مؤثر بر جسم مساوی به صفر می‌باشد، و برعکس اگر این شرط تحقق نیابد، قوه محصله باعث تولید تعجیل یا شتاب در جسم گردیده و این تعجیل، جسم را در یک حرکت انتقالی قرار می‌دهد. جسمی که در حالت تعادل قرار دارد، نباید دوران داشته باشد و برای تحقق این مطلب لازمی است که مجموع مومنت‌های دوران به گرداگرد یک نقطه کیفی دوران، نیز مساوی به صفر شود، و اگر این شرط تحقق نیابد، مومنت محصله، جسم را به یک حرکت دورانی وا می‌دارد.

هر دو شرط بالا را شرایط عمومی تعادل قبول کرده‌اند. پس در صورتی که چند قوه در نقاط مختلف و کیفی یک جسم عمل کنند، این جسم وقتی در حالت تعادل قرار می‌گیرد که دو شرط زیر در آن تحقق یابد:

**شرط اول:** محصله قوه‌های عامل بر آن باید مساوی به صفر باشد.

**شرط دوم:** مجموعه تمام مومنت‌های دوران، به گرداگرد یک نقطه کیفی دوران در جسم باید مساوی به صفر باشد. در بسیاری از مسایل و حالاتی که پیش می‌آید، قوه‌ها در یک مستوی قرار می‌داشته باشند، در غیر آن مسئله را می‌توان به اجزای متعددی طوری تجزیه کرد، که همه قوه‌های موجود، در یک مستوی واقع شوند. برای این که شرایط تعادل را توسطه فارمول‌های ریاضی بیان کرده بتوانیم، در همان مستوی که قوه‌ها قرار دارند، یک سیستم کمیات وضعیه را بر قرار می‌سازیم و قوه‌های وارده را به  $F_1, F_2, \dots$  و علامه‌گذاری می‌کنیم و هم‌چنان مرکبه‌های قوه‌ها را به  $F_1x$  و  $F_2x$  هم‌چنان به  $F_1y$  و  $F_2y$  و ... نشان داده و بازوهای قوه را نظر به یک نقطه کیفی دوران را با  $L_1, L_2$  و ... علامه‌گذاری می‌نماییم. که در نتیجه آن معادله‌های زیر به دست می‌آیند:

1 - مجموع قوه‌های که افقی عمل می‌کنند مساوی به صفر است. یعنی:

$$F_1x + F_2x + F_3x + \dots = 0 \Rightarrow \sum F_x = 0$$

2 - مجموع قوه‌های که عمودی عمل می‌کنند مساوی به صفر است.

$$F_1y + F_2y + F_3y + \dots = 0 \Rightarrow \sum F_y = 0$$

3 - مجموعه مومنت‌های دوران مساوی به صفر است.

$$F_1l_1 + F_2l_2 + F_3l_3 + \dots = 0 \Rightarrow \sum M = 0$$

با آن چه درباره شرایط تعادل گفتیم، اینک در ابتداء بر شرط اول تعادل دوباره مرور نموده، مسایل و تمرین‌ها را درباره آن حل می‌کنیم:

## شرط اول تعادل

هر جسمی که در حالت تعادل است، قوهٔ محصله (جمع وکتوری همه قوه‌ها بر جسم) باید

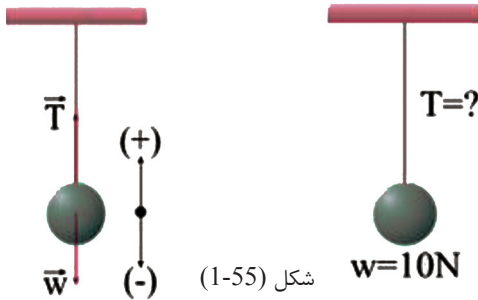
$$\sum F = 0 \quad \text{یا} \quad \vec{R} = 0 \quad \text{یعنی: مساوی به صفر باشد}$$

و اگر به تعداد (n) قوه بر جسم عمل کند، داریم که:

$$F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n = 0$$

$$F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \dots + F_{nx} = 0$$

$$F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \dots + F_{ny} = 0$$



شکل (1-55)

## مثال

یک گروپ برق به وزن 10N توسط یک سیم به سقف خانه آویزان شده و به حالت سکون قرار دارد. قوهٔ کشش سیم ( $\vec{T}$ ) را محاسبه می‌نماییم:

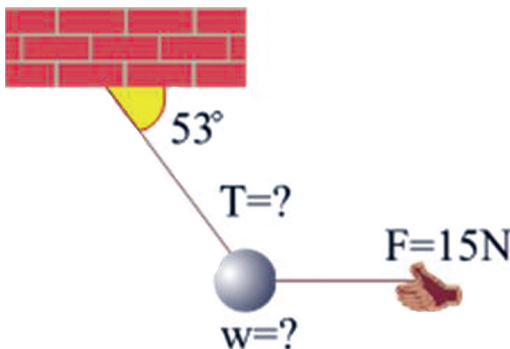
## حل

چون جسم به حالت سکون است، پس قوه‌های عامل بر آن به حالت تعادل هستند. یعنی:

$$\sum F = 0 \Rightarrow T + (-W) = 0, \quad T - W = 0, \quad T = w, \quad T = 10N$$

## مثال

جسمی که توسط یک تار آویزان شده است، توسط یک قوهٔ 15N که به طور افقی عمل نموده و مطابق شکل جسم را در تعادل نگاه‌داشته است، کشیده می‌شود قوهٔ کشش را که بر تار عمل می‌کند محاسبه نموده و هم وزن جسم را به دست می‌آوریم، در حالی که  $\cos 53^\circ = 0.6$  و  $\sin 53^\circ = 0.8$  باشند.



شکل (1-56)

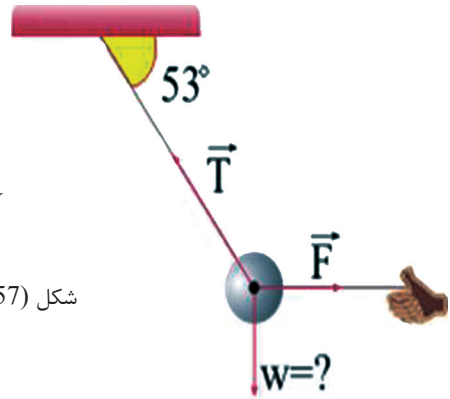
## حل

در این جا سه قوه که در حال تعادل هستند، بر جسم تأثیر می کنند. این سه قوه عبارتند از:  
 ۱- قوه وزن جسم ( $W$ )، ۲- قوه وارده ( $F$ ) که بر جسم عمل می کند و ۳- قوه کشش ( $T$ )  
 که بر تار عمل می کند. نخست این سه قوه را به یک سیستم مختصات قائم انتقال می دهیم.  
 سپس شرط اول تعادل را در هر دو محور  $X$  و  $Y$  بر جسم تطبیق می کنیم.  
 - تطبیق شرط تعادل بر محور  $X$ :

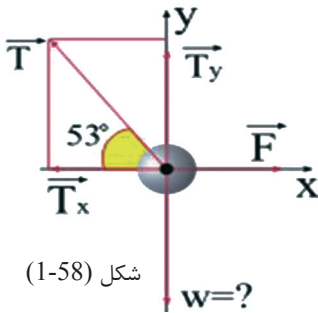
$$\sum F_x = 0$$

$$F - T_x = 0, \quad T_x = F$$

$$T \cdot \cos 53^\circ = 15N \rightarrow T \times 0.6 = 15N \Rightarrow T = 25N$$



شکل (1-57)



شکل (1-58)

- حالا شرط اول تعادل را بر محور  $Y$  تطبیق می نماییم:

$$\sum F_r = 0$$

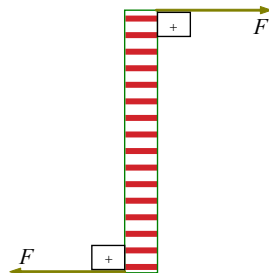
$$T_r - W = 0 \Rightarrow T_r = W$$

$$W = T \cdot \sin 53^\circ = 25N \times 0.8$$

$$W = 20N$$

## شرط دوم تعادل

یک جسم با آن که شرط اول تعادل را پوره کرده است، با آن هم می تواند در حالت تعادل قرار نداشته باشد. به شکل (1-59) توجه نمایید. قوه محصله بر جسم مساوی به صفر است، ولی جسم به حالت سکون باقی مانده نمی تواند. از این جا می توان گفت: برای جسمی که در حالت تعادل قرار داشته باشد، شرط دیگری هم ضرورت است.



شکل (1-59)

پس شرط دوم برای این که یک جسم در حالت تعادل باشد، این است که باید محصلهٔ مومنت‌ها (مجموعهٔ تورک‌ها) که بر جسم عمل می‌کند، مساوی به صفر باشد. یعنی:

$$\sum M = 0$$

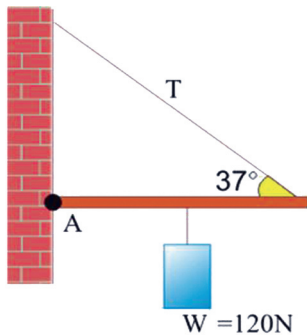
اگر به تعداد (n) قوه بر جسم، مومنت تولید کند، داریم:

$$M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_n = 0$$

اگر  $\sum F = 0$  ولی  $\sum M \neq 0$  باشد، در این حال جسم در حالت تعادل انتقالی قرار دارد و در این حال، جسم شتاب نمی‌گیرد؛ بلکه شروع به دوران می‌کند. و اگر  $\sum F \neq 0$  ولی  $\sum M = 0$  باشد، جسم در حالت تعادل دورانی است، یعنی که جسم شروع به دوران نمی‌کند؛ بلکه شتاب دارد.

### مثال

یک انجام یک دستک چوبی بسیار سبک که فرض می‌کنیم دارای وزن نیست، در نقطهٔ A و انجام دیگر آن به وسیلهٔ یک ریسمان به دیواری وصل گردیده. یک جسم به وزن 120N مطابق شکل از نقطهٔ وسطی دستک آویزان شده است.



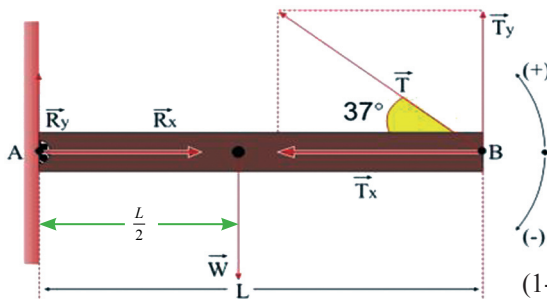
شکل (1-60)

1. قوهٔ کشش (T) را در ریسمان دریافت می‌نماییم.
  2. قوهٔ عکس‌العمل (R) که دیوار بر دستک در نقطهٔ A عمل می‌کند چند است به دست می‌آوریم.
- در صورتی که  $(\sin 37^\circ = \cos 53^\circ = 0.6$  و  $\sin 53^\circ = \cos 37^\circ = 0.8)$  باشند.

### حل

قوه‌هایی که بر جسم عمل می‌کنند، در شکل نشان داده شده است.  $R_x$  و  $R_y$  مرکبه‌های قوه‌یی است که دیوار بر دستک چوبی وارد می‌کند. مومنت‌های (تورک‌ها) که  $R_x$  و  $R_y$  به وجود می‌آورند، مساوی به صفر هستند، زیرا این دو قوه در نقطهٔ دوران بر دستک عمل می‌کنند. با تطبیق شرط دوم تعادل بر دستک برای نقطهٔ A داریم که:

$$\sum M_A = 0 = \text{مومنت محصلهٔ که توسط قوه‌های T و W تولید می‌شود}$$



شکل (1-61)

$$\begin{aligned} T_y \times L - w(L/2) &= 0 \\ (T \sin 37^\circ)L - 120(L/2) &= 0 \\ T \cdot 0,6 - 60 &= 0 \\ T \cdot 0,6 &= 60 \\ T &= 100N \end{aligned}$$

$$\sum F_x = 0$$

$$R_x - T_x = 0$$

از شرط اول تعادل داریم:

$$R_x - 100 \cdot \cos 37^\circ = 0 \Rightarrow R_x = 100 \times \cos 37^\circ = 100 \times 0.8$$

$$R_x = 80N$$

$$\sum F_y = 0$$

$$R_y + T_y - w = 0$$

$$R_y + 100 \sin 37^\circ - 120 = 0$$

$$R_y = 120 - 100 \times 0.6$$

$$R_y = 120 - 60 = 60N$$

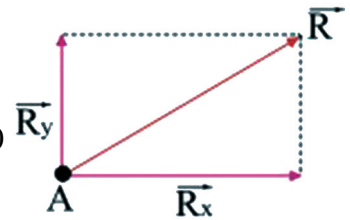
قوة عكس العمل از قاعدة فيثاغورث چنین محاسبه می شود:

$$R^2 = R_x^2 + R_y^2$$

$$R^2 = 80^2 + 60^2 = 6400 + 3600$$

$$R = \sqrt{10000} \Rightarrow R = 100N$$

$$R = 100N$$



شکل (1-621)

### تعبیر دیگری از فارمول مومنت

ما داریم که:  $M = F \cdot d \sin \theta$

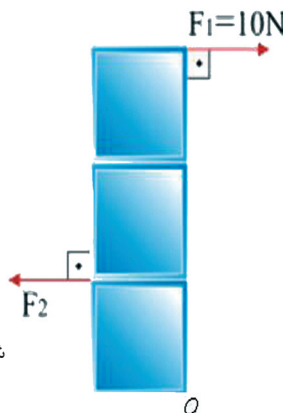
افاده بالا را می توان چنین هم نوشت:  $M = F (d \cdot \sin \theta)$

در افاده بالا  $(d \cdot \sin \theta)$ ، فاصله عمودی بین نقطه دوران و خط تأثیر قوه است.

### مثال

یک بکس را که فرض می شود بدون وزن است و به گرداگر نقطه O آزادانه دوران می کند، در نظر بگیرید، شکل (1-63) اگر  $F_1 = 10N$  بوده و هر ضلع مربع 1 متر باشد، مقدار قوه  $F_2$  که صندوق را به تعادل می آورد، محاسبه می نماییم.

**حل:** برای حالت تعادل نوشته می توانیم که:



شکل (1-63)

$$\sum M = 0$$

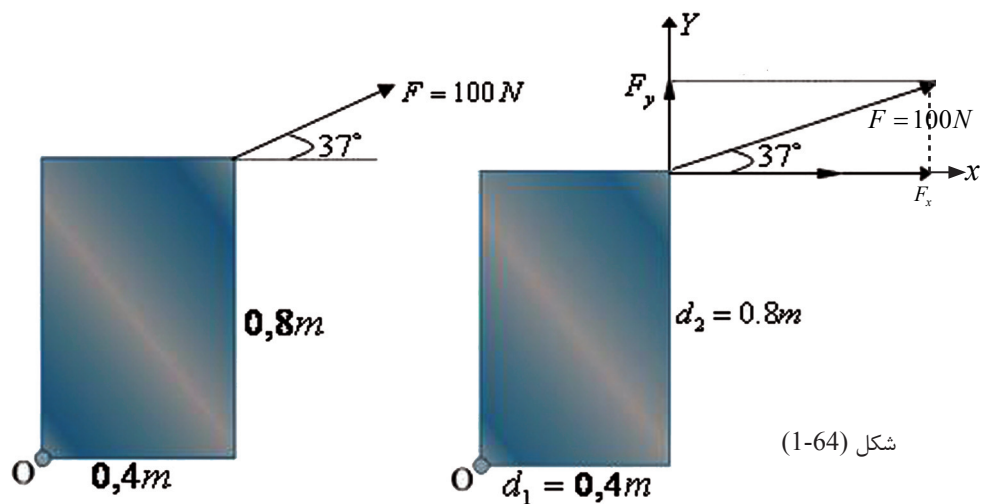
$$F_2 d_2 - F_1 d_1 = 0$$

$$F_2 (1m) - (10N) (3m) = 0$$

$$F_2 = 30N$$



مومنت را به تعبیرهای زیر می‌توان چنین افاده کرد:  
 مومنت مساوی است به قوه عمودی ضرب فاصله از محور دوران و یا مومنت مساوی است به قوه ضرب فاصله عمودی از محور دوران.  
 در بیشتر از حالات عمومی هم از مرکبیه قوه و هم از مرکبیه فاصله، یعنی از مرکبیه‌های هر دو که با هم جمع می‌شوند، برای دریافت مرکبیه مومنت استفاده می‌شود.  
**مثال:** در شکل زیر، مومنتی را که به گرداگر نقطه O به وجود می‌آید محاسبه می‌نماییم.



شکل (1-64)

**حل:** برای حالت تعادل می‌توان نوشت:

$$M = (Fy)(0,4) - (Fx)(0,8)$$

$$M = (F \cdot \sin 37^\circ)(0,4) - (\vec{F} \cos 37^\circ)(0,8)$$

$$M = (100N \times 0,6)(0,4m) - (100N \times 0,8)(0,8m)$$

$$M = 60 \times 0,4 N \cdot m - 80 \times 0,8 N \cdot m$$

$$M = 24,0 N \cdot m - 64,0 N \cdot m$$

$$M = -40 N \cdot m$$

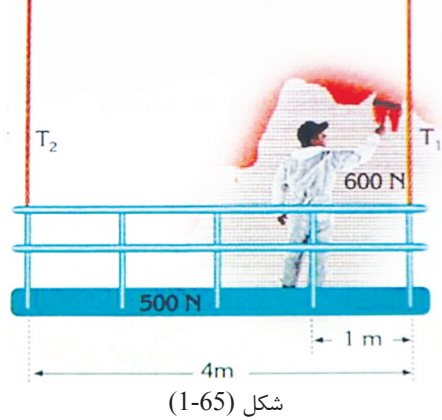
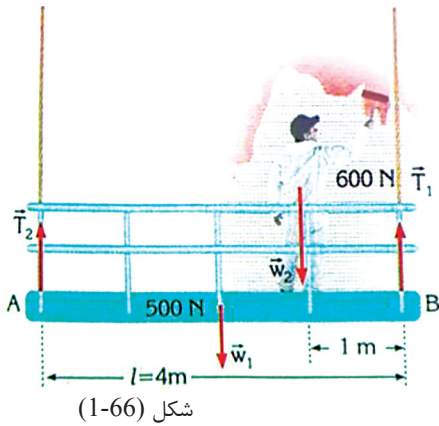


## انتخاب موقعیت نقطه دوران

هرگاه یک جسم در حالت تعادل باشد، مومنت مجموعی آن جسم، صرف نظر از آن که نقطه دوران در کجا موقعیت دارد، مساوی به صفر است. بنابر این موقعیت نقطه دوران، در هر محل که برای حل مسئله‌ها مناسب باشد، انتخاب شده می‌تواند.

### مثال

یک رنگمال که 600 نیوتن وزن دارد، مطابق شکل در موقعیت معینی بر روی یک خوازه چوبی که وزن آن 500 نیوتن بوده و به یک ریسمان آویزان شده است، ایستاده و دیواری را رنگ می‌کند. مقدار قوه‌های کشش  $(T_1)$  و  $(T_2)$  را که بر ریسمان عمل می‌کنند، به دست می‌آوریم. (از سایر وزن‌ها در سیستم صرف نظر می‌شود).



### حل

نخست سکیچ قوه‌هایی را که در سیستم عمل می‌کنند، رسم می‌کنیم.

چون سیستم در حالت تعادل است، پس می‌توان اصل تعادل مومنت‌ها را به کار برد. برای محاسبه قوه‌های  $T_1$  و  $T_2$  اولاً نقطه A یعنی نقطه تأثیر قوه  $T_2$  و سپس نقطه تأثیر قوه  $T_1$  یعنی B را انتخاب می‌کنیم.

$$\sum M_A = 0$$

$$T_2 x_0 + T_1 \times 4 - 500 \times 2 - 600 \times 3 = 0$$

و یا

$$4T_1 - 100 - 1800 = 0$$

$$4T_1 = 2800 \Rightarrow T_1 = \frac{2800 N \cdot m}{4m}$$

$$T_1 = 700 N$$

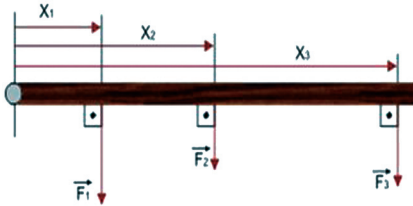
$$\sum M_B = 0 \quad \text{هم‌چنان} \quad \text{و یا}$$

$$T_1 \times 0 + T_2 \times 4 - w_2 \times 1 - w_1 \times 2 = 0$$

$$4T_2 = 600 \times 1 + 500 \times 2$$

$$4T_2 = 600 + 1000 = 1600$$

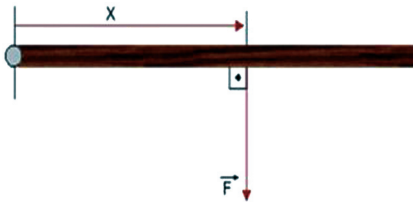
$$\Rightarrow T_2 = \frac{1600}{4} = 400 \text{ N} \quad \text{پس}$$



توجه باید کرد که تعادل قوه‌های  $\sum F_Y = 0$  را نمی‌توان برای محاسبه قوه‌های  $T_1$  و  $T_2$  به کار برد. برای حل این نوع دشواری‌ها، شرط تعادل مومنت‌ها را بیشتر برای محاسبه قیمت‌های نامعلوم به کار می‌برند.

**مثال:** یک سیم بدون وزن را تصور کنید که سه قوه موازی باهم، در نقاط مختلف بر آن، عمل می‌کنند.

شکل (1-67)



اگر این سه قوه با یک قوه طوری تعویض شود که قوه محصله و مومنت محصله بر این جسم، صرف نظر از موقعیت مرکز دوران، ثابت بماند. مقدار این قوه محصله و موقعیت نقطه تأثیر آن را محاسبه می‌نماییم.

**حل:** چون قوه محصله ثابت باقی می‌ماند، پس داریم:  $F = F_1 + F_2 + F_3$

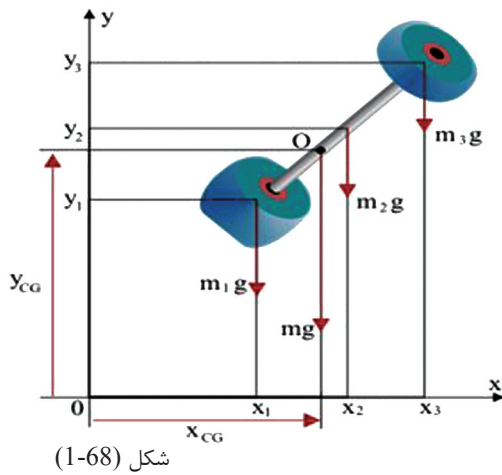
اکنون فاصله مرکز دوران را از اصل تعادل مومنت‌ها چنین به دست می‌آوریم:

$$M = M_1 + M_2 + M_3$$

$$(F_1 + F_2 + F_3) \cdot X = F_1 X_1 + F_2 X_2 + F_3 X_3$$

$$X = (F_1 X_1 + F_2 X_2 + F_3 X_3) / F_1 + F_2 + F_3$$

چون تأثیر قوه ثقل بالای همه اجزای جسم بوده و جهت آن همیشه به طرف مرکز کره زمین است، پس طوری که در شکل دیده می‌شود، قوه‌ها همه به یک سمت و به‌طور موازی با هم عمل می‌کنند.



محصله این قوه‌ها وزن جسم را تشکیل می‌دهد و نقطه تأثیر این قوه را به نام «مرکز ثقل جسم» یاد می‌کنند و به  $CG$  نمایش می‌دهند. یک میله وزنه برداری با دو وزن مختلف به انجام‌های آن را، در سیستم مختصات قایم طوری در نظر می‌گیریم که گویا از سه بخش یعنی دو وزن در دو انجام و یک میله وسطی ساخته شده باشد. وزن هر یکی از این قسمت‌ها عبارت است از:  $m_1g$ ،  $m_2g$  و  $m_3g$  وزن مجموعی میله عبارت است از:  $mg = m_1g + m_2g + m_3g$  نقطه  $O$  نقطه تأثیر قوه  $mg$  است. معادله مومنت را می‌توان چنین نوشت:

$$(m_1g + m_2g + m_3g) X_{CG} = m_1 \cdot g \cdot x_1 + m_2 \cdot g \cdot x_2 + m_3 \cdot g \cdot x_3$$

چون  $m_3 + m_2 + m_1$  عبارت از کتله مجموعی جسم است، پس معادله فوق را می‌توان چنین مرتب کرد:

$$X_{CG} = (m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3)g / (m_1 + m_2 + m_3)g$$

$$Y_{CG} = \frac{\sum(mx)}{\sum m} \quad \text{بعد از ساده ساختن داریم که:}$$

برای محور  $Y$  داریم که:

$$Y_{CG} = (m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3)g / (m_1 + m_2 + m_3)g$$

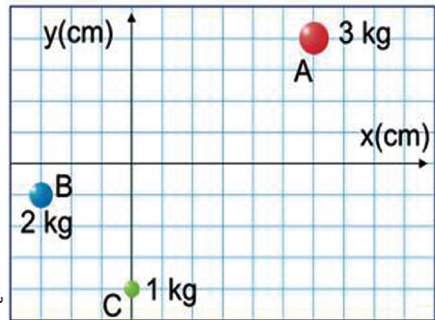
$$Y_{CG} = \frac{\sum(my)}{\sum m}$$

(نقطه‌یی که فرض می‌شود، همه کتله یک جسم در آن نقطه متمرکز شده است، به نام مرکز کتلوی آن جسم گفته می‌شود.  $X_{cm}$  و  $Y_{cm}$  عبارت از مختصات مرکز کتله‌یی جسم می‌باشند. در یک محیطی که سازه ثقل متجانس باشد، مرکز ثقل و مرکز کتله‌یی عین نقطه‌یی باشند و در محیطی که ثقل یا (جاذبه) وجود نداشته باشد، در آن جا وزن موجود نیست و صرف کتله وجود دارد.)

### مثال

اجسام A, B و C طوری که در شکل دیده می‌شوند به روی سیستم مختصات موقعیت دارند. کتله‌های این اجسام به ترتیب  $3\text{kg}$ ,  $2\text{kg}$  و  $1\text{kg}$  استند، مختصات مرکز کتله‌ی سیستمی را که این سه جسم ساخته است، درمی‌یابیم.

شکل (1-69)

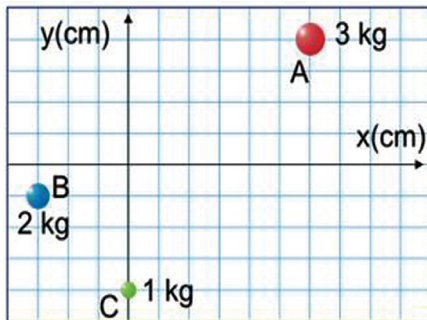


**حل:** مختصات کتله‌ها و موقعیت‌های جسم‌ها عبارتند از:

( $3\text{kg}$  مختصات کتله A ( $6\text{cm}$ ,  $4\text{cm}$ ))

( $2\text{kg}$  مختصات کتله B ( $-3\text{cm}$ ,  $-1\text{cm}$ ))

( $1\text{kg}$  مختصات کتله C ( $0\text{cm}$ ,  $-4\text{cm}$ ))



شکل (1-70)

مختصات مرکز کتلوی ( $cm$ ) عبارت است از:

$$\begin{aligned} X_{CM} &= \frac{\sum (m \cdot X)}{\sum m} = \frac{(m_A \cdot X_A + m_B \cdot X_B + m_C \cdot X_C)}{(m_A + m_B + m_C)} \\ &= \frac{(3\text{kg})(6\text{cm}) + (2\text{kg})(-3\text{cm}) + (1\text{kg})(0\text{cm})}{(3\text{kg} + 2\text{kg} + 1\text{kg})} \\ &= \frac{18\text{kgcm} - 6\text{kgcm}}{6\text{kg}} = \frac{12\text{kg} \cdot \text{cm}}{6\text{kg}} = 2\text{cm} \end{aligned}$$

بعد از ساده ساختن داریم:

$$\begin{aligned} Y_{CM} &= \frac{\sum (m \cdot y)}{\sum m} = \frac{(m_A Y_A + m_B Y_B + m_C Y_C)}{(m_A + m_B + m_C)} \\ &= \frac{(3\text{kg})(4\text{cm}) + (2\text{kg})(-1\text{cm}) + (1\text{kg})(-4\text{cm})}{(3\text{kg} + 2\text{kg} + 1\text{kg})} \\ Y_{CM} &= \frac{12\text{kgcm} - 2\text{kgcm} - 4\text{kgcm}}{6\text{kg}} = \frac{6\text{kgcm}}{6\text{kg}} = 1\text{cm} \end{aligned}$$

بعد از ساده ساختن داریم:



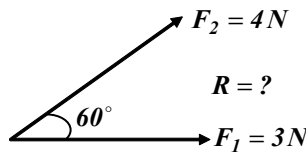
## خلاصه فصل اول

- قوه، عاملی است که سبب تغییر شکل و یا حالت در جسم می‌گردد و واحدهای اساسی آن در سیستم بین‌المللی (SI) داین و نیوتن است.
- هرگاه چند قوه متلاقی بر یک جسم عمل نمایند، یک قوه محصله را به وجود می‌آورند که مقدار و سمت این قوه به صورت هندسی با استفاده از قواعد وکتورها و هم به صورت حسابی با استفاده از قواعد الجبری به‌دست می‌آید.
- کتله نقطه‌یی عبارت از کتله یک جسم ایده آلی است که تمام موادی که در ساختمان آن جسم به‌کار رفته است، در یک نقطه متمرکز شده باشد.
- دو قوه زمانی در حالت تعادل قرار گرفته می‌توانند که محصله آن‌ها مساوی به صفر، یعنی  $\sum F = 0$  گردد و این در حالتی ممکن است که مقدار هر دو قوه باهم مساوی ولی جهت‌های آن‌ها مخالف باشند.
- برای به‌دست آوردن محصله چندین قوه به طریق محاسبه‌یی، نخست همه قوه‌ها را در یک سیستم مختصات قایم به مرکب‌های تجزیه می‌نماییم و بعد با استفاده از مرکب‌های قوه‌ها، قوه‌های محصله و زاویه‌هایی را که با محورهای X و Y می‌سازند، حساب شده می‌تواند. هرگاه مجموعه هر یک از مرکب‌های قوه محصله را مساوی به صفر قرار دهیم، در آن صورت تعادل برقرار گردیده و محصله چندین قوه حاصل می‌گردد.
- هرگاه دو قوه مساوی و موازی که دارای جهت‌های متقابل باشند، به شکل عمود بر یک محور و بر دو نقطه متفاوت یک جسم اثر کنند، آن‌ها را زوج قوه‌ها می‌گویند.
- یک زوج قوه بدون در نظر داشت موقعیت مرکز دوران (نقطه دوران)، همیشه دارای عین مومنت دوران می‌باشد.
- یک جسم که در حالت سکون است و یا این‌که در حالت سکون باقی می‌ماند، گفته می‌شود که در حالت تعادل ستاتیک قرار دارد. اما جسمی که با یک سرعت ثابت در حالت حرکت و یا در حالت دوران باشد، گویند که آن جسم در حالت تعادل دینامیک است.
- برای این‌که جسم در حالت تعادل باشد، دو شرط زیر باید صدق کند:
  - 1 - قوه محصله (جمع وکتوری) همه قوه‌های عامل بر آن باید مساوی به صفر باشد، یعنی:  $\sum F = 0$
  - 2 - مومنت محصله (جمع مومنت‌ها که بر جسم تأثیر دارند)، باید مساوی به صفر باشد، یعنی:  $\sum M = 0$
- اثر دورانی قوه را مومنت (تورک) می‌نامند. که آن را ما به  $M$  نشان می‌دهیم و به حرف یونانی ( $\tau$ ) هم نشان داده شده است که:  $M = F \cdot d \sin \theta$
- مومنت در جهت عقرب ساعت و یا در جهت مخالف آن عمل کرده می‌تواند.
- یک جسم، با آن‌که شرط اول تعادل را پوره کرده است، با آنهم می‌تواند در حالت تعادل قرار نداشته باشد، یعنی مقدار قوه محصله بر جسم، می‌تواند صفر باشد، اما جسم در حالت سکون قرار ندارد.
- مختصات مرکز ثقل یک جسم در سیستم کمیات وضعیه قایم، از معادلات زیر به‌دست می‌آید:

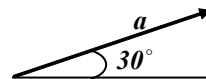
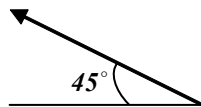
$$X_{CG} = \sum(mx) / \sum m \quad \text{و} \quad Y_{CG} = \sum(my) / \sum m$$

## سؤال‌های فصل اول

- 1 - قوه را تعریف کنید و واحدهای اساسی آن را در سیستم بین المللی (SI) بیان دارید.
- 2 - چرا قوه یک مقدار وکتوری است؟
- 3 - دو قوه غیر موازی کیفی را انتخاب نموده و محصله آنها را به طریقه قاعده متوازی الاضلاع قوه‌ها ترسیم نمایید.
- 4 - شکل زیر را در نظر گرفته محصله قوه‌ها را به طریقه الجبری محاسبه نمایید.



- 5 - کتله نقطه‌یی را تعریف نمایید و سه مثال از کتله نقطه‌یی ارایه دارید.
- 6 - قوه عمل همیشه با قوه ..... مساوی ولی دارای ..... متقابل می‌باشد.
- 7 - اجسامی که ..... آنها بالاتر از ..... زیرین اتکای شان قرار داشته باشد، در حالت تعادل ..... قرار دارند.
- 8 - مومنتی را که یک قوه در حادثه دوران تولید می‌کند به کدام سه پارامتر ارتباط دارد؟ توضیح و تحریر دارید.
- 9 - مومنتی را که توسط قوه  $25N$  بر میله‌یی که دارای طول  $0.5m$  است تولید می‌شود، محاسبه نمایید.
- 10 - مرکبه‌های هر یک از قوه‌های محصله زیر را به طریقه هندسی ترسیم نمایید.



- 11 - رابطه ریاضی مومنت دوران در یک زوج قوه را برای قوه‌های  $F_1 = F_2 = F$  با فاصله متقابل  $L$  بین خطوط تأثیر آنها بنویسید.
- 12 - اگر محور دوران از یکی از دو خط تأثیر عبور نموده، ولی خارج از آنها قرار داشته باشد، در آن صورت مومنت دوران چگونه ارایه می‌شود؟ رابطه ریاضی آن را بنویسید.
- 13 - مقدار تورکی را که توسط تأثیر قوه  $3N$  بالای یک دروازه به فاصله عمودی  $0.25m$  از محور دوران آن تولید می‌شود، محاسبه کنید.
- 14 - یک رفاصه ساده که با کتله نقطه‌یی  $3Kg$  در انجام تار نازک به طول  $2m$  آویزان شده به یک نقطه محور وصل شده است.



a- تورک تولید شده (توسط قوه جاذبه زمین) را در اطراف این نقطه محور حساب کنید، در صورتی که زاویه  $5^\circ$  را عموداً با محور بسازد.

b- این محاسبه را برای زاویه  $15^\circ$  محاسبه کنید.

15 - مقدار تورک لازم برای باز کردن یک پیچ روی ویل یک موتور  $40Nm$  است. کمترین قوه بی که باید یک میخانیک به انجام یک رنج  $3cm$  برای باز کردن پیچ وارد نماید، چند است؟

16 - با تعقیب نمودن جهت‌ها در یک نقشه برای پیدا کردن یک گنج، یک راه‌بلد اولاً  $45m$  به سمت شمال می‌رود و بعد دور خورده  $7.5m$  به طرف شرق قدم می‌زند. برای رسیدن به گنج، راه بلد چقدر فاصله را باید به طور مستقیم طی کند؟ موقعیت گنج را در سیستم کمیت‌های وضعیه نشان دهید.

17 - یک لاری در یک تپه دارای نشیبی  $15^\circ$  حرکت می‌کند. اگر لاری  $22m/s$  سرعت ثابت داشته باشد، مرکبه‌های عمودی و افقی سرعت لاری را به دست آرید.

18 - مرکبه‌های عمودی و افقی فاصله طی شده توسط یک پشک را که به اندازه  $5m$  عموداً به یک درخت بالا شده است، به دست آرید.

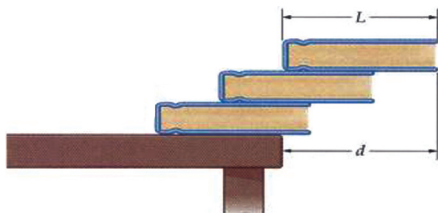
19 - یک طیاره موازی با سطح زمین اولاً فاصله  $75Km$  را با زاویه  $30^\circ$  به سمت شمال غرب و فاصله دومی  $155Km$  را با زاویه  $60^\circ$  به سمت شمال شرق پرواز می‌کند. فاصله مجموعی طی شده توسط طیاره چند است؟

20 - اندازه و جهت وکتور سرعت منتجه را در سرعت‌های زیر که باهم عمود اند، دریافت کنید:

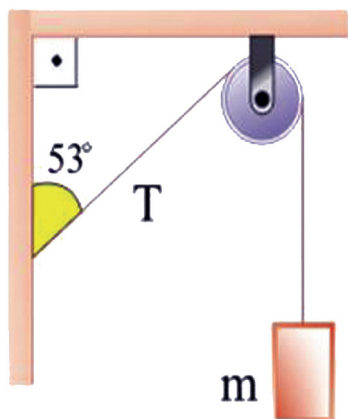
a- یک ماهی نسبت به آب به استقامت دریایی که به سرعت  $5m/s$  در حرکت است، به سرعت  $3m/s$  شنا می‌کند.

b- یک موج ساحلی نسبت به آب به استقامت یک موجی که به سرعت  $6m/s$  حرکت می‌کند به پیش می‌رود.

21 - سه کتاب هم شکل و هم وزن به طول  $L$  مطابق شکل روی هم قرار داده شده‌اند. فاصله اعظمی پیش آمده‌گی  $d$  شکل را که در آن کتاب‌ها در تعادل بوده و سقوط نکنند دریابید.



22 - یک میله متجانس به طول  $4.25m$  و کتله  $47Kg$  که با یک محور در یک انجامش به یک دیوار تکیه دارد، به طور افقی توسط یک سیم به انجام دیگرش بسته شده است. سیم زاویه  $30^\circ$  را با افق می‌سازد و راست بالای محور میله نصب شده است، اگر سیم بتواند در مقابل قوه کشش  $1400N$  قبل از این که بگسلد مقاومت کند. به کدام فاصله از دیواری که شخص



به کتله  $68Kg$  می‌تواند روی میله بنشیند تا سیم بگسلد؟  
 23 - قوه کشش  $T$  در ریسمان  $30N$  است و طوری که در شکل می‌بینید، جسم در حالت تعادل قرار دارد. مقدار کتله را به  $kg$  حساب کنید، در حالی که:

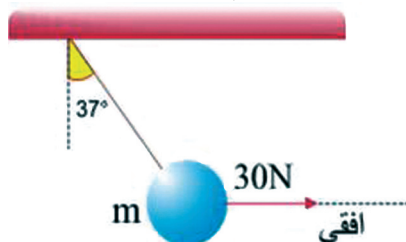
$$\sin 53^\circ = 0,8 \quad \cos 53^\circ = 0,6$$

$$g = 10N/kg$$

24 - یک جسم با کتله  $m$  مطابق شکل به کمک قوه افقی  $30N$  در حالت تعادل است. مقدار کتله جسم را به  $kg$  محاسبه نمایید. طوری که:

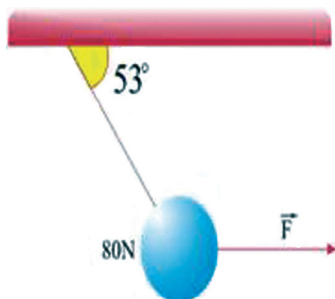
$$\sin 37^\circ = 0,6 \quad \cos 37^\circ = 0,8$$

$$g = 10N/kg$$



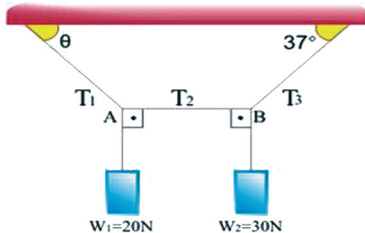
25 - طوری که در شکل می‌بینید، جسمی به وزن  $80N$  به وسیله ریسمانی آویزان شده و توسط یک قوه افقی  $(F)$  کش می‌شود.

a - قوه کشش را در ریسمان دریافت کنید.  
 b - قوه  $F$  را محاسبه نمایید.



$$\cos 53^\circ = 0,6 \quad \sin 53^\circ = 0,8$$

26 - سیستمی را که در شکل مشاهده می کنید، در آن دو جسم به وزن های  $W_1 = 20N$  و  $W_2 = 30N$  از سقف توسط ریسمان های جداگانه آویزان شده اند و به حالت تعادل آورده شده اند.



اگر ریسمان AB افقی باشد، قوه های کش  $T_3, T_2, T_1$  را محاسبه نمایید و هم چنان قیمت زاویه  $\theta$  را به دست آرید.

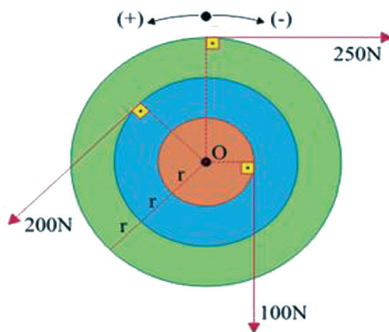
$$\sin 37^\circ = \cos 53^\circ = 0.6 \quad \text{و} \quad \sin 53^\circ = \cos 37^\circ = 0.8$$

27 - یک درپور، یک قوه  $F$  را بر چرخ اشتراک موتور با دست های خود آنطوری که در شکل دیده می شود وارد می کند اگر چرخ اشتراک دارای شعاع  $d$  باشد. دریابید:

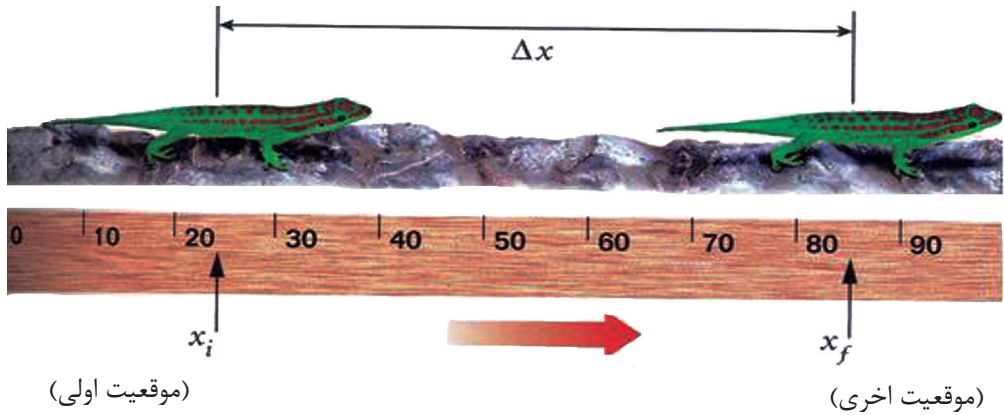
(a) قوه محصله را.  
(b) مومنت محصله را که بر چرخ اشتراک عمل می کند.



28 - سه دسک، اولی با شعاع  $r$ ، دومی با شعاع  $2r$  و سومی با شعاع  $3r$  به هم طوری وصل شده اند که همه آنها به گرداگرد نقطه O به اثر قوه های  $100N, 200N, 250N$  دوران می کنند. اگر شعاع  $r = 0.1m$  باشد مومنت محصله یی را که بر این سیستم عمل می کند، دریافت کنید.



## حرکت یک بُعدی



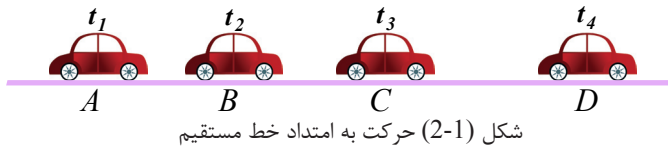
همان طوری که می‌دانیم، جهان و هرچه در آن است، حتا جسم‌هایی که به ظاهر ساکن هم به نظر می‌رسند؛ مانند، سرک، درختان و یا افتادن برگ درختان همه در حال حرکت اند. وقتی در راه مکتب به اطراف خود نگاه می‌کنید، انواع مختلف حرکت‌ها را مشاهده می‌کنید. برای بررسی این نوع حرکت‌ها از چه علمی باید استفاده کرد؟ همان طوری که می‌دانید، دینامیک بخشی از میخانیک را تشکیل می‌دهد که به مطالعه حرکت اجسام و رابطه حرکت با مفاهیم فیزیکی مانند قوه و کتله می‌پردازد. ما در این فصل حرکت اجسام را با استفاده از مفاهیم موقعیت (مکان) و زمان بدون در نظر گرفتن قوه‌های وارده بر اجسام مطالعه می‌کنیم، که این بخش از میخانیک را سینماتیک می‌نامند.

شما در پایان این فصل در باره انواع حرکت‌ها بیشتر خواهید آموخت و تصویر مکمل چنین حرکت‌ها را در ذهن تان ترسیم خواهید کرد و به پرسش‌هایی مانند حرکت به امتداد خط مستقیم چیست؟ موقعیت و تغییر مکان یک جسم متحرک چیست؟ و امثال آن‌ها پاسخ خواهید داد.

هم‌چنان در ختم این فصل به تعریف و تشریح مفاهیم سینماتیک، سرعت متوسط و رابطه آن در حرکت یک بُعدی، تشریح اصطلاحات موقعیت، تغییر موقعیت و معادلات حرکت و تحلیل گراف‌های  $(x-t)$  و  $(v-t)$ ، تعریف و تشریح سرعت لحظه‌یی، شتاب متوسط و شتاب لحظه‌یی و به‌دست آوردن معادله‌های آن‌ها، تشریح حرکت یک بُعدی با شتاب ثابت، به‌دست آوردن معادلات حرکت با شتاب ثابت و تحلیل و بررسی سقوط آزاد اجسام به عنوان نمونه‌یی از حرکت با شتاب ثابت و غیره مفاهیم آشنایی حاصل خواهید کرد.

## 2-1: حرکت به امتداد خط مستقیم

حرکت به امتداد خط مستقیم را حرکت یک بعدی نیز می‌گویند که در آن مسیر حرکت، خط مستقیم است. مثال زیر نمونه خوبی برای درک بهتر این نوع حرکت می‌باشد: یک جسم متحرک مانند یک موتور را در نظر بگیرید که در مسیر خط مستقیم در حرکت است. شکل (2-1) موقعیت‌های این موتور را در لحظه‌های زمانی  $t_1, t_2, t_3, t_4$  به ترتیب در مکان‌های A, B, C, و D روی یک مسیر مستقیم نشان می‌دهد.



شکل (2-1) حرکت به امتداد خط مستقیم

در حرکت به امتداد خط مستقیم اگر مبدأ را روی مسیری اختیار کنیم، وکتورهای موقعیت و وکتورهای تغییر مکان هم جهت هستند و این سبب می‌شود که محاسبه بر روی این وکتورها به ساده‌گی انجام پذیرد.

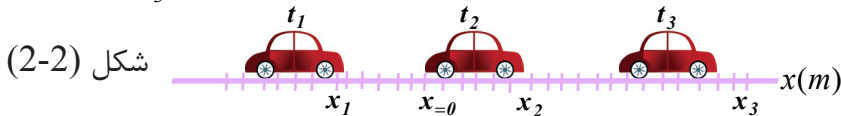
### بحث کنید



متحرکی مانند یک موتور تیز رفتار را در نظر بگیرید که بر روی سرک راست در حرکت است. نوع حرکت این موتور را در صنف با گروه‌های مربوط بحث کنید و نتیجه را در صنف گزارش دهید.

اگر یکی از محورهای مختصات کمیات و ضعیه ( $OY$  و  $OX$ ) را به حیث مسیر حرکت در نظر بگیرید، می‌توانید موقعیت جسم متحرک را در هر لحظه به وسیله مختصه آن (مثلاً مختصه  $X$ ) که می‌تواند عدد مثبت یا منفی باشد، تشخیص کنید.

در شکل (2-2)، مسیر حرکت و موقعیت متحرک در لحظه‌های  $t_1, t_2, t_3$  نشان داده شده است.



همان‌طور که در شکل دیده می‌شود، در لحظه‌های  $t_1, t_2, t_3$  موقعیت‌های جسم متحرک به ترتیب  $x_3 = 9m$  و  $x_2 = +3m$ ,  $x_1 = -3m$  است.

## 2-2: موقعیت و تغییر مکان

موقعیت و تغییر مکان اجسام را چگونه می‌توان بررسی کرد؟ برای توصیف و بررسی حرکت یک جسم چه باید کرد؟

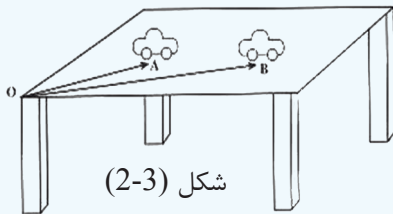
برای این که موقعیت و تغییر مکان را تعریف کرده بتوانید، فعالیت ذیل را انجام دهید:



مواد ضروری: موتورک بازی (لابراتواری)، خط کش، میز

### طرز العمل

- 1 - موتورک را در یک موقعیت مشخص در روی میز قرار دهید و فاصله آن را از یکی از گوشه‌های میز (مبدأ) توسط خط کش اندازه‌گیری نمایید و با وکتور  $OA$  نمایش دهید.
- 2 - موتورک را مطابق شکل از موقعیت اولی بی‌جا نموده و در یک موقعیت دیگر قرار دهید و سپس دو باره از همان گوشه میز که در مرحله اول اندازه‌گیری نمودید (مبدأ اولی)، موقعیت دومی موتور را توسط خط کش اندازه‌گیری نموده و با وکتور  $OB$  نمایش دهید:



اکنون به پرسش‌های زیر پاسخ دهید:

- 1 - آیا موقعیت موتورک در دو مرحله یک‌سان بوده؟
- 2 - موتورک به چه اندازه تغییر موقعیت داده است؟
- 3 - کدام چیز مشترک را در بین هر دو حالت مشاهده کردید؟ توضیح دهید.

بی‌گمان موتورکی که بر روی میز حرکت می‌کند، در لحظه  $t_1$  در موقعیت  $A$  و در لحظه  $t_2$  در موقعیت  $B$  قرار داد.

پس موقعیت موتور در هر دو مرحله یک‌سان نخواهد بود.

در فعالیت بالا، عنصر مشترکی که بین دو موقعیت  $A$  و  $B$  موتور وجود دارد، عبارت از مبدأ می‌باشد. و کتورهای  $OA$  و  $OB$  را به ترتیب وکتورهای موقعیت (مکان) در لحظه‌های  $t_1$  و  $t_2$  می‌گوییم. از فعالیت بالا می‌توان به نتیجه زیر رسید:

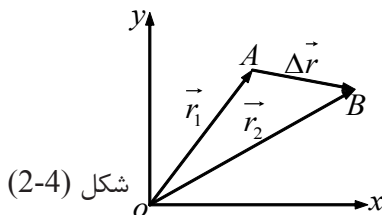
1 - وکتور موقعیت، وکتوری است که موقعیت جسم را در هر لحظه مشخص می‌کند، که ابتدای این وکتور، مبدأ کمیات وضعیه و انجام آن موقعیت جسم است و به طور معمول آن را با حرف  $r$  نمایش می‌دهند.

2 - تغییر موقعیت یک متحرک بین دو لحظه  $t_1$  و  $t_2$ ، وکتوری است که ابتدای آن موقعیت متحرک در لحظه  $t_1$  و انجام آن موقعیت متحرک در لحظه  $t_2$  می‌باشد.

از گذشته می‌دانیم که در شکل زیر وکتور  $AB$  عبارت از تفاضل دو وکتور  $OA$  و  $OB$  است

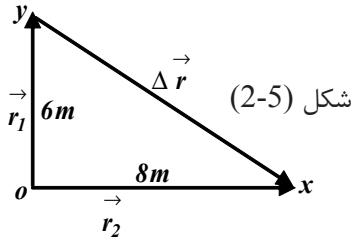
یعنی:

$$\vec{\Delta r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$



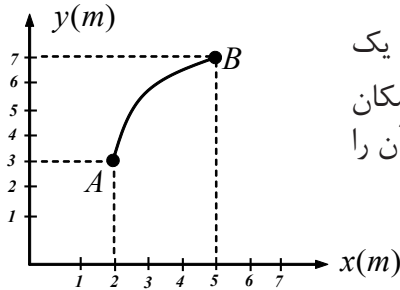


**مثال:** موقعیت متحرکی در دو لحظه  $t_1$  و  $t_2$  به ترتیب  $r_1$  و  $r_2$  است. اگر اندازه هر یک از وکتورها به ترتیب  $6m$ ،  $8m$  و زاویه بین آنها  $90^\circ$  باشد، اندازه تغییر مکان بین این دو لحظه را به دست آورید؟



**حل:** با توجه به شکل، وکتور تغییر موقعیت، یعنی  $\Delta r$  عبارت از وتر مثلث قائم الزاویه است که اضلاع آن  $6m$  و  $8m$  است. بنا بر این مقدار تغییر مکان (موقعیت)

$$\text{برابر با: } \Delta r = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100m^2} = 10m$$

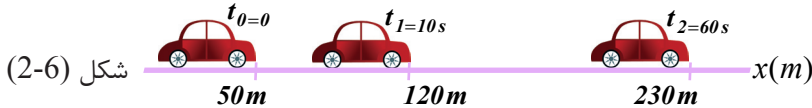


**تمرین:** در شکل زیر، مسیر حرکت متحرکی روی یک منحنی  $AB$  نشان داده شده است. وکتور تغییر مکان (موقعیت) بین دو نقطه  $A$  و  $B$  را رسم کنید و قیمت آن را به دست آورید.

### 2-3: سرعت متوسط

همان طوری که در فیزیک صنف نهم خواندید، جسم متحرک نسبت به عوامل مختلف نمی تواند فواصل مساوی را در اوقات مساوی طی نماید، در این صورت برای تشریح خصوصیت حرکت جسم به مسیر خط مستقیم، از اصطلاح سرعت متوسط استفاده می نماییم. برای درک بهتر از اصطلاح سرعت متوسط، به مثال زیر توجه نمایید:

**مثال:** شکل (2-6) موقعیت موتری را که در حال حرکت است، در زمان های متفاوت نشان می دهد.



الف) اندازه تغییر موقعیت را در مقطع های زمانی  $t_1 - t_0$  و  $t_2 - t_1$  را به دست آورید؟  
ب) در هر یک از این مقطع های (انتر وال های) زمانی، موتور به طور متوسط در هر ثانیه تغییر موقعیت آن را به دست آورید؟

**حل:** الف) تغییر موقعیت در انتر وال زمانی  $\Delta t = t_1 - t_0 = 10s$  برابر است با  $\Delta x = x_1 - x_0 = 120 - 50 = 70m$  و تغییر موقعیت در انتر وال زمانی  $\Delta t = t_2 - t_1 = 50s$  مساوی است با  $\Delta x = x_2 - x_1 = 230 - 120 = 110m$

ب) با تقسیم هر یک از فاصله‌های طی شده در انتروال زمانی مربوط به آن، معلوم می‌شود که متحرک به طور متوسط در هر ثانیه چقدر تغییر موقعیت داده است. یعنی:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{70}{10} = 7 \text{ m/s}$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{110}{50} = 2.2 \text{ m/s}$$

به این ترتیب می‌توان با معلوم بودن تغییر مکان در یک انتروال زمانی، اوسط تغییر مکان در هر ثانیه را در آن انتروال به دست آورد، که آن را سرعت متوسط در آن انتروال زمانی می‌نامند. سرعت متوسط را با علامه  $\bar{v}$  نشان می‌دهیم و داریم که:

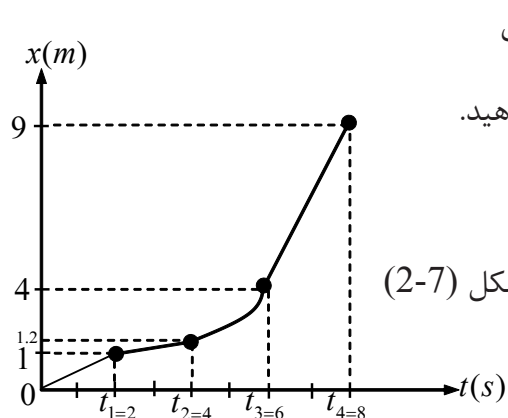
$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \dots\dots\dots (2-1)$$

که در سیستم SI واحد اندازه‌گیری سرعت متوسط  $\text{m/s}$  است. سرعت متوسط کمیت وکتوری است که با وکتور تغییر مکان هم جهت است.

### فعالیت

**مواد ضروری:** مترنواری، زمان سنج ( ستاپ واچ )  
**طرز العمل:** از یکی از اعضای گروه خود بخواهید که در صنف به امتداد خط مستقیم راه برود . سپس شما توسط متر نواری فاصله  $x$  و توسط زمان سنج، زمان  $t$  را به دست آورید و در نتیجه سرعت متوسط حرکت وی را حساب کنید.

**مثال:** در شکل (2-7)، گراف (x-t) متحرکی که بر روی مسیر مستقیم حرکت می‌کند، نشان داده شده است.



شکل (2-7)

(a) در یک جدول هر یک از انتروال‌های زمانی صفر تا 2s, 2s تا 4s, 4s تا 6s, 6s تا 8s و تغییر مکان مربوط به هر انتروال را نشان دهید.  
 (b) در هر یک از این انتروال‌های زمانی، سرعت متوسط متحرک چقدر است؟

حل جزء (a) قیمت‌های  $\Delta x$  و  $\Delta t$  در جدول زیر محاسبه شده‌اند.

$\Delta x(m)$	$\Delta t(s)$
$\Delta x_1 = x_1 - x_0 = 1 - 0 = 1$	$t_1 - t_0 = 2 - 0 = 2$
$x_2 - x_1 = 1.2 - 1 = 0.2$	$t_2 - t_1 = 4 - 2 = 2$
$x_3 - x_2 = 4 - 1.2 = 2.8$	$t_3 - t_2 = 6 - 4 = 2$
$x_4 - x_3 = 9 - 4 = 5$	$t_4 - t_3 = 8 - 6 = 2$

حل جزء (b)

$$\bar{V}_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} = \frac{1}{2} m/s$$

$$\bar{V}_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} = \frac{0.2}{2} = \frac{1}{10} m/s$$

$$\bar{V}_3 = \frac{\Delta x_3}{\Delta t_3} = \frac{2.8}{2} = 1.4 m/s$$

$$\bar{V}_4 = \frac{\Delta x_4}{\Delta t_4} = \frac{5}{2} = 2.5 m/s$$

**تمرین:** معادله حرکت جسمی در سیستم SI با رابطه  $x = 2t^2 + 1$  داده شده است. سرعت

متوسط آن را در انتروال‌های زمانی

(a) 1 تا 2 ثانیه،

(b) 1 تا 1.1 ثانیه،

(c) 1 تا 1.01 ثانیه

(d) 1 تا 1.001 ثانیه به دست آورید.

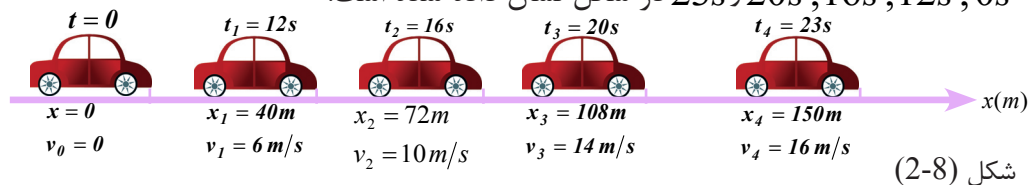


## سرعت لحظه‌یی

سرعت لحظه‌یی چیست؟ چه تفاوتی بین سرعت متوسط و سرعت لحظه‌یی وجود دارد؟ هنگامی که یک موتور در حال حرکت است، اگر به سرعت سنج آن نگاه کنیم، می‌بینیم که عقربه سرعت سنج در هر لحظه اندازه مشخصی را نشان می‌دهد. اگر سرعت موتور زیاد شود، عقربه، اندازه بیشتری را نشان می‌دهد.

رابطه بین سرعت متوسط و سرعت لحظه‌یی چیست؟ برای پاسخ دادن به این پرسش به مثال زیر توجه کنید؟

**مثال:** شکل (2-8) موتوری را که در مسیر مستقیم در حال حرکت است، در زمان‌های مختلف نشان می‌دهد. موقعیت و فواصلی که سرعت سنج موتور نشان می‌دهد، در لحظه‌های  $0s, 12s, 16s, 20s, 23s$  در شکل نشان داده شده است.



الف) در یک جدول، انتروال‌های زمانی  $t_2 - t_1$  و  $t_3 - t_1$  و  $t_4 - t_1$ ، تغییر موقعیت‌ها و سرعت‌های متوسط را بنویسید.

ب) در کدام انتروال زمانی، سرعت متوسط به اندازه سرعتی که سرعت سنج موتور در لحظه  $t_1$  نشان می‌دهد نزدیک‌تر است؟

**حل:** الف)

$\Delta t(s)$	$\Delta x(m)$	$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} (m/s)$
$t_4 - t_1 = 23 - 12 = 11$	$x_4 - x_1 = 150 - 40 = 110$	10
$t_3 - t_1 = 20 - 12 = 8$	$x_3 - x_1 = 108 - 40 = 68$	8.5
$t_2 - t_1 = 16 - 12 = 4$	$x_2 - x_1 = 72 - 40 = 32$	8

ب) همان طوری که در جدول دیده می شود سرعت متوسط در انتروال زمانی  $t_2 - t_1$  کوچک تر از انتروال های زمانی  $t_3 - t_1$  و  $t_4 - t_1$  است.

از مقایسه جواب های قسمت (الف) مثال بالا می توان نتیجه گرفت که هر قدر انتروال های زمانی کوچک تر باشد، سرعت متوسط به سرعتی که سرعت سنج موتور نشان می دهد، نزدیک تر خواهد بود. سرعت متوسط در حدی که انتروال زمانی بسیار کوچک می شود، سرعت لحظه یی نامیده می شود. به طور دقیق می توان گفت: وقتی که  $t_2$  به  $t_1$  نزدیک می شود، یعنی وقتی که  $\Delta t$  به صفر تقرب می کند. نسبت  $\bar{V}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ، سرعت لحظه یی جسم را در زمان  $t_1$  نشان می دهد، و می توان نوشت که سرعت لحظه یی عبارت از لیمت متوسط

$$V_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \dots \dots \dots (2-2) \text{ یعنی: } \Delta t \text{ به طرف صفر تقرب کند.}$$

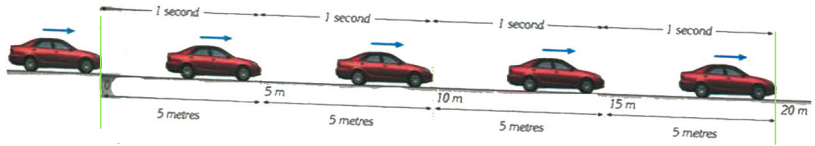


### تحقیق کنید

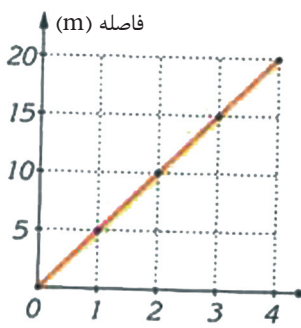
در مورد این که چگونه می توان با استفاده از گراف (x-t)، سرعت لحظه یی متحرکی را به دست آورد، به گروه های جداگانه تحقیق نموده و نتیجه را گزارش دهید.

## 2-4: گراف موقعیت - زمان (x-t)

موتری را در نظر بگیرید که به ترتیب در انتروال های زمانی  $t_1 = 1s$ ،  $t_2 = 2s$  و  $t_3 = 3s$  و  $t_4 = 4s$  مطابق شکل ذیل (2-9) در موقعیت های  $x_1 = 5m$ ،  $x_2 = 10m$ ،  $x_3 = 15m$  و  $x_4 = 20m$  قرار دارد.



شکل (2-9)



شکل (2-10)

برای توصیف حرکت این متحرک (موتر) از کدام نوع گراف باید استفاده کرد، تا بتواند در زمان های مختلف، موقعیت جسم را به خوبی نمایش دهد؟ استفاده از گراف موقعیت - زمان (x-t) پاسخ این پرسش خواهد بود. در بسیاری از موارد رسم این گراف برای بررسی حرکت بسیار مناسب است. برای ترسیم این گراف، بیشتر زمان t را روی محور افقی و موقعیت X را روی محور قائم مشخص می کنیم.

در نتیجه، گراف (x-t) برای موتر مذکور به شکل زیر خواهد بود.

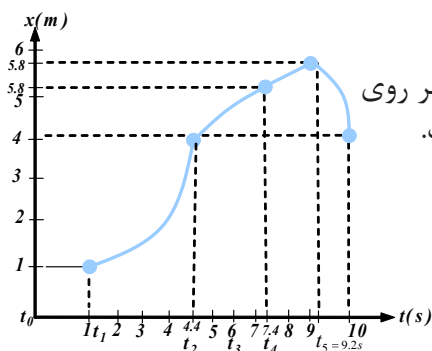
همان طوری که در گراف دیده می‌شود، متحرک (موتر) در هر ثانیه، فاصله‌های یک‌سان را طی می‌کند. با استفاده از این گراف می‌توان به آسانی در یافت که متحرک در هر لحظه در چه موقعیتی قرار دارد و تغییر مکان آن بین هر دو لحظه چقدر است. به‌طور مثال در گراف دیده می‌شود که متحرک در لحظه  $t_2 = 2s$  در ده متری مبدا بوده است و یا در انتروال  $\Delta t = 1s$ ، تغییر مکان آن  $\Delta x = 5m$  است. برای شناخت بهتر این نوع گراف، فعالیت زیر را به صورت گروهی در صنف تمرین نمایید.

### فعالیت



جدول زیر فاصله جسم متحرک را تماماً در لحظه‌های داده شده نشان می‌دهد. گراف  $(x-t)$  این متحرک را رسم کنید.

$t(s)$	0	1	2	3	4	5
$x(m)$	0	1.5	3	5.5	8	11.5



**تمرین:** در شکل ذیل گراف  $(x-t)$  متحرکی که بر روی خط مستقیم در حرکت است، نشان داده شده است.

الف) در هریک از انتروال‌های زمانی  $t_1 - t_0$ ،  $t_2 - t_1$ ،  $t_3 - t_2$  و  $t_5 - t_2$ ، تغییر موقعیت متحرک چقدر است؟

ب) اعظمی‌ترین فاصله متحرک تا مبدا چقدر است و متحرک در چه لحظه زمانی در این فاصله قرار دارد؟

ج) در لحظه زمانی  $t_4$  تا  $t_5$ ، تغییر موقعیت چقدر و در چه جهتی است؟

## 2-5: تعجیل یا شتاب

تعجیل یا شتاب چیست؟ چه تفاوتی میان شتاب متوسط و شتاب لحظه‌یی وجود دارد؟ همان طوری که در فزیک صنف نهم خواندید، زمانی که متحرک فاصله‌های مساوی را در زمان‌های مساوی طی ننماید. به این نوع حرکت، حرکت تعجیلی یا شتابی می‌گویند. هنگامی که موتوری از حال سکون شروع به حرکت می‌کند، سرعت سنج موتو نشان می‌دهد که سرعت آن به تدریج افزایش می‌یابد و بر عکس در هنگام برک گرفتن، سرعت آن به آهسته آهسته کاهش می‌یابد. در هر دو مورد بالا، چون سرعت متحرک تغییر می‌کند بنابراین حرکت متحرک یک حرکت شتابی یا غیر یک‌نواخت است. شتاب متوسط عبارت از تغییر سرعت فی واحد وقت است. اگر تغییر سرعت در انتروال زمانی  $\Delta t$  برابر  $\Delta v$  باشد، داریم که:

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \dots (2-5)$$

از معادله بالا می‌توان به راحتی واحد شتاب را که عبارت از  $\frac{m}{s^2}$  می‌باشد، به دست آورد.

**مثال:** سرعت متحرکی در لحظه  $t_1 = 20s$  برابر به  $10 \frac{m}{s}$  و در لحظه  $t_2 = 45s$  برابر به  $20 \frac{m}{s}$  است، شتاب متوسط آن بین دو لحظه  $t_1, t_2$  چقدر است؟

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow \bar{a} = \frac{20 - 10}{45 - 20} = \frac{10}{25} = 0.4 \frac{m}{s^2} \quad \text{حل:}$$

## شتاب لحظه‌یی

در حرکت شتاب‌دار نیز می‌توان گفت که متحرک در هر لحظه دارای شتابی است که آن را شتاب لحظه‌یی می‌نامیم. همان طوری که در سرعت لحظه‌یی دیدیم، در این جا نیز اگر در رابطه

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

بسیار کوچک شود، شتاب متوسط خیلی نزدیک به شتاب لحظه‌یی می‌شود.

اکنون می‌توان شتاب لحظه‌یی را مانند سرعت لحظه‌یی به طور دقیق تعریف کرد:

«شتاب لحظه‌یی، عبارت از لمت شتاب متوسط است، هنگامی که  $\Delta t$  به طرف صفر نزدیک نماید».

اگر شتاب لحظه‌یی را با  $a_x$  نشان دهیم. به اساس تعریف بالا می‌توانیم بنویسیم:

$$a_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \dots (2-4)$$





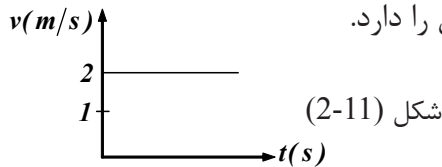
## گراف سرعت- زمان ( $v-t$ )

چنانکه از این پیش مطالعه کردیم، از گراف مکان- زمان ( $x-t$ )، می توان آگاهی هایی در مورد حرکت جسم، مثال سرعت یا مکان متحرک و سرعت متوسط آن به دست آورد. به همین ترتیب از گراف سرعت- زمان ( $v-t$ ) نیز می توانیم آگاهی هایی در باره حرکت جسم به دست آوریم. برای ترسیم گراف سرعت- زمان ( $v-t$ ) در سیستم مختصات کمیات وضعیه، محور قائم  $v$  را برای سرعت و محور افقی  $x$  را برای زمان اختیار می کنیم و به همان ترتیبی که برای گراف موقعیت - زمان ( $x-t$ ) عمل کردیم، این گراف را نیز ترسیم می نماییم.

**مثال:** متحرکی با سرعت ثابت روی مسیر مستقیم در حرکت است. در لحظه  $t_1 = 2s$  در فاصله 5 متری و در لحظه  $t_2 = 12s$ ، در فاصله 25 متری از مبداء موقعیت دارد. گراف ( $v-t$ ) آن را رسم کنید.

**حل:** در حرکتی دارای سرعت ثابت می توانیم بنویسیم:  $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{25-5}{12-2} = \frac{20}{10} = 2 \text{ m/s}$

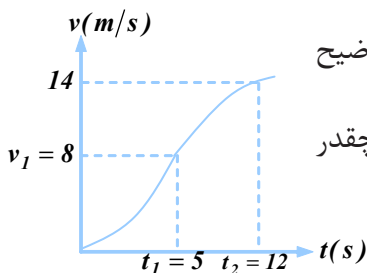
چون در حرکت یک نواخت، سرعت ثابت است، بنابراین گراف سرعت- زمان ( $v-t$ ) شکل یک خط راست موازی با محور زمان را دارد.



## تمرین ها

۱- در جدول زیر سرعت متحرکی که بر روی خط راست در حرکت است، در چند لحظه زمانی مشخص شده است. گراف ( $v-t$ ) آن را رسم کنید.

$t(s)$	0	0.5	2.5	1.5	2	3
$v(m/s)$	0	2	1	3.5	3.75	4

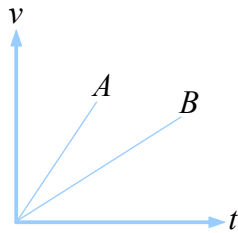


۲- شکل زیر گراف ( $v-t$ ) یک متحرک را نشان می دهد. توضیح دهید:

الف) در انتروال های زمانی  $(0, t_1)$  و  $(t_1, t_2)$  شتاب متوسط چقدر است؟

ب) در کدام یک از دو لحظه  $t_1, t_2$  شتاب بیشتر است؟

۳- گراف  $(v-t)$ ، دو متحرک B, A در شکل ذیل نشان داده شده است. شتاب این دو متحرک را با هم مقایسه کنید.

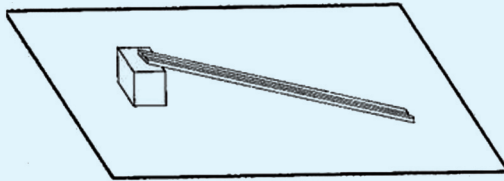


### فعالیت



#### وسایل مورد ضرورت

- 1 - تخته جریدار یا میله‌های چوب پرده به طول دو متر
- 2 - مکعب‌های چوبی به ضخامت‌های 4cm
- 3 - گلوله‌های شیشه‌یی یا ساچمه‌های فلزی
- 4 - زمان سنج (کرونومتر)
- 5 - متر نواری



شکل (2-12)

### طرز العمل

یک سر میله چوب پرده را مطابق شکل (2-12)، بالای یکی از مکعب‌های چوبی قرار دهید. یکی از گلوله‌های شیشه‌یی را از فاصله نیم متری انتهای میله‌یی که آن را پیش از این بالای یکی از مکعب‌ها قرار داده اید، رها کنید و در این لحظه کرونومتر را به کار اندازید. می‌توانید لحظه‌یی که گلوله بالای مکعب، به انتهای مسیر بر خورد می‌کند، کرونومتر را متوقف کنید. آزمایش را برای فواصل 1.5m, 1m و 2m تکرار کنید. نتیجه را در جدول زیر بنویسید و گراف  $x$  بر حسب  $t$  را رسم کنید. نتیجه آزمایش شده را تجزیه و تحلیل کنید.

$\frac{x}{t^2}$	$t^2$	زمان $t$ به ثانیه	طول به متر	دفعات
			0.5	1
			1	2
			1.5	3
			2	4

## 2-6: حرکت یک‌نواخت

هر گاه سرعت لحظه‌یی جسم متحرک که بر روی خط مستقیم حرکت کند، در تمام لحظه‌ها یک‌سان باشد، حرکت آن یک‌نواخت نامیده می‌شود. در این نوع حرکت گراف موقعیت-زمان، یک خط مستقیم است و در نتیجه، سرعت متوسط بین دو لحظه برابر با سرعت لحظه‌یی می‌شود، و بنابر این چنین می‌توان نوشت:

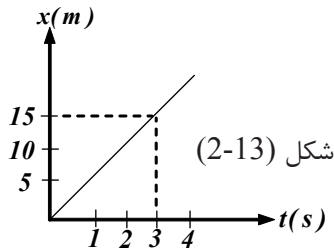
$$\bar{v} = v \Rightarrow v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = v \cdot \Delta t$$

هر گاه فاصله جسم متحرک تا مبدا در لحظه  $t = 0$  برابر با  $x_0$  و فاصله آن تا مبدا در لحظه  $t$  برابر با  $x$  باشد، در آن صورت،  $x - x_0 = v(t - 0)$  یا  $x = vt + x_0$  ..... (2-5) معادله بالا عبارت از معادله حرکت یک‌نواخت می‌باشد که در آن فاصله  $x$  تا مبدا بر اساس متر،  $v$  سرعت لحظه‌یی بر اساس متر بر ثانیه  $(\frac{m}{s})$ ،  $t$  زمان بر اساس ثانیه و  $x_0$  فاصله تا مبدا در لحظه صفر بر اساس متر می‌باشد.

با توجه به آن چه پیش از این گفته شد، ممکن است موقعیت جسم مثبت یا منفی باشد. سرعت هم در صورتی که هم جهت محور  $x$  یا  $y$  باشد مثبت، و در غیر آن صورت منفی است. در حرکت یک‌نواخت، گراف موقعیت-زمان  $(x-t)$  یک خط مستقیم و در نتیجه سرعت متوسط بین دو لحظه، برابر با سرعت لحظه‌یی می‌شود.

### مثال

شکل (2-13) گراف  $(x-t)$  متحرکی را نشان می‌دهد که بر روی خط مستقیم حرکت می‌کند.



الف) آیا سرعت این حرکت ثابت است؟ اندازه سرعت را دریابید.

ب) فاصله آن را از مبدا در لحظه صفر و معادله حرکت و تغییر مکان آن را بین دو لحظه  $t_1 = 2s$  و  $t_2 = 5s$  به دست می‌آوریم.

**حل:** الف) چون گراف  $(x-t)$  عبارت از یک خط مستقیم است، پس حرکت جسم عبارت از حرکت یک‌نواخت می‌باشد و میل گراف برابر با سرعت متحرک می‌باشد. با توجه به شکل، میل گراف  $= 5 = \frac{15}{3}$  می‌باشد. پس  $v = 5 \frac{m}{s}$  است.

ب) در لحظه  $t = 0$ ،  $x = 0$  و  $x_0 = 0$  است و در نتیجه: معادله حرکت،  $x = vt + x_0$ ،  
 $x_1 = 5 \times 2 = 10m$  و  $x_2 = 5 \times 5 = 25m$  تغییر مکان بین دو لحظه،

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 25m - 10m = 15m$$

**تمرین:** جسمی با سرعت  $v$  بر روی مسیر مستقیم در حرکت است. اگر در لحظه  $t_1 = 5s$  فاصله آن از مبدا،  $6m$  و در لحظه  $t_2 = 20s$  فاصله آن از مبدا  $24m$  باشد، سرعت و فاصله آن تا مبدا در لحظه  $t = 0$  چقدر است؟ معادله  $(x-t)$  را به دست آورید و گراف  $(x-t)$  جسم متحرک را رسم کنید.

## حرکت مستقیم الخط با شتاب ثابت

هرگاه در حرکتی، شتاب در لحظه‌های مختلف یکسان باشد، آن را حرکتی با شتاب ثابت می‌نامیم. در این نوع حرکت، گراف  $(v-t)$  به صورت یک خط مستقیم است و در چنین حرکتی، شتاب متوسط بین هر لحظه دلخواه با شتاب متحرک در هر لحظه برابر می‌شود.

$$\bar{a} = a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \text{ یعنی:}$$

اگر در رابطه بالا  $t_1 = 0$  و  $t_2 = t$  باشد، در این صورت  $v_1$  سرعت در لحظه صفر به  $v_0$  و سرعت در لحظه  $t$  به  $v$  نشان داده می‌شود و می‌توان نوشت:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow v = at + v_0 \dots \dots \dots (2-6)$$

در حرکتی با شتاب ثابت، سرعت متوسط بین دو لحظه، نصف مجموع سرعت‌های آن

$$\bar{v} = \frac{v_1 + v_2}{2} \text{ یعنی:}$$

### تحقیق کنید



در گروه‌های مختلف به پرسش‌های زیر پاسخ داده و نتیجه را به همصنفی‌های اتان گزارش دهید. چرا در حرکت مستقیم الخط با شتاب ثابت، گراف  $(v-t)$  عبارت از یک خط مستقیم است؟

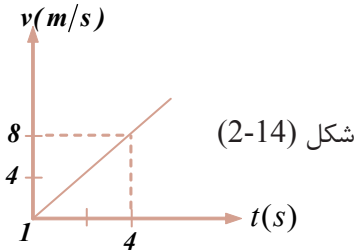
**مثال:** متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت  $2m/s^2$  شروع به حرکت می‌کند. سرعت آن را در لحظه  $t_1 = 4s$  و  $t_2 = 12s$  به دست آورید، و گراف  $(v-t)$  آن را رسم کنید.

**حل:** چون متحرک از حالت سکون شروع به حرکت می‌کند، پس:

$$v_0 = 0$$

$$v_1 = 0 + 2 \times 4 = 8m/s \quad \wedge \quad v_2 = 0 + 2 \times 12 = 24m/s$$

چون شتاب ثابت است، گراف  $(v-t)$ ، یک خط مستقیم می‌باشد. بنابراین برای ترسیم آن مشخص نمودن دو نقطه گراف کافی است.



$t(s)$	0	4
$v(m/s)$	0	8

شکل (2-14)

**تمرین:** سرعت متحرکی در لحظه  $t_1 = 4s$  برابر به  $5m/s$  و سرعت آن در لحظه  $t_2 = 12s$  برابر به  $11m/s$  است. در صورتی که شتاب ثابت باشد، سرعت آن را در لحظه  $t_0 = 0$  به دست آورید و گراف  $(v-t)$  آن را رسم کنید.

### معادله $(x-t)$ در حرکت مستقیم الخط با شتاب ثابت

بر اساس رابطه‌های  $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  و  $\bar{v} = \frac{v_1 + v_2}{2}$  در حرکتی با شتاب ثابت می‌توان نوشت که:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot \Delta t$$

در این رابطه،  $\Delta x$  تغییر موقعیت در انتروال زمانی  $\Delta t$ ، سرعت  $v_1$  در لحظه  $t_1$  و  $v_2$  سرعت در لحظه  $t_2$  است. اگر  $t_1 = 0$ ،  $t_2 = t$  و سرعت متحرک در این لحظه‌ها به ترتیب  $v_0$ ،  $v$  و موقعیت متحرک در این لحظه‌ها  $x_0$  و  $x$  باشد. در این صورت،  $\Delta t = t_2 - t_1 = t - 0 = t$  و  $\Delta x = x - x_0$  بوده و با وضع نمودن قیمت‌ها می‌توان نوشت:

$$x - x_0 = \frac{v + v_0}{2} t$$

و چون  $v = at + v_0$

پس با وضع نمودن قیمت  $v$  داریم که:  $x - x_0 = \frac{at + v_0 + v_0}{2} t$

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \dots \dots \dots (2-8) \quad \text{در نتیجه:}$$

رابطهٔ اخیر معادلهٔ  $(x-t)$  حرکت بر روی خط مستقیم با شتاب ثابت را افاده می‌کند. اگر از رابطهٔ  $v = at + v_0$  زمان را به دست آورده و در معادلهٔ حرکت (2-8) قرار دهیم، در نتیجه رابطه بین موقعیت و سرعت را به دست خواهیم آورد که مستقل از زمان می‌باشد، یعنی:

$$t = \frac{v - v_0}{a} \Rightarrow x = \frac{1}{2} a \left( \frac{v - v_0}{a} \right)^2 + v_0 \left( \frac{v - v_0}{a} \right) + x_0$$

باساده کردن این رابطه داریم:  $v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$ .....(2-9)

**مثال:** متحرکی با شتاب ثابت  $\frac{1}{2} m/s^2$  از حال سکون بر روی خط مستقیم شروع به حرکت می‌کند. تغییر موقعیت و سرعت متحرک را پس از  $25s$  به دست آرید.

$$a = \frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$$

$$v_0 = 0, x_0 = 0$$

$$t = 25s$$

$$x = \frac{a}{2} t^2 + v_0 t + x_0 \quad (\text{حل: } a)$$

$$x = \frac{a}{2} t^2 + 0 + 0$$

$$x = \frac{1/2}{2} (25)^2 = \frac{1}{4} \times 625$$

$$x = 156.25m$$

$$a) \Delta x = x - x_0 = x = ?$$

$$b) v = ?$$

و یا حل مثال به شکل ساده:

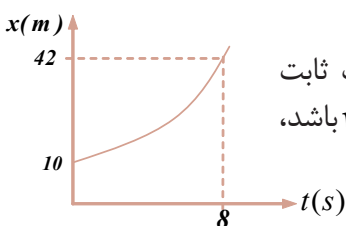
از معادلهٔ سرعت:

$$v = at + v_0 = \frac{1}{2} \frac{m}{s^2} \cdot 25s + 0 = 12.5 \frac{m}{s}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \Rightarrow v^2 = 2ax \quad (b)$$

$$v^2 = 2 \times \frac{1}{2} \times 156.25 = 156.25 \frac{m^2}{s^2}$$

$$v = \sqrt{156.25 \left( \frac{m}{s} \right)^2} = 12.5 \frac{m}{s}$$

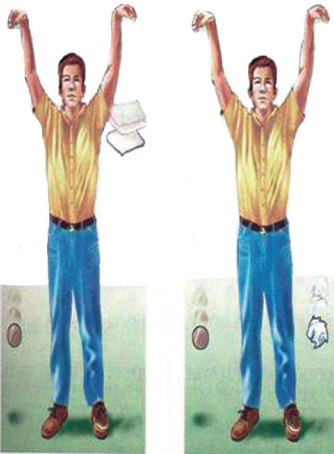


**تمرین:** شکل زیر گراف  $(x-t)$  متحرکی است، که با شتاب ثابت بر روی خط مستقیم در حرکت است. فرض کنید  $v_0 = 2 m/s$  باشد، گراف  $(v-t)$  را ترسیم کنید.

## 2-7: سقوط آزاد (مفهوم ساحهٔ جاذبه)

آیا تا به حال از درختی سیب چیده اید؟ چرا وقتی که سیب از دستان شما رها می‌شود، به طرف پایین (سطح زمین) سقوط می‌کند؟ به نظر شما علت سقوط سیب به طرف سطح زمین چیست؟ پدیدهٔ سقوط آزاد اجسام را چگونه می‌توان با زبان ریاضی بیان کرد؟ این‌ها همه پرسش‌های هستند که شما در ختم این درس به آن‌ها پاسخ خواهید داد. برای این‌که پدیدهٔ سقوط آزاد اجسام را بهتر درک کرده بتوانید، فعالیت زیر را انجام دهید.

## فعالیت



یک ورق کاغذ فشرده نشده (ورق باز) و یک عدد سکه را بگیرید و آن‌ها را هم‌زمان از یک ارتفاع معینی رها کنید، در مرحله دوم همان ورق کاغذ را فشرده (کلوله) کرده و با سکه از همان ارتفاع رها نمایید و در مرتبه سوم دو سکه را از همان ارتفاع رها نمایید و در مورد چگونه‌گی زمان رسیدن آن‌ها به سطح زمین با اعضای گروه خود بحث کنید و نتیجه را در صف گزارش دهید و در اخیر به پرسش‌های زیر پاسخ دهید:

- 1 - آیا ورق کاغذ و سکه هم‌زمان به سطح زمین رسیدند؟
- 2 - آیا هر دو ورقه کاغذ هم‌زمان به سطح زمین رسیدند؟
- 3 - کدام عامل باعث این شده است که ورق کاغذ و سکه به طرف زمین سقوط کنند؟

شکل (2-15)

سقوط آزاد، نمونه طبیعی حرکت باشتاب ثابت است. در این نوع حرکت، مسیر حرکت مستقیم است و در هنگام سقوط یگانه قوه وارده بر جسم همانا وزن آن است. اگر یک سکه و یک ورق کاغذ را از ارتفاع معین رها کنیم، به طور هم‌زمان به زمین نمی‌رسند. اما اگر همین تجربه را در خلاء انجام دهیم، سکه و ورق کاغذ هم‌زمان به زمین می‌رسند.

به طور مثال سقوط یک جسم در خلا و با سقوط گلوله کوچک فلزی در هوا را (با تقریب مناسب) می‌توان سقوط فرض کرد. شکل (2-16) حرکت یک ساچمه را هنگام سقوط آزاد نشان می‌دهد که در وقفه‌های زمانی متوالی  $\Delta t = 1/30s$  از آن عکاسی شده است. بنابر این اگر از مقاومت هوا صرف نظر کنیم. تمام اجسام در نزدیکی سطح زمین، تقریباً با شتاب ثابت سقوط می‌کنند. که این همان شتاب جاذبه زمین است که با حرف  $g$  نمایش داده می‌شود. حرکت با شتاب  $g$  را سقوط آزاد می‌نامند. که جهت این شتاب همیشه به طرف پایین (مرکز زمین) است. اندازه شتاب  $g$  بر حسب عرض البلد جغرافیایی، اندکی تغییر می‌کند و با افزایش ارتفاع از سطح زمین کاهش می‌یابد.

اندازه این شتاب در نزدیکی سطح زمین نزدیک به  $9.8 \text{ m/s}^2$  است. اما گاهی برای سهولت محاسبه  $g = 10 \text{ m/s}^2$  فرض می‌شود.

معادله‌های حرکت و سرعت در سقوط آزاد همان معادله‌های حرکت با شتاب ثابت است. در سقوط آزاد، تغییر مکان در امتداد قائم است،



شکل (2-16)



و موقعیت متحرک به طور معمول با  $y$  یا  $h$  نشان داده می‌شود و مبدأ حرکت نقطه‌یی است که سقوط از آن شروع می‌شود. اگر سمت مثبت را به طرف پایین اختیار کنیم، معادله حرکت و سرعت چنین خواهد بود:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t \dots \dots \dots (2-10) \quad \text{معادله حرکت}$$

$$v = gt + v_0 \dots \dots \dots (2-11) \quad \text{معادله سرعت}$$

چون در سقوط آزاد همیشه سرعت اولی  $v_0$  مساوی به صفر می‌باشد، پس روابط (2-10) و

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \dots \dots \dots (2-12) \quad \text{(2-11) به شکل زیر نوشته می‌شوند:}$$

$$v = gt \dots \dots \dots (2-13)$$

قیمت  $g$  در یک نقطه مشخص زمین برای تمام اجسام یکسان است، اما قیمت آن در نقاط مختلف سطح زمین متفاوت است. حال از معادله (2-12)، زمان  $t$  را به دست می‌آوریم و در

$$t = \sqrt{\frac{2y}{g}} \dots \dots \dots (2-14) \quad \text{رابطه (2-13) قرار می‌دهیم:}$$

$$v = g\left(\sqrt{\frac{2y}{g}}\right) = \sqrt{g^2} \times \left(\frac{\sqrt{2y}}{\sqrt{g}}\right)$$

$$v = \sqrt{2g \cdot y} \dots \dots \dots (2-15)$$

از رابطه اخیر می‌توانیم سرعت جسم سقوط کننده را بعد از این که فاصله  $y$  را طی نماید، دریافت کنیم.

**مثال:** یک سنگ کوچک از ارتفاع 4.9 متری زمین رها می‌شود.  $g = 4.9m$

a)  $t = ?$  الف) پس از چند ثانیه به زمین می‌رسد؟

b)  $v = ?$  ب) سرعت آن هنگام رسیدن به زمین چقدر است؟ ( $g = 9.8m/s^2$  فرض شود)

**حل:** الف)  $g = 9.8 \frac{m}{s}$  ،  $v_0 = 0$  ،  $y = \frac{1}{2}gt^2$

$$v_0 = 0$$

$$4.9 = \frac{1}{2} \times 9.8 \cdot t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{9.8}{9.8} \Rightarrow t = 1s$$

سنگ پس از 1 ثانیه به سطح زمین می‌رسد.

$$v = g \cdot t \Rightarrow v = 9.8 \times 1 = 9.8 \frac{m}{s} \quad \text{ب)}$$

سرعت سنگ هنگام رسیدن به سطح زمین  $9.8m/s$  است.

## تمرین:

دو جسم A و B به ترتیب از ارتفاع‌های 20 متری و 45 متری بالای سطح زمین بدون سرعت اولیه به طور آزاد سقوط می‌کنند. زمان سقوط هر کدام چقدر است؟ و جسم B چند ثانیه بعد و یا قبل از جسم A به زمین می‌رسد، و سرعت هر یک از آن‌ها در لحظه رسیدن به زمین چقدر است؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  فرض شود).



## خلاصه فصل دوم

• وکتور موقعیت، وکتوری است که موقعیت جسم را در هر لحظه مشخص می‌کند. ابتدای این وکتور، مبدأ کمیات وضعیه و انجام آن موقعیت جسم است و با حرف  $r$  نشان داده می‌شود

• تغییر موقعیت یک متحرک بین دو لحظه  $t_1$  و  $t_2$  عبارت از وکتوری است که ابتدای آن موقعیت متحرک در لحظه  $t_1$  و انجام آن موقعیت متحرک در لحظه  $t_2$  می‌باشد.

• واحد اندازه‌گیری موقعیت و تغییر موقعیت در سیستم SI، عبارت از متر (m) است

• سرعت متوسط ( $V_{av}$ ) عبارت از تغییر موقعیت بر زمان است یا  $\bar{V} = V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$

• در گراف  $(x-t)$ ، سرعت متوسط بین دو نقطه عبارت از میل دو نقطه‌یی است که توسط یک قطعه خط به یک‌دیگر وصل شده باشد.

• واحد اندازه‌گیری سرعت در سیستم SI، عبارت از  $\text{m/s}$  می‌باشد.

• سرعت لحظه‌یی عبارت از امت سرعت متوسط است، زمانی که  $\Delta t$  به طرف صفر نزدیک

$$v_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \text{ یعنی:}$$

سرعت لحظه‌یی می‌تواند که مثبت، منفی و یا صفر باشد.

• در گراف  $(x-t)$ ، سرعت لحظه‌یی در زمان  $t$ ، عبارت از میل (تانجانت) قطعه خط در زمان  $t$  است.

• شتاب متوسط عبارت از تغییر سرعت فی واحد وقت است. اگر تغییر سرعت در انتروال زمانی  $\Delta t$  برابر به  $\Delta v$  باشد، داریم که:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

شتاب متوسط مثبت است در صورتی که  $v_2 > v_1$  و می‌تواند منفی باشد اگر  $v_2 < v_1$  و  $v_2 = v_1$  که زمانی باشد.

• شتاب لحظه‌یی، عبارت از لیمت شتاب متوسط است، زمانی که  $\Delta t$  به طرف صفر نزدیک

$$a_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$$

نماید، یعنی:

سرعت لحظه‌یی می‌تواند قیمت‌های مثبت، منفی و یا صفر را اختیار کند.

• زمانی که شتاب ثابت باشد، در آن صورت شتاب لحظه‌یی مساوی به شتاب متوسط خواهد بود.

• در گراف (v-t) شتاب لحظه‌یی، عبارت از میل (تانجانت) قطعه خط در زمان مشخص t است.

• واحد اندازه‌گیری شتاب در سیستم SI، عبارت از متر بر ثانیه مربع ( $m/s^2$ ) است.

• معادلات حرکت مختلفی وجود دارد که حرکت اجسام را با شتاب ثابت می‌توان توسط آن‌ها بررسی کرد. هر معادله حرکت دارای تغییرهای مختلفی می‌باشد، مانند:

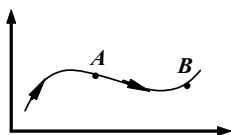
سرعت v به عنوان تابعی از زمان،  $v = v_0 + at$  و سرعت متوسط،  $\bar{v} = \frac{v_0 + at}{2}$  است.

موقعیت به عنوان تابعی از زمان (t) و شتاب a،  $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$  و سرعت مستقل از زمان (سرعت به عنوان تابعی از موقعیت)،  $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$  می‌باشند.



## سؤال‌های فصل دوم

- 1 - وکتور موقعیت (مکان) را تعریف کنید.  
 2 - وکتور تغییر مکان را (بین دو لحظه  $t_1, t_2$ ) تعریف کنید.  
 3 - در شکل روبرو مسیر حرکت جسمی را مشاهده می‌کنید. متحرک در لحظه  $t_1$  در مکان A و در لحظه  $t_2$  در مکان B قرار دارد. وکتورهای موقعیت جسم را در لحظه‌های  $t_1$  و  $t_2$  رسم کنید و وکتور تغییر موقعیت جسم را مشخص کنید.



- 4 - a) موتوری در یک مسیر دایره‌یی شکل با شعاع 100 متر حرکت می‌کند. مسافتی که موتور نیم دور را می‌پیماید چند متر است؟ شکل مسیر حرکت موتور را رسم و وکتور تغییر موقعیت را بر روی شکل مشخص کنید و اندازه آن را به دست آورید.  
 b) اندازه تغییر موقعیت موتور را در چهارم حصة مسیر دایره‌یی به دست آورید.  
 c) تغییر موقعیت موتور در یک دور کامل چقدر است؟

- 5 - در چه صورتی وکتورهای موقعیت و وکتورهای تغییر موقعیت هم جهت هستند؟  
 6 - متحرکی که بر روی خط مستقیم حرکت می‌کند، در لحظه  $t_1$  در مکان  $x_1 = 6m$  و در لحظه  $t_2$  در مکان  $x_2 = 7m$  قرار دارد. اندازه تغییر موقعیت جسم را بین دو لحظه  $t_1$  و  $t_2$  محاسبه کنید.

- 7 - گراف مکان - زمان ( $x-t$ ) چیست؟  
 8 - فرق بین سرعت متوسط و سرعت لحظه‌یی چیست و در کدام حالت هر دو سرعت باهم مساوی اند؟

- 9 - دریوری فاصله بین دو شهر را به ترتیب ذیل می‌پیماید:  
 ابتدا به مدت یک ساعت با سرعت متوسط  $15m/s$  دریوری کرده و پس از آن به مدت 10 دقیقه توقف می‌کند. آنگاه با سرعت متوسط  $20m/s$  به مدت 30 دقیقه به دریوری ادامه می‌دهد و بقیه مسیر را تا مقصد به مدت یک ربع ساعت با سرعت متوسط  $12m/s$  دریوری می‌کند.

- a. فاصله بین دو شهر چند کیلو متر است؟  
 b. سرعت متوسط آن در کل مسیر چند کیلو متر بر ساعت است؟  
 c. سرعت متوسط آن در طول مدت دریوری چقدر است؟

10 - سرعت یک موتور در مدت 20 ثانیه بر روی یک مسیر مستقیم از  $10\text{ m/s}$  به  $18\text{ m/s}$  می‌رسد.  
 (a) شتاب متوسط موتور در این مدت چقدر است؟  
 (b) اگر سرعت موتور با همین شتاب تغییر کند، پس از چه مدت سرعت آن به  $1.8$  کیلو متر بر ساعت می‌رسد؟

11 - سرعت یک سفینه فضایی 30 ثانیه پس از شروع حرکت به  $1200\text{ km/h}$  می‌رسد. شتاب متوسط آن چقدر است؟ این شتاب چند برابر به  $g = 9.8\text{ m/s}^2$  است؟

12 - موتوری در یک مسیر مستقیم با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند و بعد از 20 ثانیه سرعتش به  $36\text{ km/h}$  می‌رسد. سپس با همین سرعت به مدت 10 ثانیه به حرکتش ادامه می‌دهد و پس از آن برک می‌کند و بعد از 5 ثانیه متوقف می‌شود. اگر در مدت برک کردن شتاب ثابت باشد:

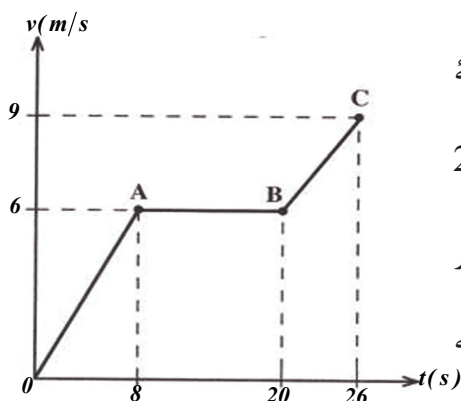
(a) جهت سرعت و شتاب حرکت را در هر مرحله معلوم کنید.

(b) گراف  $(x-t)$  را از لحظه شروع حرکت تا لحظه توقف موتور رسم کنید.

13 - شکل ذیل گراف  $(v-t)$  متحرکی را در 26 ثانیه نشان می‌دهد.

(a) شتاب هریک از مرحله‌های  $OA$ ,  $AB$ ,  $BC$  چقدر است؟

(b) شتاب متوسط در انتروال زمانی صفر تا 26 ثانیه چقدر است؟



14 - یک سنگ به طور عمود به طرف بالا پرتاب شده و زمان 10 ثانیه را برای بازگشت خود به زمین ضرورت دارد. این سنگ به چه ارتفاع بالا می‌رود؟

15 - سرعت متوسط را چگونه با استفاده از گراف  $(x-t)$  تعیین می‌کنند؟ از روی شکل توضیح دهید.

16 - سرعت لحظه‌یی را تعریف کنید و واحد اندازه‌گیری را در SI ذکر کنید.

17 - حرکت یک‌نواخت بر روی خط مستقیم را تعریف کنید و معادله این حرکت را به دست آورید.

18 - معادله حرکت جسمی که بر روی خط مستقیم حرکت می‌کند در SI به صورت  $x = 2t + 3$  است:

- (a) فاصله متحرک از مبداء را در لحظه‌های  $t_1 = 1s$  و  $t_2 = 4s$  به دست آورید.
- (b) تغییر موقعیت جسم بین دو لحظه  $t_1 = 1s$  و  $t_2 = 4s$  بالا را محاسبه کنید.
- (c) سرعت متحرک چند متر بر ثانیه است؟
- 19 - جسمی با سرعت ثابت  $v$  بر روی مسیر مستقیمی در حرکت است. اگر در لحظه  $t_1 = 2s$  فاصله آن تا مبداء 11 متر و در لحظه  $t_2 = 7s$  فاصله آن تا مبداء 38.5 متر باشد:
- (a) سرعت متحرک و فاصله آن تا مبداء در لحظه صفر ثانیه چقدر است؟
- (b) رابطه  $(x-t)$  یا معادله حرکت را بنویسید.
- 20 - گراف  $(v-t)$  چگونه رسم می‌شود؟
- 21 - شتاب متوسط را تعریف و رابطه آن را بنویسید، و واحد اندازه‌گیری آن را در SI ذکر کنید.
- 22 - متحرکی بر روی مسیر مستقیمی در حرکت است. سرعت آن در لحظه  $t_1 = 7s$  برابر با  $20m/s$  و در لحظه  $t_2 = 10s$  برابر به  $32m/s$  است، شتاب متوسط متحرک را بین دو لحظه  $t_1$  و  $t_2$  حساب کنید.
- 23 - شتاب لحظه‌یی را چگونه توسط گراف  $(v-t)$  تعیین می‌کنند؟ از روی رسم توضیح دهید.
- 24 - یک جسم از ارتفاع 520 متری سطح زمین با سرعت اولیه  $2m/s$  در جهت عمود به سطح زمین رو به پایین پرتاب می‌گردد.
- (a) زمان رسیدن جسم را به سطح زمین حساب کنید.
- (b) سرعت جسم را هنگام رسیدن به زمین محاسبه کنید.
- 25 - دو جسم A و B به ترتیب از بلندی‌های 500 متری و 320 متری بالای سطح زمین بدون سرعت اولیه و همزمان رها می‌گردند.
- (a) جسم A چند ثانیه پس از جسم B به سطح زمین می‌رسد؟
- (b) سرعت هر یک را در موقع رسیدن به سطح زمین سنجش کنید.
- 26 - گلوله کوچکی از بالای ساختمان بلندی رها می‌شود. وقتی به ارتفاع 40 متری بالای زمین می‌رسد، سرعتش  $10m/s$  می‌شود.
- (a) سرعت جسم در لحظه رسیدن به زمین را حساب کنید.
- (b) ارتفاع ساختمان را به دست آورید.
- (c) سرعت متوسط گلوله را در مدت سقوط از ارتفاع (40m الی سطح زمین) تعیین کنید.
- (d) گراف  $(x-t)$  آن را رسم کنید.

## حرکت‌های دو بُعدی

در فصل قبل تا اندازه‌ی حرکت در یک بُعد را مورد مطالعه قرار دادیم و با کمیت‌هایی مانند موقعیت، تغییر موقعیت، سرعت متوسط و... آشنا شدیم و حرکت‌های یک‌نواخت و دارای شتاب ثابت بر روی یک خط مستقیم را بررسی کردیم. اما باید دانست که ما در زندگی روزمره بیشتر با حرکت‌هایی که در دو بُعد و سه بُعد انجام می‌شوند سرو کار داریم، و بررسی آن‌ها برای ما اهمیت بیشتری دارد.

حرکت یک سیاره به دور آفتاب و یا حرکت یک موتور در گولایی جاده و حرکت گلوله توپی که فیر می‌شود و... مثال‌هایی از حرکت دو بُعدی هستند.

حرکت در دو بُعد چیست؟ چگونه می‌توانیم حرکت‌های دوبعدی را تحلیل کنیم؟ حرکت‌های دو بُعدی را چگونه می‌توانیم به زبان ریاضی بیان کنیم؟ از حرکت‌های دوبعدی در حیات روزمره چه استفاده‌هایی کرده می‌توانیم؟ و... این‌ها همه پرسش‌هایی هستند که توقع می‌رود شما در ختم این فصل به آن‌ها پاسخ داده بتوانید. از این پیش دیدیم که مکان جسم در یک سطح با وکتور  $\vec{r}$  نمایش داده می‌شود. این وکتور را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j}$$

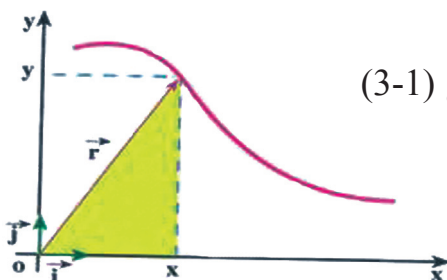
که در آن  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$  به ترتیب عبارت از وکتور واحدها در جهت‌های  $X$  و  $Y$  هستند. چون هنگام حرکت جسم، وکتور مکان آن تغییر می‌کند، برای مشخص کردن مکان جسم در حین حرکت، کافی است که مرکب‌های  $X$  و  $Y$  را به صورت تابع‌هایی از زمان داشته

$$\text{باشیم: } X = f(t) \quad Y = g(t) \dots\dots\dots (3-2)$$

رابطه‌های (3-2) معادله‌های حرکت یک جسم را در دو بعد نشان می‌دهند. واضح است که

$$\vec{r} = f(t) \vec{i} + g(t) \vec{j} \quad \text{یعنی:}$$

در حرکت دو بُعدی، وکتور مکان نیز تابعی از زمان است. در واقع می‌توان گفت که حرکت در یک مستوی (صفحه)، ترکیب دو حرکت یک بُعدی در امتدادهای  $X$  و  $Y$  است، که با داشتن معادله‌های مربوط به آن، مکان (موقعیت) جسم در تمام لحظه‌ها معلوم و در نتیجه مسیر حرکت جسم مشخص می‌شود. مانند شکل (3-1):



شکل (3-1)





### تحقیق کنید

فرض کنید در یک مدت کوتاه، معادله‌های حرکت سنگ پشت در سیستم SI به صورت  $x = 10t$  و  $y = -5t^2$  است. مختصات حرکت این سنگ پشت را در گروه‌های مختلف از طریق نقطه یابی در انتروال زمانی 0 تا 5 ثانیه رسم کنید.

## 3-1: تغییر مکان و سرعت متوسط

تغییر مکان و سرعت متوسط در حرکت‌های دو بعدی را چگونه می‌توان بررسی کرد؟ چه تفاوت‌هایی بین تغییر مکان و سرعت متوسط در حالت‌های یک بعدی و دو بعدی وجود دارد؟ برای بررسی تغییر مکان و سرعت متوسط در حرکت‌های دو بعدی، فرض کنید که متحرک مطابق شکل (3-2) در لحظه  $t_1$  در نقطه A (مکان  $r_1$ ) و در لحظه  $t_2$  در نقطه B (مکان  $r_2$ ) قرار داشته باشد. همان طوری که در فصل دوم خواندیم، وکتوری که از A به B رسم می‌شود، تغییر مکان جسم را در انتروال زمانی  $\Delta t = t_2 - t_1$  نمایش می‌دهد.

این وکتور که در شکل (3-4) فصل دوم نیز رسم شده است از رابطه‌های زیر به دست می‌آید.

چون  $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$  است، پس

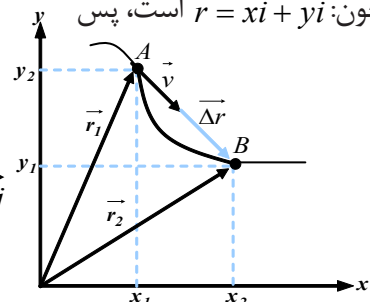
$$\vec{\Delta r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \dots (3-4)$$

$$\vec{\Delta r} = (x_2\vec{i} + y_2\vec{j}) - (x_1\vec{i} + y_1\vec{j})$$

$$\vec{\Delta r} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} - x_1\vec{i} - y_1\vec{j} = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j}$$

$$\vec{\Delta r} = \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j}$$

$$\vec{\Delta r} = (\Delta x)\vec{i} + (\Delta y)\vec{j} \dots (3-5)$$



شکل (3-2)

وکتورهای سرعت متوسط و

تغییر مکان هم جهت هستند.

سرعت متوسط جسم در یک انتروال زمانی معین، مانند حالت یک بعدی، به صورت زیر

تعریف می‌شود:

$$\vec{v} = \frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t} \dots (3-6)$$

با استفاده از رابطه (3-5)، سرعت متوسط را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\vec{v} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)\vec{i} + \left(\frac{\Delta y}{\Delta t}\right)\vec{j} \dots (3-7)$$

اگر  $\frac{\Delta x}{\Delta t}$  را با  $\bar{v}_x$  و  $\frac{\Delta y}{\Delta t}$  را با  $\bar{v}_y$  نشان دهیم، در نتیجه رابطه (3-7) را می‌توان به صورت زیر

$$\vec{v} = (\bar{v}_x)\vec{i} + (\bar{v}_y)\vec{j} \dots (3-8)$$

## فعالیت



شکل (3-2) را در گروه‌های مختلف تحلیل نموده و بگویید که چرا وکتور سرعت متوسط و وکتور تغییر مکان هم جهت هستند و سپس نماینده هر گروه به صورت جدا گانه در صنف توضیحات دهد.

**مثال:** معادله‌های حرکت جسمی در دو بعد، با رابطه‌های زیر (در سیستم SI) داده شده است:

$$x = 2t, \quad y = -t^2 + 4t$$

(a) وکتور مکان (موقعیت) جسم را در لحظه‌های  $t_1 = 1s$  و  $t_2 = 2s$  به دست آورید؟  
(b) سرعت متوسط آن را در انتروال زمانی بین 1 و 2 ثانیه تعیین و اندازه آن را حساب کنید.

**حل:** (a) در  $t_1 = 1s$  و  $y_1 = 3m$  و  $x_1 = 2m$

$$\vec{r}_1 = 2\vec{i} + 3\vec{j}$$

به همین ترتیب در  $t_2 = 2s$

$$x_2 = 4m \quad y_2 = 4m \quad \text{و}$$

$$\vec{r}_2 = 4\vec{i} + 4\vec{j}$$

(b) در انتروال زمانی بین 1 و 2 ثانیه:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 4 - 2 = 2m$$

$$\Delta y = y_2 - y_1 = 4 - 3 = 1m$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 2 - 1 = 1s$$

$$\bar{V}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2m}{1s} = 2 \frac{m}{s} = 2\vec{i}$$

$$\bar{V}_y = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{1m}{1s} = 1 \frac{m}{s}$$

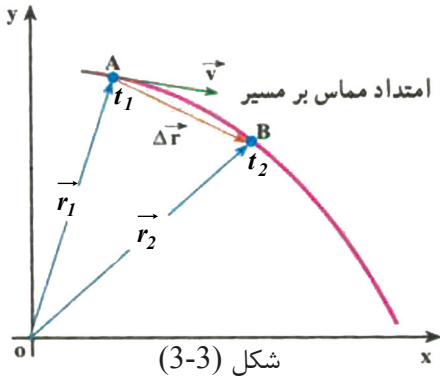
$$\vec{V} = \bar{V}_x + \bar{V}_y = 2\vec{i} + \vec{j}$$

$$(\bar{V})^2 = (\bar{V}_x)^2 + (\bar{V}_y)^2 = 2^2 + 1^2 = 5 \Rightarrow \bar{V} = \sqrt{5} \approx 2.23 \frac{m}{s}$$

**تمرین:** فرض کنید در یک مدت کوتاه، معادله‌های حرکت یک خرگوش در سیستم SI به صورت  $x = 10t$  و  $y = -2t^2$  است، سرعت متوسط این خرگوش را در انتروال زمانی 0 تا 2 ثانیه به دست آورید.

## سرعت لحظه‌یی

سرعت لحظه‌یی در حرکت‌های دو بُعدی را چگونه می‌توان تحلیل و ارزیابی کرد؟ سرعت لحظه‌یی در حرکت دو بُعدی و یک بُعدی چه تفاوت‌هایی دارند؟ برای بررسی سرعت لحظه‌یی در دو بعد، شکل (3-3) را در نظر بگیرید. این شکل، حرکت جسم را روی یک مسیر خمیده (منحنی) نشان می‌دهد.



موقعیت جسم در دو لحظه  $t_1$  و  $t_2$  مشخص شده است. از این پرسش یاد آور شده بودیم که وکتور سرعت متوسط در یک انتروال زمانی با وکتور تغییر موقعیت مربوط به آن، هم جهت است. همان‌طوری‌که در فصل قبل در حرکت یک بُعدی نیز گفته شد، هنگامی که انتروال زمانی  $\Delta t$ ، کوچک و کوچک‌تر شود، سرعت متوسط به سرعت لحظه‌یی نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود، یعنی به زبان ریاضی، وکتور سرعت لحظه‌یی عبارت از لیمت سرعت متوسط است وقتی که  $\Delta t$  به طرف صفر

تقرب نماید، یعنی:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (\vec{v}) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \dots \dots \dots (3-9)$$

به عبارت دیگر می‌توان گفت که «سرعت لحظه‌یی، مشتق وکتور مکان جسم نسبت به زمان است»، یعنی:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \dots \dots \dots (3-10)$$

بنابراین در لیمتی که  $\Delta t$  به طرف صفر تقرب می‌نماید، با استفاده از رابطه  $\vec{\Delta r} = \Delta x \cdot \vec{i} + \Delta y \cdot \vec{j}$  می‌توان سرعت لحظه‌یی جسم را بر اساس مرکبه‌های آن در دو امتداد X و Y به دست آورد، یعنی:

$$\vec{v} = \left(\frac{dx}{dt}\right) \vec{i} + \left(\frac{dy}{dt}\right) \vec{j}$$

$$\vec{v} = (v_x) \vec{i} + (v_y) \vec{j} \dots \dots \dots (3-11)$$

بنابراین، چون وکتور سرعت متوسط با وکتور تغییر مکان هم جهت است، پس در لیمتی که  $\Delta t$  به طرف صفر تقرب می‌نماید، وکتور سرعت لحظه‌یی بر مسیر حرکت در نقطه A مماس خواهد شد. در نتیجه هنگامی که جسم روی یک مسیر خمیده (منحنی) حرکت می‌کند، جهت وکتور سرعت آن که همیشه بر مسیر حرکت مماس است، در هر لحظه تغییر می‌کند. بعد از این وکتور سرعت لحظه‌یی را، سرعت می‌نامیم.

**مثال:** موتوری که در یک سطح افقی  $xOy$  حرکت می‌کند، معادله‌های حرکت آن در سیستم SI به صورت زیر است:  $y = 4t^2$  و  $x = 6t + 5$  اندازه سرعت موتور را در  $t = 1s$  به دست آورید؟

**حل:** با استفاده از رابطه (3-11) مرکب‌های سرعت به دست می‌آید:

$$V_x = \frac{dx}{dt} = 6 \text{ m/s} \text{ و } V_y = \frac{dy}{dt} = 8t$$

همان طوری که دیده می‌شود مرکب افقی سرعت تابع زمان نیست و مقدار ثابتی دارد؛ ولی مرکب قائم سرعت، تابع زمان است و اندازه آن در  $t = 1s$  برابر است با:  $v_y = 8 \text{ m/s}$  پس اندازه

$$\text{سرعت در } t = 1s \text{ برابر است با: } v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ m/s}$$

## 3-2: شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای

از این پیش خواندیم که وقتی سرعت جسم تغییر کند، حرکت شتاب‌دار است. تغییر سرعت می‌تواند به معنای تغییر در اندازه سرعت یا تغییر در جهت سرعت و یا هر دو باشد. دیدیم که وقتی حرکت جسم روی مسیر منحنی است، در حالی که سرعت جسم تغییر نمی‌کند، مگر جهت سرعت آن تغییر می‌کند. بنا بر آن اگر اندازه سرعت هم تغییر نکند، می‌تواند حرکت شتاب‌دار باشد. مثال، حرکت بر روی مسیر منحنی، که در آن محض جهت حرکت تغییر می‌کند، یک حرکت شتاب‌دار است.

### تحقیق کنید



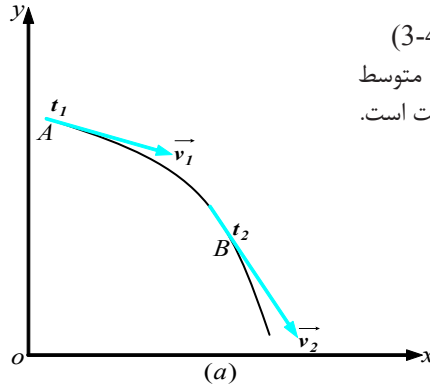
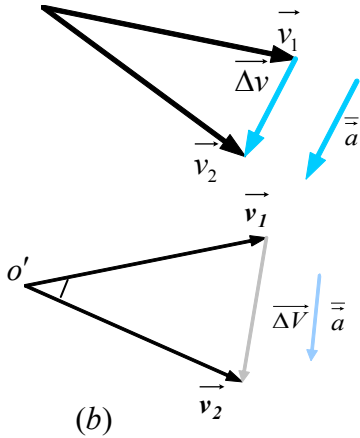
در مورد دو مثال حرکت شتاب‌دار تحقیق کنید که در آن‌ها، اندازه سرعت تغییر نکند.

در شکل (3-4-a) وکتورهای سرعت در دو لحظه  $t_1$  و  $t_2$  روی مسیر نشان داده شده است. برای محاسبه تغییر سرعت در انتروال زمانی  $\Delta t = t_2 - t_1$  در شکل (3-4-b) از نقطه  $O'$  وکتورهای مساوی با  $v_1$  و  $v_2$  را رسم می‌کنیم  $\Delta v$  و  $\Delta t$  را به دست می‌آوریم. مانند حرکت یک بعدی، وکتور شتاب متوسط را در انتروال زمانی به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \dots \dots \dots (3-12)$$

با استفاده از رابطه (3-11) داریم که:  $\vec{a} = \left(\frac{\Delta v_x}{\Delta t}\right) \vec{i} + \left(\frac{\Delta v_y}{\Delta t}\right) \vec{j}$

ویا  $\vec{a} = (\bar{a}_x) \vec{i} + (\bar{a}_y) \vec{j} \dots\dots\dots(3-13)$  (شتاب متوسط)



شکل (3-4)  
وکتور شتاب متوسط  
با  $\Delta v$  هم جهت است.



در گروه‌های مختلف صنفی در مورد این که چرا وکتور شتاب متوسط با  $\Delta \vec{v}$  هم جهت است. بحث کنید و نتیجه را در صنف گزارش دهید.

همان طوری که می‌دانیم شتاب لحظه‌یی در لحظه  $t_1$  را می‌توان به صورت لمت شتاب متوسط، وقتی که  $\Delta t$  به طرف صفر تقرب نماید، نوشت، یعنی:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (\vec{a}) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}\right) \dots\dots\dots(3-14)$$

را بطة با لا را با توجه به مفهوم مشتق

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \dots\dots(3-15)$$

می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\vec{a} = \frac{d^2(\vec{r})}{dt^2} \dots\dots\dots(3-16)$$

و به کمک را بطة (3-13) می‌توان بنوسیم که:

$$\vec{a} = \left(\frac{dv_x}{dt}\right) \vec{i} + \left(\frac{dv_y}{dt}\right) \vec{j} \dots\dots\dots(3-17)$$

که در آن  $\frac{dv_x}{dt} = a_x$  و  $\frac{dv_y}{dt} = a_y$  عبارت از مرکب‌های شتاب لحظه‌یی می‌باشد.

و در نتیجه: (3-18).....  $\vec{a} = (a_x)\vec{i} + (a_y)\vec{j}$  (شتاب لحظه‌یی)

را بطة (3-12) نشان می‌دهد که  $\vec{a}$  و  $\Delta\vec{v}$  هم جهت استند. ولی همان طوری که در شکل (3-4-a) نشان داده شد است، در حرکت روی مسیر منحنی، هیچ وقت وکتور شتاب متوسط ( $\vec{a}'$ )، با وکتور های سرعت ( $\vec{v}_1$  و  $\vec{v}_2$ ) هم جهت نیست. وقتی که  $\Delta t$  به طرف صفر تقرب می‌کند و وکتور  $\vec{v}_2$  به وکتور  $\vec{v}_1$  بسیار نزدیک می‌شود، باز هم شتاب لحظه‌یی با سرعت لحظه‌یی هم جهت نخواهد بود.

### فعالیت



در گروه‌های مختلف صنفی، بر روی گراف نشان دهید که در حرکت دارای سرعت ثابت روی مسیر منحنی، وقتی  $\Delta t$  به طرف صفر تقرب نماید،  $\Delta\vec{v}$  بر  $\vec{v}$  عمود است.

**مثال:** معادله حرکت دو بعدی جسمی در سیستم (SI) به صورت زیر است:

$$\begin{cases} x = 20 t^2 \\ y = -5 t^3 \end{cases}$$

وکتورهای سرعت و شتاب آن را در  $t = 1s$  به دست آورید که آیا این دو وکتور هم جهت اند؟

**حل:** برای تعیین وکتور سرعت، در مرحله اول مرکب‌های  $V_x$  و  $V_y$  را در  $t = 1s$  چنین به دست می‌آوریم:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = 40t \xrightarrow{t=1s} v_x = 40 \text{ m/s}$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = -15t^2 \xrightarrow{t=1s} v_y = -15 \text{ m/s}$$

در نتیجه وکتور سرعت لحظه‌یی در  $t = 1s$  چنین خواهد بود:  $\vec{v} = 40\vec{i} - 15\vec{j}$

برای تعیین وکتور شتاب نیز ابتدا مرکب‌های شتاب یعنی  $a_x$  و  $a_y$  را به دست می‌آوریم، یعنی:

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = -30t \qquad a_x = \frac{dv_x}{dt} = 40 \text{ m/s}^2$$

$$\xrightarrow{t=1s} a_y = -30.1 = -30 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



همان طور که می بینیم  $a_y$  تابع زمان ( $t$ ) است و در  $t = 1s$  برابر است با:  $a_y = -30m/s^2$  در نتیجه وکتور شتاب در  $t = 1s$  چنین خواهد بود:  $\vec{a} = 40\vec{i} - 30\vec{j}$

با مقایسه وکتورهای  $\vec{a}$  و  $\vec{v}$  در زمان  $t = 1s$  و می توان نتیجه گرفت که این دو وکتور با هم موازی نیستند:

### 3-3: حرکتهای پرتابی

حرکتهای پرتابی چگونه حرکتهایی هستند؟ حرکتهای پرتابی چه مسیری را در فضا طی می کنند؟ جسم پرتاب شده و مسیری که در فضا طی می کند، نمونه‌یی از انواع مختلف حرکت است که هر انسان از آغاز کودکی، در عمل با آن سرو کار دارد.

حرکت پرتابی نوعی از حرکت دو بعدی است. برای مطالعه و تحلیل حرکتهای دو بعدی در مرحله اول باید سه فرض زیر را در نظر بگیریم:

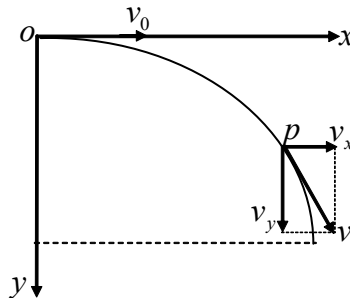
- 1 - شتاب جاذبه‌یی ( $g$ )، در محدوده حرکت جسم ثابت و جهتش به طرف پایین است.
- 2 - از تأثیر مقاومت هوا می توان صرف نظر کرد.
- 3 - چرخش زمین بر روی این حرکت تأثیری ندارد.

یکی از اصطلاحاتی که در حرکتهای پرتابی با آن زیاد سروکار داریم، عبارت از جسم پرتاب شده است. جسم پرتاب شده، جسمی است که در آغاز با سرعت اولیه پرتاب و یا بر اثر ضربه در جهتی به حرکت درآید و سپس تحت تأثیر قوه جاذبه، حرکت شتابدار (حد اقل در امتداد یکی از محورهای کمیات وضعیه) داشته باشد. مرمی که از تفنگ خارج می شود، سنگی که با یک زاویه پرتاب می شود، جریان آبی که از سوراخی فوران می کند، همه گی مثالهایی از حرکت پرتابی هستند که مسیر پارابول شکل را در فضای پیمایند. سپس خواهیم دید که اثبات این مسئله که مسیر حرکتهای پرتابی، پارابول است از طریق ریاضی، ساده می باشد.



## پرتاب افقی

چی فکر می‌کنید که اگر جسمی را از بالای بر جی در امتداد افقی با سرعت اولیه  $v_0$  پرتاب کنیم، چه اتفاقی خواهد افتاد؟ مسیری را که جسم پرتاب شده طی می‌کند، چگونه مسیری خواهد بود؟ جسمی را از مبدا سیستم مختصات قائم  $(Y, X)$  با سرعت اولیه  $v_0$  به صورت موازی به محور  $X$  مانند شکل زیر پرتاب می‌کنیم. دیده می‌شود که جسم پرتاب شده به حرکت خود به صورت افقی ادامه نداده بلکه آهسته آهسته به طرف پایین کشانیده می‌شود. یعنی جسم پرتاب شده.



شکل (3-5)

لحظه به لحظه توسط تعجیل جاذبه زمین به طرف پایین کشانده می‌شود و بالاخره به زمین تصادم می‌کند. در این نوع حرکت می‌توان سرعت جسم پرتاب شده را از ترکیب دو وکتور (مركبه‌های سرعت)  $v_x$  و  $v_y$  مورد مطالعه قرار داد. چون جسم پرتاب شده حرکت مستقیم الخط منظم را به امتداد محور  $X$  با سرعت اولی  $v_0$  انجام می‌دهد و به امتداد محور  $Y$  تحت تأثیر قوه جاذبه زمین می‌باشد، بنابراین معادلات حرکت جسم پرتاب شده به جهت‌های محور  $X$ ، عبارت اند از:

$$x = v_0 t \dots \dots (3-19)$$

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \dots (3-20)$$

اگر قیمت  $t$  را از رابطه (3-19) در یا فت نموده و در رابطه (3-20) و وضع کنیم، می‌یابیم

$$y = \frac{1}{2} g \cdot \frac{x^2}{v_0^2} \dots \dots (2-21)$$

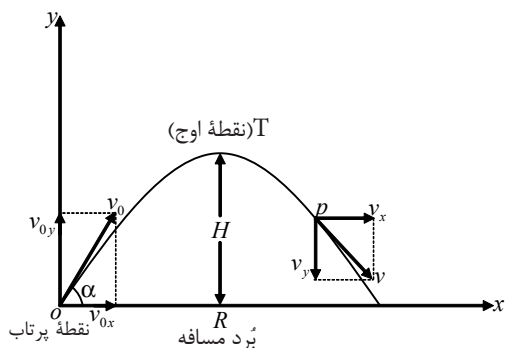
چون  $\frac{g}{2v_0^2}$  یک کمیت ثابت است، آن را به  $c$  نشان داده، رابطه (3-21) را به شکل زیر را به خود می‌گیرد:

$$y = c x^2 \dots \dots (3-22)$$

از معادله (3-22) نتیجه می‌شود که مسیر حرکت جسم پرتاب شده به صورت افقی عبارت از یک پارابول است. از رابطه (3-20) معلوم می‌شود که در پرتاب افقی وقتی را که جسم پرتاب شده در طی نمودن فاصله  $Y$  به طرف پایین در بر می‌گیرد، برابر است به وقتی که جسم مذکور به طور آزاد سقوط نماید و همان فاصله  $Y$  را عموداً طی کند.

### 3-4: پرتاب مایل

پرتاب مایل چگونه پرتابی است؟ چه تفاوتی بین پرتاب افقی و پرتاب مایل وجود دارد؟ در بخش 3-3، پرتاب در امتداد افق مورد بحث واقع شد. در حالت پرتاب افقی، زاویه‌ی را که وکتور سرعت اولیه با جهت مثبت محور X تشکیل می‌داد صفر ( $\alpha = 0$ ) بود. ولی در حالت پرتاب مایل زاویه پرتاب خلاف صفر می‌باشد ( $\alpha \neq 0$ ).



در پرتاب مایل وکتور  $v_0$  را روی دو محور X و Y به مرکب‌های آن تجزیه می‌کنیم. برای مطالعه دقیق این حرکت، سیستم مختصات کمیات وضعه را مطابق شکل (3-6) در نظر می‌گیریم که مبداء آن، محل اولیه پرتاب، محور X آن در جهت افقی و محور Y آن در جهت قائم و به طرف بالا باشد. با این انتخاب محورها، چون شتاب در جهت محور Y برابر با  $(-g)$  و در جهت محور X صفر است، پس می‌توانیم بنویسیم که:

$$a_y = -g \dots \dots \dots (3-23) \quad \text{شکل (3-6)}$$

$$a_x = 0 \dots \dots \dots (3-24)$$

جسم پرتاب شده در مبداء زمان  $t = 0$  از مبدا مختصات با سرعت اولیه  $v_0$  تحت زاویه  $\alpha$  نسبت به افق پرتاب می‌شود. در این صورت مؤلفه‌های X و Y سرعت اولیه عبارت انداز:

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha \dots \dots \dots (3-25)$$

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha \dots \dots \dots (3-26)$$

$a_x = 0$  است، یعنی حرکت در جهت افقی X با سرعت ثابت  $v_0 \cos \alpha$  انجام می‌شود. بنابراین معادله‌های حرکت و سرعت جسم پرتاب شده در جهت محور X به صورت زیر خواهد بود:

$$x = (v_0 \cos \alpha) t \dots \dots \dots (3-27)$$

$$v_x = v_0 \cos \alpha = \text{const} t \dots \dots \dots (3-28)$$

همان‌طوری که گفته شد حرکت در جهت قائم Y، یک حرکت با شتاب ثابت  $(-g)$  است. و با استفاده از رابطه‌های سقوط آزاد اجسام، معادله‌های حرکت جسم پرتاب شده در جهت Y نیز به صورت زیر خواهد بود.

$$y = -\frac{1}{2} g t^2 + (v_0 \sin \alpha) t \dots \dots \dots (3-29)$$

$$v_y = -gt + v_0 \sin \alpha \dots \dots \dots (3-30)$$

چهار معادله (3-27) تا (3-30)، معادله‌های حرکت و سرعت به استقامت محورهای X و Y جسم پرتاب شده را در هر لحظه t بر روی محورهای X و Y نشان می‌دهند. اگر در معادله‌های حرکت روی محورهای X و Y در حرکت دو بعدی، زمان t حذف شود، معادله مسیر حرکت به دست می‌آید. با استفاده از این روش، معادله مسیر حرکت پرتابی بر روی صفحه XOY چنین به دست می‌آید:

قیمت t را از رابطه (3-27) گرفته و به رابطه (3-29) وضع می‌کنیم.

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

$$y = -\frac{1}{2} g \left( \frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right)^2 + v_0 \sin \alpha \left( \frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right)$$

$$y = \tan \alpha \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot x^2 \quad \text{و یا} \quad y = -\frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha \dots \dots \dots (3-31)$$

معادله (3-31) نشان می‌دهد که مسیر حرکت پرتابی، عبارت از پارابول می‌باشد. (چرا؟). فاصله افقی را که جسم پرتاب شده طی می‌کند تا دو باره به ارتفاع اولیه پرتاب ( $y = 0$ ) برگردد، رنج (Rang) جسم پرتاب شونده می‌نامند و آن را با حرف R نمایش می‌دهند.

مختصه‌های نقطه بر گشت به ارتفاع اولیه با توجه به شکل، به صورت  $\begin{cases} X = R \\ Y = 0 \end{cases}$  است. با وضع نمودن این قیمت‌ها در رابطه (3-31) می‌توانیم بنویسیم که:

$$0 = \frac{-g(R)^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} + (R) \tan \alpha \Rightarrow \frac{g(R)^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} = R \tan \alpha$$

$$R = \frac{2v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha}{g} \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$R = \frac{v_0^2 \cdot 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{g}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

چون:

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \dots \dots \dots (3-32)$$

پس:



### بحث کنید



رابطه (3-31) را با معادله  $f(x) = ax^2 + bx + c$  مقایسه نموده و در مورد مسیر حرکت آن‌ها با هم مناقشه کنید و نتیجه را در صنف گزارش دهید.

### فعالیت



**مواد ضروری:** نقاله، خط کش یا متر، تفنگچه بازی اطفال، گلوله‌های پلاستیکی، میز.  
**طرز العمل:** شاگردان به سه گروه تقسیم شوند. گروه اول از نقطه (O) تحت زاویه  $25^\circ$ ، گروه دوم از نقطه (O)، تحت زاویه  $45^\circ$  و گروه سوم از نقطه (O) تحت زاویه  $65^\circ$  فیر نمایند. زمانی که گلوله به زمین اصابت نمود. فاصله بین نقطه فیر (O) و نقطه اصابت ( $x_{\max}$ ) را توسط خط کش و یا متر یادداشت نمایند و سپس نمایندۀ هر گروه نتیجه کار خود را با دیگران مقایسه و نتیجه کلی را در حضور معلم در صنف گزارش دهد.

### بحث کنید



جسم پرتاب شونده، تحت چه زاویه‌یی پرتاب شود تارنج (فاصله افقی) اعظمی را طی کند؟ نقطه اوج (ارتفاع اعظمی) در حرکت پرتابی، بالا ترین نقطه‌یی است که جسم پرتاب شونده به آن می‌رسد. در شکل (3-7)، ارتفاع نقطه اوج با H نشان داده شده است. سرعت در جهت محور Y در نقطه اوج صفر است، (چرا؟)

از رابطه (3-30) داریم که:

$$0 = -gt + v_0 \sin \alpha$$

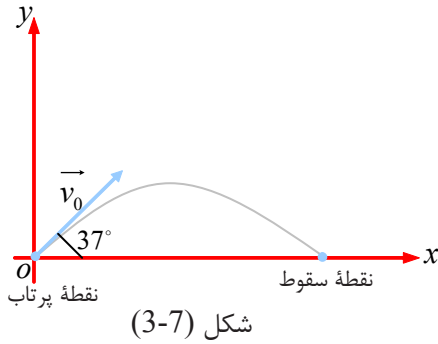
$$t = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \dots \dots (3-33)$$

با استفاده از این فورمول می‌توانیم زمان رسیدن جسم پرتاب شده را به نقطه اوج به دست آوریم. با قرار دادن این زمان (t) در معادله (3-29) ارتفاع نقطه اوج به دست می‌آید.

$$H = -\frac{1}{2}g\left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g}\right)^2 + (v_0 \sin \alpha)\left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g}\right)$$

$$H = \frac{-v_0^2 \sin^2 \alpha + 2v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \dots \dots (3-34)$$



**مثال:** یک بازیکن فوتبال، توپی را تحت  $37^\circ$  زاویه نسبت به افق با سرعت اولیه  $10\text{ m/s}$ ، شوت می‌کند. با فرض این که توپ در صفحه  $XOY$  حرکت کند و مقاومت هوا نا چیز باشد:

(a) زمان رسیدن توپ به نقطه اوج را به دست آورید؟

(b) پس از چه زمانی توپ به زمین بر می‌گردد؟  
 $(\sin 37^\circ = 0.6)$

**حل:** الف) در نقطه اوج مسیر داریم که:

$$v_y = -gt + v_0 \sin \alpha$$

$$0 = -9.8t + 10 \times 0.6 \Rightarrow t = \frac{6}{9.8} \cong 0.6\text{ s}$$

(b) در بازگشت به زمین  $y = 0$  است، یعنی:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin \alpha)t \quad -4.9t^2 + 6 = 0$$

$$0 = -4.9t^2 + (10 \times 0.6)t \quad 4.9t^2 = 6 \Rightarrow t_2 = \frac{6}{4.9}$$

$$t(-4.9t + 6) = 0 \Rightarrow t_1 = 0 \quad , \quad t_2 = 1.2244 \Rightarrow t_2 = 1.2\text{ s}$$

که در آن  $t_1 = 0$  مربوط به لحظه پرتاب توپ و  $t = 1.2\text{ s}$  مربوط به لحظه برخورد توپ به زمین (زمان کل حرکت) است.

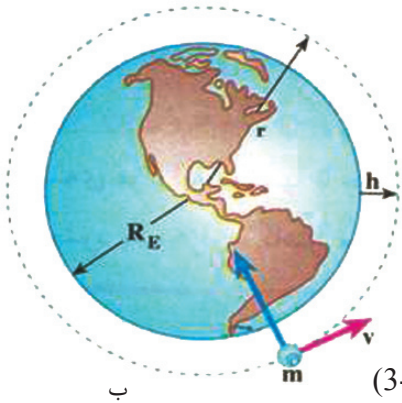
## تمرین

در حرکت پرتابی:

- 1 - دورترین فاصله جسم پرتاب شده از رابطه \_\_\_\_\_ به دست می‌آید.
- 2 - زمان رسیدن جسم پرتاب شده به نقطه اوج از رابطه \_\_\_\_\_ به دست می‌آید.

### 3-5: حرکت دایره‌یی

حرکت دایره‌یی چیست؟ حرکت‌های دایره‌یی چه کاربردهایی در زنده‌گی روزمره دارند؟ آیا گاهی شما گازک‌های بازی اطفال و فلاخن را مشاهده کرده‌اید که چه نوع حرکت‌هایی را انجام می‌دهند؟ حرکت یک جسم در مسیر دایره‌یی، نمونه‌ی دیگری از حرکت در دو بعد (سطح) است. نمونه‌های بسیاری از این حرکت‌ها را هر روزه مشاهده می‌کنیم. مسیر حرکت ماه به دور زمین، حرکت الکترون به دور هسته، و مسیر حرکت بعضی از ماهواره‌ها به دور زمین، نسبتاً از نوع حرکت دایره‌یی هستند. در بعضی از وسایل خانه‌گی؛ مانند: ماشین کالاشویی، ماشین آب‌میوه‌کشی و... اجسام در داخل آن‌ها در مسیر دایره‌یی حرکت می‌کنند. در تصویرهای زیر، نمونه‌هایی از حرکت اجسام بر مسیر دایره‌یی را مشاهده می‌کنید.



شکل‌های (3-8)



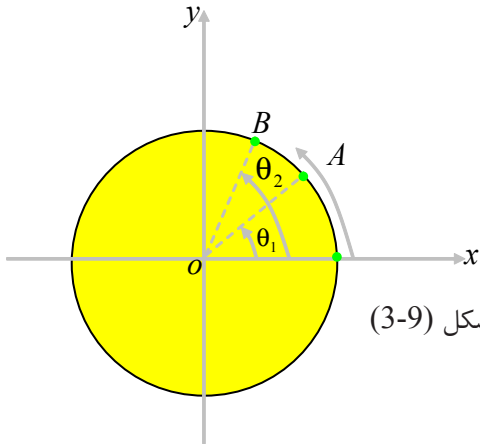
الف



ج

## سرعت زاویه‌یی

ذره‌یی را در نظر بگیرید که روی مسیر دایره‌یی در جهت عکس عقربه‌ ساعت مانند شکل زیر در حرکت است. در این جا منظور از ذره، جسم کوچکی است که ابعاد آن به مقایسه شعاع دایره ناچیز است.



شکل (9-3)

موقعیت ذره را روی دایره در هر لحظه می‌توان با زاویه  $\theta$  نسبت به محور  $Ox$  نمایش داد. هنگامی که ذره در نقطه  $A$  قرار دارد موقعیت آن را با زاویه  $\theta_1$  و هنگامی که در نقطه  $B$  قرار دارد، موقعیت آن را با زاویه  $\theta_2$  نشان می‌دهیم، و  $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$  را تغییر موقعیت (فاصله طی شده) زاویه‌یی ذره می‌نامیم. طبیعی است که سرعت زاویه‌یی متوسط ذره در حرکت دایره‌یی به صورت نسبت تغییر موقعیت زاویه‌یی بر زمان آن تعریف می‌شود، یعنی:

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \dots\dots\dots (3-35)$$

واحد اندازه‌گیری سرعت زاویه‌یی، رادیان بر ثانیه  $\frac{rad}{sec}$  است.



### تحقیق کنید

در مورد حرکت زمین به دور خورشید در گروه‌های مختلف تحقیق کنید و سرعت زاویه‌یی متوسط زمین به دور خورشید را محاسبه نمایید.





## سؤال

(a) از حرکت دایره‌یی در حیات روزمره چه استفاده ای صورت می‌گیرد؟  
 (b) چند و سیله را که اجزای داخلی آن‌ها دارای حرکت دایره‌یی باشد، نام ببرید.

## سرعت زاویه‌یی لحظه‌یی

سرعت زاویه‌یی لحظه‌یی را مانند آن‌چه در مورد تعریف سرعت لحظه‌یی در درس (2-3)

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$$

خواندیم. تعریف می‌کنیم.

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

و یا

## تمرین

موقعیت زاویه‌یی ذره‌ای که روی مسیر دایره‌یی حرکت می‌کند با رابطه  $\theta = 2t^2 + 6t$  داده شده است. (t بر حسب ثانیه و  $\theta$  بر حسب رادیان)  
 الف) سرعت زاویه‌یی متوسط متحرک را در بین لحظه‌های  $t_1 = 1s$  و  $t_2 = 2s$  حساب کنید.  
 ب) سرعت لحظه‌یی متحرک را در لحظه  $t_3 = 3s$  حساب کنید.



## بحث کنید

جهت درک بهتر رابطه سرعت زاویه‌یی متوسط و سرعت زاویه‌یی لحظه‌یی چند مثال طرح کرده و با هم‌صنفان خود بحث و گفتگو کنید و نتیجه را به حضور معلم در صنف توضیح دهید.

## 3-6: حرکت دایره‌یی یک‌نواخت

هرگاه سرعت زاویه‌یی ذره‌ای که بر روی مسیر دایره‌یی در حرکت است، ثابت باقی بماند، می‌گوییم که ذره حرکت دایره‌یی یک‌نواخت دارد. در چنین حرکتی، سرعت زاویه‌یی متوسط در هر وقفه زمانی با سرعت زاویه‌یی لحظه‌یی ذره برابر است.

$$\bar{\omega} = \omega = \frac{\theta - \theta_0}{t - 0}$$

و یا

$$\theta = \omega t + \theta_0 \dots \dots \dots (3-36)$$

برای بررسی حرکت دایره‌یی یک‌نواخت، در مرحلهٔ اول باید کمیت‌های ذیل را تعریف کنیم:

**پریود:** مدت زمانی که ذره بر روی مسیر دایره‌یی یک دور مکمل را طی می‌کند، پریود نامیده می‌شود. پریود را با حرف  $T$  نمایش می‌دهند و واحد اندازه‌گیری آن ثانیه است.

**فریکونسی:** تعداد دورهای ذره را در یک ثانیه فریکونسی می‌گویند. فریکونسی را با حرف لاتین نیو ( $\nu$ ) نمایش می‌دهند. واحد اندازه‌گیری فریکونسی  $\frac{1}{s}$  و یا هرتز  $Hz$  است.

$$T = \frac{1}{\nu} \dots\dots\dots (3-37)$$

چون ذره در هر دور،  $2\pi$  رادیان را طی می‌کند. بنابراین سرعت زاویه‌یی آن برابر است با:

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu \dots\dots\dots (3-38)$$

### فعالیت



در گروه‌های خود پریود و فریکونسی را با هم مقایسه نمایید و جدولی زیر را تکمیل کنید.

متحرک	پریود	فریکونسی
الکترون به دور اتوم‌هایدروجن	$10^{-17}$ ثانیه	$10^{17} Hz$ دور فی ثانیه
توربین آب برای تولید برق	0.33 ثانیه	$3.03 Hz$
زمین به دور محورش	86400s ثانیه	$1.157 \times 10^{-5} Hz$ دور فی ثانیه
مهتاب به دور زمین	$29.7 = 2566080s$ روز	$3.897 \times 10^{-7} Hz$
زمین به دور آفتاب	31536000s	$3.17 \times 10^{-8} Hz$ دور فی روز

## سرعت خطی در حرکت دایره‌یی

از این پیش دیدید که موقعیت متحرک را در سطح، وکتور مکان می‌توان مشخص کرد، شکل (2-3). اگر وکتور مکان ذره در لحظهٔ  $t_1$ ،  $r_1$  و در لحظهٔ  $t_2$ ،  $r_2$  باشد، تغییر موقعیت ذره در لحظهٔ زمان  $\Delta t = t_2 - t_1$ ، برابر به  $\Delta r = r_2 - r_1$  خواهد بود. ذره در این لحظهٔ زمان، قوس  $\Delta s$  را می‌پیماید. اگر لحظهٔ زمان بسیار کوچک باشد، قوس  $\Delta s$  کوچک می‌شود و می‌توان طول قوس  $\Delta s$  را تقریباً با طول وتر مقابل آن یعنی  $(\Delta r)$  برابر گرفت.

همچنان از این پیش دیدیم که سرعت متوسط متحرک را می توان از رابطه (3-32) ...  $\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$  به دست آورد و اندازه سرعت لحظه‌یی نیز با رابطه زیر تعریف می شود:

$$\left| \vec{v} \right| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\left| \Delta \vec{r} \right|}{\Delta t} \quad \left| \Delta \vec{r} \right| = \Delta s$$

و از آن جایی که در حالت لیمت، انتخاب شده می تواند، پس داریم:

$$\left| \vec{v} \right| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \quad \dots\dots\dots(3-39)$$

در ریاضی خوانده اید که زاویه  $\theta$  بر حسب رادیان برابر است با نسبت طول قوس مقابل آن زاویه بر شعاع دایره، یعنی:  $\theta = \frac{s}{r}$  (3-40)  $s = r\theta$  ..... و یا

بنا بر این با وضع نمودن قیمت  $\Delta s$ ، را بطة (3-39) را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} r \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \Rightarrow = \frac{d(r\Delta \theta)}{dt}$$

$$\vec{v} = r \frac{d\theta}{dt}$$

$$\vec{v} = r \cdot \omega \dots\dots\dots(3-41)$$



استفاده کننده گان سرعت خطی در حرکت دایره‌یی چه کسانی اند و از آن در کدام موارد استفاده می کنند: در این باره در گروه‌های خود بحث نموده برای هم صنفان خود گزارش دهید.

**مثال:** یک چرخ بازی اطفال، افراد را در یک سطح افقی و در مسیر دایره‌یی می گرداند، طوری که هر فرد حرکت دایره‌یی یک‌نواخت دارد. اگر دوران کننده در هر 10 ثانیه یک دور بزند و شعاع چرخش برای هر نفر 5 متر باشد، سرعت زاویه‌یی و خطی هر شخص را در این دوران کننده محاسبه می نماییم.

**حل:** زمان دوره چرخش  $T = 10s$  است. پس سرعت زاویه‌یی برابر است با:

$$T = 10s$$

$$r = 5m$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5} \text{ rad/s}$$

و سرعت خطی آن نیز برابر خواهد بود با:

$$v = r\omega = 5 \cdot \frac{\pi}{5} = 3.14 m/s$$

$\omega = ?$   
 $v = ?$



## سؤال

- 1 - طول عقربه‌های ساعت، دقیقه و ثانیه گرد یک ساعت دیواری به ترتیب  $8\text{cm}$ ،  $10\text{cm}$  و  $12\text{cm}$  است. سرعت خطی نوک هر یک از عقربه‌های این ساعت را سنجش کنید.
- 2 - متحرکی روی مسیر دایره‌یی شکل در مدت 4 دقیقه 600 دور می‌زند. سرعت زاویه‌یی، پریود و فریکونسی متحرک را حساب کنید.

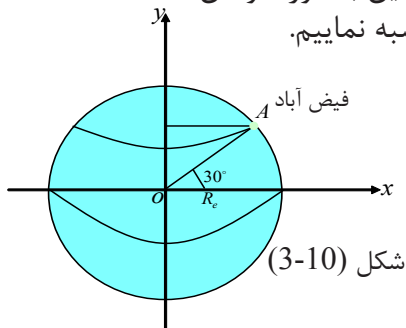


## فکر کنید

سرعت زاویه‌یی حرکت وضعی زمین، در تمام نقاط زمین یکسان است یا خیر؟ (چرا؟)

**مثال:** شهر فیض آباد در مدار جغرافیایی  $30^\circ$  شمالی قرار دارد. سرعت زاویه‌یی و سرعت خطی شخص را که در این شهر زنده‌گی می‌کند، حساب کنید و شعاع زمین را هم  $R_e = 6.4 \cdot 10^6\text{m}$  در نظر بگیرید.

**حل:** با توجه به این که مدت دورهٔ مکمل چرخش زمین به دور خودش، 24 ساعت است، می‌توانیم سرعت زاویه‌یی هر نقطهٔ روی زمین را محاسبه نماییم.



$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = 24 \cdot 60 \cdot 60 = 86400\text{s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{86400} = 7.27 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$$

فاصلهٔ فیض آباد از محور چرخش زمین، با توجه به شکل (3-10)، برابر است با:

$$r = R_e \cos 30^\circ \rightarrow \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$r = 6.4 \times 10^6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5.53 \times 10^6\text{m}$$

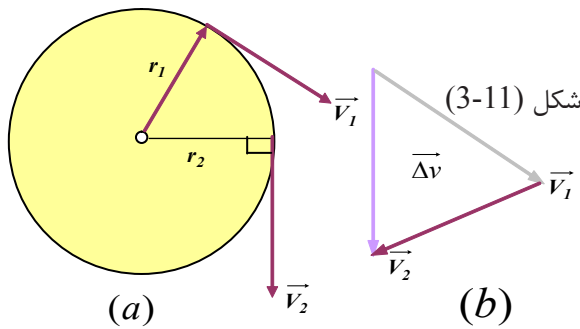
و سرعت خطی شخص در فیض آباد برابر است با:

$$v = r\omega = 5.53 \times 10^6 \times 7.27 \times 10^{-5} = 402.03 \text{ m/s}$$

### 3-7: شتاب در حرکت دایره‌یی یک‌نواخت

ذره‌یی را در نظر بگیرید که دارای حرکت دایره‌یی یک‌نواخت است، شکل (3-11-a). از این پیش دیدیم که وکتور سرعت در هر لحظه مماس بر مسیر دایره است. اگر مکان ذره در لحظه  $t_1$ ،  $r_1$  و در لحظه  $t_2$ ،  $r_2$  باشد و وکتورهای سرعت متحرک در این نقاط به ترتیب بر  $r_1$  و  $r_2$  عمود اند. وکتور  $\Delta v = v_2 - v_1$  در شکل (3-11-b) رسم شده و دیده می‌شود. با وجود این که اندازه وکتور سرعت ثابت است، اما به علت تغییر جهت وکتور سرعت  $\Delta v \neq 0$  شتاب متوسط حرکت در این حالت را می‌توان با استفاده از رابطه  $a = \frac{|\Delta v|}{\Delta t}$  به دست آورد.

هنگامی که  $\Delta t$  به طرف صفر تقرب می‌کند، شتاب حرکت از رابطه زیر به دست می‌آید:



$$a = \frac{v^2}{r} \dots \dots \dots (3-42)$$

$$a = r\omega^2 \dots \dots \dots (3-43)$$

این شتاب را شتاب جذب به مرکز (Centripetal Acceleration) می‌گویند که جهت این شتاب به استقامت شعاع و متوجه مرکز دایره می‌باشد.

**مثال:** مهتاب تقریباً در مدت 29.7 روز، یک بار در مسیر تقریباً دایره‌یی به طور یک‌نواخت به دور زمین می‌گردد. شتاب جذب به مرکز مهتاب را به دست آورید. در صورتی که فاصله بین مرکز زمین و مهتاب  $r = 3.84 \times 10^8 m$  باشد.

**حل:** با استفاده از رابطه  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ، سرعت زاویه‌یی مهتاب عبارت است از:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3.14}{29.7 \times 24 \times 3600} = \frac{6.28 \text{ rad}}{2566080 \text{ s}} = 0.0000024473 = 2.44 \times 10^{-6} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

به این ترتیب شتاب جذب به مرکز مهتاب برابر است با:

$$a = r\omega^2 = 3.84 \times 10^8 m \times (2.44 \times 10^{-6} \frac{\text{rad}}{\text{s}})^2 = 3.84 \times 10^8 m \times 5.9536 \times 10^{-12} \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

$$a = 22.861824 \times 10^{-4} \frac{m}{\text{s}^2} = 2.28 \times 10^{-3} \frac{m}{\text{s}^2}$$

### فعالیت



با اعضای گروه خود سنگی را با تار محکمی وصل کنید و در یک سطح قائم به دور دست خود بچرخانید و در مورد عدم سقوط آن به زمین با هم بحث کنید و نتیجه را در صنف گزارش دهید. وقتی کتله  $m$  با سرعت ثابت روی یک دایره حرکت می‌کند، شتاب پیدا می‌کند که سمت آن متوجه مرکز دایره است.

### سؤال



- در فعالیت بالا، اگر از سنگینی وزنه و اثر مقاومت هوا صرف نظر گردد، چه پیش می‌شود؟
- هنگام اجرای فعالیت، اگر تار ناگهان کنده شود، چه حادثه رخ خواهد داد؟
- کره زمین در هر 24 ساعت یک بار به دور محور خود می‌چرخد. سرعت خطی و شتاب جذب به مرکز در کدام نقاط سطح زمین بیشترین مقدار را دارد؟ اگر شعاع کره زمین را  $6400\text{km}$  در نظر بگیریم، بیشترین سرعت خطی و شتاب جذب به مرکز را حساب کنید.

## دینامیک حرکت دایره‌یی یک‌نواخت

در بخش قبلی دیدیم که در حرکت دایره‌یی یک‌نواخت، شتاب جسم در استقامت شعاع دایره و جهت آن به طرف مرکز است. بنا بر قانون دوم نیوتن قوه و شتاب هم جهت اند، بنابراین در حرکت دایره‌یی یک‌نواخت، محصله قوه‌های وارد بر جسم در استقامت شعاع و به طرف مرکز است که این قوه وارد بر جسم را در حرکت دایره‌یی قوه جذب به مرکز (centrifugal force) می‌نامند. با توجه به رابطه‌های قانون دوم نیوتن، این قوه در حرکت دایره‌یی یک‌نواخت بر حسب سرعت خطی به صورت ذیل در می‌آید.

$$F = \frac{mv^2}{r} \dots\dots\dots(3-44)$$

$$F = mr \omega^2 \dots\dots\dots(3-45)$$

و بر حسب سرعت زاویه‌یی  $F$  مقدار محصله قوه‌های وارد بر جسم در استقامت شعاع دایره است.

### فعالیت



فلاخن را به دست خود بگیرید و در بین کاسه فلاخن، سنگ کوچکی به کتله 4 الی 8 گرامه را بگذارید و به دور دست خود (در صحن مکتب) دوران بدهید. سپس در وقت دوران، یک دسته فلاخن را رها سازید و با اعضای گروه خود در مورد علت فرار نمودن سنگ موصوف با هم بحث و نتیجه را به حضور معلم خود توضیح دهید.

**مثال:** مهره‌ی به کتله 20g را به نخ‌ی می‌بندیم و به انتهای دیگر نخ، حلقه‌ی کوچکی وصل می‌کنیم. سپس حلقه را مطابق شکل (3-12-a) با میخ کوتاهی در وسط یک میز نصب می‌کنیم. (از قوه اصطکاک مهره با میز صرف نظر شده است). فاصله مهره از میخ 25cm است.

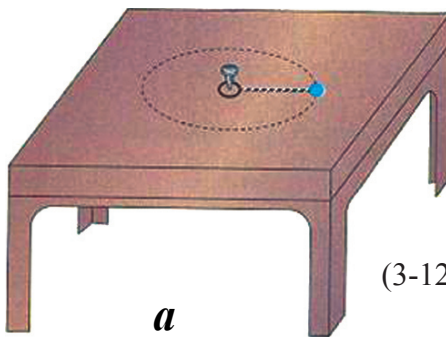
با یک ضربه که به مهره وارد می‌کنیم آن را روی مسیر دایره‌ی به حرکت در می‌آوریم. حال قوه‌های وارد بر مهره را با رسم یک شکل مشخص کنید.

اگر مهره در هر ثانیه یک دور بزند، اندازه قوه کشش نخ را حساب کنید.

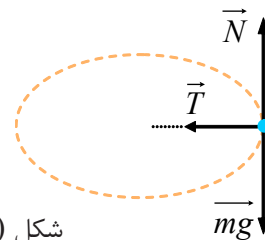
**حل:** در شکل (3-12-b) قوه وزن و قوه عمودی بر تکیه‌گاه در جهت قائم بالای جسم اثر می‌کنند که محصله این دو قوه صفر است، یعنی:

$$N - mg = 0$$

$$N = mg$$



**a**



**b**

شکل (3-12)

تنها قوه کشش نخ می‌ماند که در این جا همان قوه جذب به مرکز یعنی  $F = T = \frac{mv^2}{r}$  است.

سرعت زاویه‌ی برابر است با:  $\omega = 2\pi\nu = 2\pi \text{ rad/s}$

و سرعت خطی نیز برابر است با:  $v = r\omega = 0.25 \cdot 2\pi = \frac{\pi}{2} = 1.57 \text{ m/s}$

قوه کشش نخ برابر است با:  $T = m \frac{v^2}{r} = 20 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{1}{0.25} \cong 0.2 \text{ N}$



### سؤال

- در هر یک از موارد زیر قوه جذب را مشخص کنید.
- 1 - در حرکت لباس‌هایی که در ماشین لباس شویی می‌چرخند.
  - 2 - در گردش الکترون به دور هسته.
  - 3 - در گردش سیاره‌ها به دور آفتاب.

## خلاصه فصل سوم



- موقعیت جسم در حرکت دو بعدی با وکتور  $\vec{r}$  نمایش داده می‌شود که می‌توان آن را به شکل زیر نوشت:

$$\vec{r} = f(t)\vec{i} + g(t)\vec{j}$$

از رابطه دیده می‌شود که وکتور موقعیت تابعی از زمان  $t$  است.

- سرعت متوسط جسم در حرکت دو بعدی به صورت زیر می‌باشد:  $\vec{v} = (v_x)\vec{i} + (v_y)\vec{j}$

- سرعت لحظه‌ای، عبارت از لیمت سرعت متوسط است وقتی که  $\Delta t$  به طرف صفر تقرب نماید یا به عبارت دیگر، سرعت لحظه‌ای، مشتق وکتور مکان جسم نسبت به زمان است.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (\frac{\vec{v}}{\Delta t}) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

و یا

$$\vec{v} = (v_x)\vec{i} + (v_y)\vec{j}$$

- وکتور شتاب متوسط را در انتروال زمانی  $\Delta t$  به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$\vec{a} = (\bar{a}_x)\vec{i} + (\bar{a}_y)\vec{j}$$

- وکتور شتاب متوسط  $\vec{a}$  با  $\Delta \vec{v}$  هم جهت است.

- شتاب لحظه‌ای در لحظه  $t_1$  را می‌توان به صورت لیمت شتاب متوسط نوشت، وقتی که  $\Delta t$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (\frac{\vec{a}}{\Delta t}) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t})$$

یعنی:

- شتاب لحظه‌ای را با استفاده از مفهوم مشتق نیز چنین می‌توان نوشت:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{a} = (a_x)\vec{i} + (a_y)\vec{j}$$

- در حرکت‌های پرتابی، مسیر حرکت جسم پرتاب شونده در فضا، عبارت از یک پارابول می‌باشد.

- معادلات حرکت در پرتاب افقی عبارت اند از:

$$x = v_0 t \quad \text{و} \quad y = \frac{1}{2} g t^2$$

- در پرتاب مایل، مرکب‌های شتاب به صورت زیر می‌باشد.  $a_x = 0$  و  $a_y = -g$ .

- معادلات  $X$  و  $Y$  به عنوان تابعی از زمان  $t$ ، در حرکت‌های پرتابی عبارت اند از:

$$x = (v_0 \cos \hat{\alpha}) t \quad y = \frac{1}{2} g t^2 + (v_0 \sin \hat{\alpha}) t$$



- فاصله افقی را که جسم پرتاب شده در پرتاب مایل طی می‌کند، تا دوباره به ارتفاع اولیه پرتاب برگردد عبارت از Range جسم پرتاب شونده می‌باشد و چنین افاده می‌شود:

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\hat{\alpha}}{g}$$

- نقطه اوج (ارتفاع اعظمی) در حرکت پرتابی، بالا ترین نقطه‌یی است که جسم پرتاب

شونده به آن می‌رسد که با حرف H نمایش داده می‌شود:

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \hat{\alpha}}{2g}$$

- زمان رسیدن جسم پرتاب شده به نقطه اوج عبارت است از:

$$t = \frac{v_0 \sin \hat{\alpha}}{g}$$

- سرعت زاویه‌یی متوسط ذره در حرکت دایره‌یی به صورت نسبت تغییر موقعیت زاویه‌یی به زمان آن تعریف می‌شود. یعنی:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

- سرعت زاویه‌یی لحظه‌یی رامی‌توان به صورت زیر با استفاده از مفهوم مشتق و لیمت

نوشت:  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$  و یا  $\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

- در حرکت دایره‌یی یک‌نواخت، سرعت زاویه‌یی ذره‌یی که بر روی مسیر دایره حرکت می‌کند، ثابت باقی می‌ماند.

- پریود، عبارت از مدت زمانی است که در آن ذره بر روی مسیر دایره‌یی، یک دور مکمل را طی می‌کند و با حرف T نمایش داده می‌شود.

- فریکونسی، عبارت از تعداد دورهای ذره در واحد وقت است که با حرف لاتین  $\nu$  نمایش داده می‌شود و واحد اندازه‌گیری آن  $\frac{1}{s}$  و یا HZ (هرتز) می‌باشد.

- رابطه پریود (T) و فریکونسی ( $\nu$ ) به صورت زیر می‌باشد:

$$T = \frac{1}{\nu}$$

## سؤال‌های فصل سوم

1 - معادله حرکت جسمی در سیستم SI به صورت  $x = t^3 - 3t^2$  است. مطلوب است:

(a) اندازه سرعت متوسط جسم در انتروال زمان 1 تا 2 ثانیه

(b) اندازه سرعت متحرک در لحظه  $t = 4s$

(c) اندازه شتاب متوسط متحرک در انتروال زمانی 2 تا 5 ثانیه

(b) اندازه شتاب متحرک در لحظه  $t = 4s$

2 - موتوری در مقابل چراغ سرخ ایستاده است. با سبز شدن چراغ، موتور با شتاب  $2m/s^2$  شروع به حرکت می‌کند. در همین لحظه یک موتور لاری با سرعت ثابت  $36km/h$  از کنار آن عبور می‌کند.

(a) گراف‌های  $(x-t)$  و  $(v-t)$  را برای موتور و لاری رسم کنید.

(b) پس از چه مدتی، موتور به لاری می‌رسد؟

3 - وکتورهای موقعیت (مکان) متحرکی در لحظه‌های  $t_1 = 5s$  و  $t_2 = 25s$  به ترتیب

$\vec{r}_1 = 2\vec{i} + 14\vec{j}$  و  $\vec{r}_2 = 8\vec{i} + 6\vec{j}$  است. اندازه سرعت متوسط ذره را بین دو لحظه  $t_1$  و  $t_2$

به دست آورید و با رسم یک گراف، جهت  $\vec{v}$  را نشان دهید.

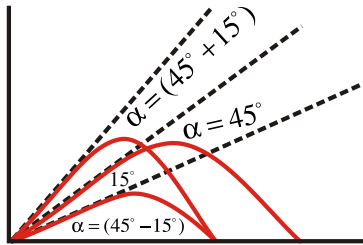
4 - معادله حرکت جسمی توسط دورابطه زیر در SI داده شده است.

$$y = 2t^2 + 1 \quad \text{و} \quad x = 6t$$

(a) معادله سرعت آن را بنویسید و اندازه سرعت را در  $t = 2s$  به دست آورید.

(b) معادله مسیر حرکت را به دست آورید.

5 - گالیله در یکی از کتاب‌های خود می‌نویسد: «برای زاویه‌های پرتابی که به یک اندازه از زاویه  $45^\circ$  بیشتر یا کمتر اند، رنج‌ها (بُردها) مساوی اند...» آیا در شکل زیر، درستی این گفته را دیده می‌توانید؟ شما نیز با ترسیم زوایای پرتابی انتخابی دیگر درستی گفته را تحقیق کنید.



6 - از روی یک پل به ارتفاع 20 متر بالای سطح آب یک رودخانه، جسمی را به طور افقی با سرعت  $30\text{m/s}$  پرتاب می‌کنیم.

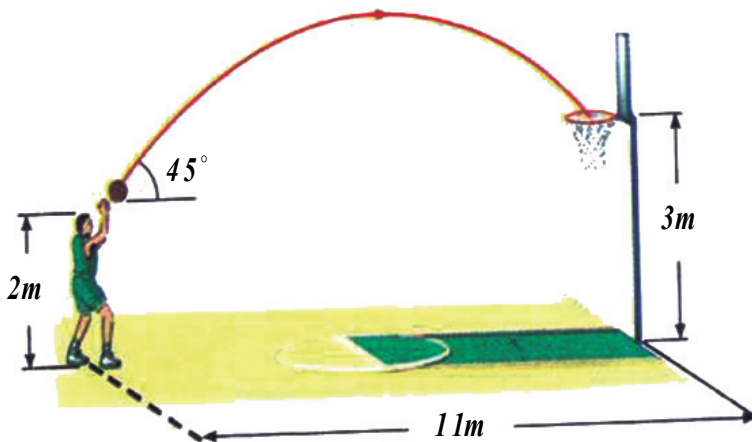
(a) چه مدت زمانی طول می‌کشد تا جسم به آب برخورد کند؟

(b) فاصله افقی نقطه برخورد به آب تا نقطه پرتاب چقدر است؟

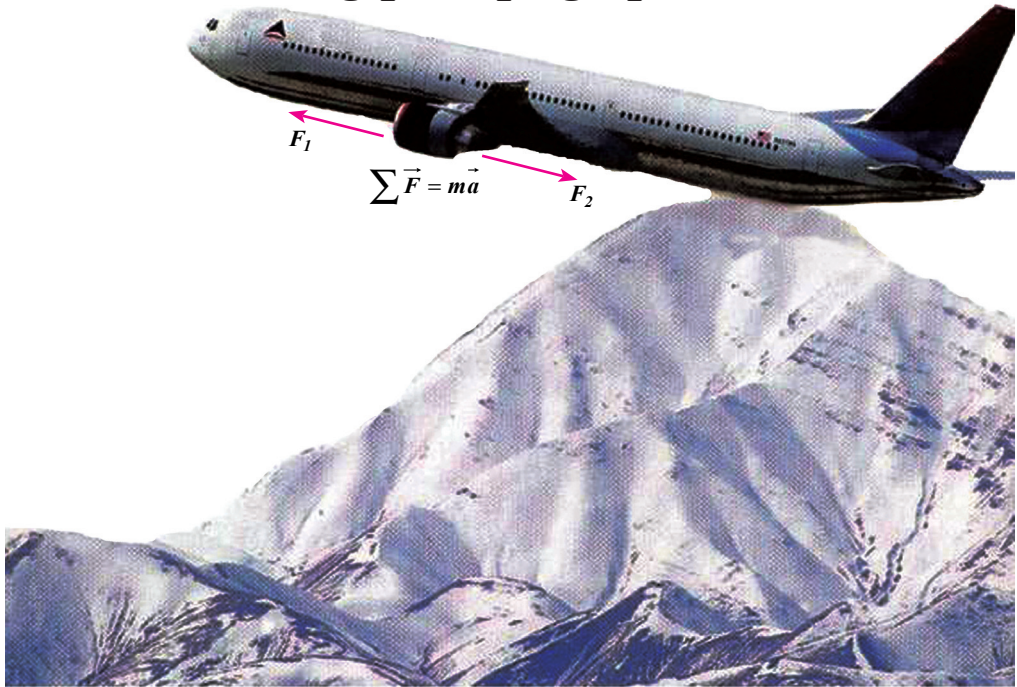
(c) اندازه سرعت برخورد با آب، چقدر است؟

7 - در شکل زیر، سرعت اولیه توپ را طوری حساب کنید که توپ داخل سبد بیفتد.

$$(g = 10\text{m/s}^2)$$



## قوانین حرکت نیوتن



در فصل دوم با کمیت‌هایی مانند موقعیت، تغییر موقعیت، سرعت، شتاب و ... آشنا شدیم و با تعریف این کمیت‌ها حرکت را توصیف کردیم. خواندیم که ممکن است حرکت با سرعت ثابت انجام شود و یا ممکن است حرکت جسم شتاب‌دار باشد و در نتیجه، سرعت تغییر کند. اما از طرح و پاسخ به پرسش‌هایی مانند: در چه صورتی یک جسم ساکن می‌ماند؟ چگونه می‌توان جسم ساکنی را به حرکت در آورد؟ چه عاملی باعث تغییر سرعت جسم می‌شود؟ چه عاملی باعث تغییر در حرکت و به طور کلی چه عاملی باعث تغییر در وضعیت جسم می‌شود؟ و ... خود داری کردیم. در این فصل به بررسی پرسش‌های بالا می‌پردازیم و به این منظور، قوانین حرکت نیوتن را مورد مطالعه قرار می‌دهیم و سپس ساحت‌های تطبیق این قوانین را در زنده‌گی روزمره مورد بررسی قرار می‌دهیم. توقع می‌رود که شما در ختم این فصل دربارهٔ موضوع‌های زیر معلومات لازم حاصل نمایید.

- قوانین سه گانهٔ نیوتن
- انواع قوهٔ اصطکاک و کار برد آن در زندگی روزمره
- قانون جاذبهٔ نیوتن
- چگونه گی حرکت لفت
- مدار دایره‌یی حرکت اقمار مصنوعی

## 4-1: قانون اول نیوتن

### عطالت (انرشیا)

از گذشته می‌دانیم که وقتی در موتور ساکنی نشسته اید و موتور ناگهان شروع به حرکت می‌کند، به عقب رانده می‌شوید و اگر در موتوری در حال حرکت نشسته باشید، در توقف ناگهان، به سمت جلو پرتاب می‌شوید. آیا تا حال از خود پرسیده‌اید که دلیل وقوع این حادثه چیست؟ شما زمانی می‌توانید به این پرسش پاسخ دهید که قبول نمایید هر جسم دارای عطالت (انرشیا) است. عطالت عبارت از مقاومتی است که یک جسم در مقابل هر حرکت به شمول حالت سکون از خود نشان می‌دهد، و یا به عبارت دیگر، هیچ جسمی مایل نیست که حالت حرکت و یا سکون خود را تغییر دهد. هر گاه به جسمی هیچ نوع قوه خارجی اثر ننماید، جسم مذکور حالت خود را حفظ می‌کند، یعنی اگر جسم در حالت حرکت باشد به حرکت مستقیم الخط منظم خود ادامه می‌دهد و اگر در حالت سکون باشد، حالت سکون خود را حفظ می‌کند. حال با دانستن مفهوم عطالت به بررسی پرسشی که در ابتدای این درس به عمل آمد، می‌پردازیم. هر گاه شخصی در بین موتوری که در حالت سکون است، ایستاده باشد و موتور به یکباره گی شروع به حرکت نماید، شخص مذکور به طرف عقب پرتاب می‌شود، زیرا پاهای شخص مذکور با موتور شروع به حرکت نموده، ولی بدن آن که به موتور تکیه ندارد نظر به خاصیت عطالت، میل دارد، حالت سکون خود را حفظ نماید. بعد از برقراری حالت تعادل یعنی زمانی که موتور حرکت یک‌نواخت مستقیم الخط را به خود اختیار نماید، دیگر شخص در بین موتور احساس حرکت نمی‌نماید، زیرا تمایل ندارد که به حرکتش توقف دهد. اگر موتور ناگهان برک بگیرد، دیده می‌شود که شخص به طرف جلو پرتاب می‌شود و سبب آن این است که پاهای شخص تابع موتور ساکن و بدن آن نظر به خاصیت عطالت مایل است به حرکت خود ادامه دهد.

### فعالیت



**مواد ضروری:** کاغذ (مقوا)، سکه، ظرف شیشه‌یی یا گیلان

**طرز العمل:** کاغذ را روی ظرف شیشه‌یی قرار دهید و بروی کاغذ سکه را قرار دهید، سپس مراحل زیر را

انجام دهید:

1) کاغذ را موازی با مستوی آن با سرعت زیاد کش کنید.

2) کاغذ را موازی با مستوی آن با سرعت کم کش کنید.

در هر دو مرحله آن چه را که اتفاق افتاده است، یادداشت کنید و در گروه‌های مختلف صنفی بحث کنید، و نتیجه را به صنف گزارش دهید.

## حال که بیشتر به مفهوم عطالت ( انرشیا) پی بردید، به مطالعه قانون اول نیوتن می پردازیم:

نیوتن، دانشمند انگلیسی با آگاهی از نظریه های دانشمندان قبل از خود، موفق شد قانون های حرکت را که امروز به نام خود او (قانون های نیوتن در باره حرکت) یاد می شود، بیان نماید. وی قانون اول رادر کتاب خود چنین بیان کرده است:

« یک جسم حالت سکون و یا حرکت یک نواخت روی خط مستقیم خود را حفظ می کند، مگر آن که تحت تأثیر قوه یی، مجبور به تغییر حالت آن شود».

از قانون اول نتیجه می گیریم که اگر به جسمی قوه وارد نشود، چنانچه ساکن باشد، ساکن باقی می ماند و اگر در حرکت باشد به حرکت خود با سرعت ثابت ادامه می دهد. با توجه به آن چه که گفته شد، به قانون اول نیوتن، قانون عطالت (انرشیا) نیز می گویند. به جسم های اطراف خود نگاه کنید، آیا می توانید جسمی را پیدا کنید که به آن قوه وارد نشود؟ تا بتوان قانون اول نیوتن را به طور کامل تطبیق کرد. چون به همه جسم ها قوه وزن وارد می شود، در نتیجه نمی توان جسمی را یافت که به آن قوه وارد نشود. امروزه دانشمندان از قانون اول نیوتن برای فرستادن ماهواره ها و سفینه های فضایی به خارج از زمین استفاده می کنند. وقتی سفینه به اندازه کافی از زمین دور می شود، با ماشین خاموش و با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می دهد. (چرا؟)

## 2-4: قانون دوم نیوتن

در قانون اول نیوتن خواندیم که جسم حالت سکون خود را حفظ می کند، در صورتی که بالای آن قوه یی عمل ننماید و یا بر عکس، اگر جسم در حرکت باشد و بالای آن قوه یی عمل ننماید، جسم حالت حرکت ثابت خود را بر روی خط مستقیم حفظ می کند. اما بین قوه وارد بر جسم، کتله و شتاب حرکت چه رابطه ای وجود دارد؟ ما در حیات روزمره مشاهده می نماییم، که برای به حرکت در آوردن یک جسم بزرگ نسبت به یک جسم خورد به قوه بیشتری ضرورت است. هم چنان می دانیم که به عین قوه می توان جسم کوچکی را نسبت به جسم بزرگی، سریع تر حرکت داد. از این جا نتیجه می شود که بین شتاب اجسام، کتله و قوه یی که بالای اجسام تطبیق می شود، ارتباط وجود دارد. رابطه بین قوه وارد بر جسم، کتله و شتاب حرکت جسم موضوع قانون دوم نیوتن است. قانون دوم نیوتن بیان می دارد که «اگر به یک جسم قوه هایی وارد شود، جسم شتابی می گیرد که با محصله قوه های وارد بر جسم نسبت مستقیم دارد و با آن هم جهت است و با کتله جسم نسبت معکوس دارد». اگر کتله جسم،  $m$  و قوه های وارد بر آن،  $\vec{F}$  باشد، قانون دوم نیوتن با رابطه زیر بیان می شود:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad \text{و یا} \quad \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

واحد اندازه‌گیری قوه، نیوتن (N) است که از رابطه بالا تعریف می‌شود. اگر در این رابطه، کتله بر حسب کیلوگرام (kg) و شتاب بر حسب متر بر مربع ثانیه ( $m/s^2$ ) باشد، قوه بر حسب  $kg \cdot m/s^2$  حساب می‌شود که آن را نیوتن (N) می‌نامیم. بنابراین «یک نیوتن، مقدار قوه‌یی است که اگر به جسمی با کتله یک کیلوگرام وارد شود، به آن شتابی برابر با یک متر فی ثانیه مربع می‌دهد».

**مثال:** جسمی دارای کتله  $20\text{kg}$  با شتاب  $1.5\text{m/s}^2$  در حرکت است. محصله قوه‌های وارده بر جسم چند نیوتن است؟

**حل:** 
$$a = \frac{\vec{F}}{m} \Rightarrow 1.5 = \frac{F}{20} \Rightarrow F = 1.5 \times 20 = 30\text{ N}$$

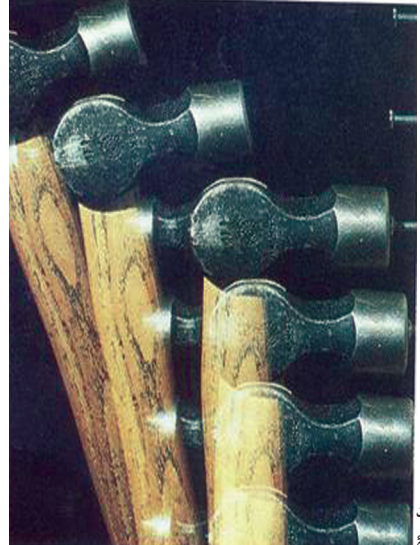
**مثال:** به هریک از کتله‌های  $m_1 = 5\text{ kg}$  و  $m_2 = 12\text{ kg}$  قوه  $15\text{ N}$  وارد می‌کنیم، شتاب هریک از دو کتله را حساب می‌نماییم.

**حل:** 
$$a_1 = \frac{15}{5} = 3\text{ m/s}^2 \quad \text{و} \quad a_2 = \frac{15}{12} = 1.25\text{ m/s}^2$$



### سؤال

چه مقدار قوه لازم است تا موتوری با کتله  $1500\text{ kg}$  را که با سرعت  $100\text{ km/h}$  در حرکت است، پس از طی مسافت  $55\text{ m}$  متوقف کند؟



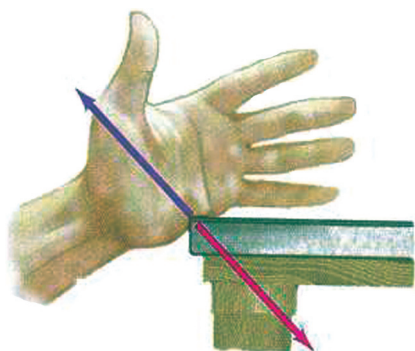
### 3-4: قانون سوم نیوتن

قانون اول نیوتن، وضعیت جسم را در عدم موجودیت قوه و قانون دوم، وضعیت آن را وقتی تحت تأثیر قوه است، توصیف می‌کند. اما این قانون‌ها مشخص نمی‌کنند که قوه وارده بر جسم از کجا به آن وارد می‌شود؟ قانون سوم نیوتن به بررسی همین مسأله می‌پردازد که قوه وارده به جسم از کجا به آن وارد می‌شود. اگر به فعالیت‌های روزمره خود به طور دقیق نگاه کنیم، می‌بینیم که همواره یک جسم به جسم دیگر قوه وارد می‌کند.

شکل (4-1) چکش قوه‌ای را به میخ وارد می‌کند و میخ نیز در خلاف جهت قوه چکش، به چکش قوه وارد می‌کند.



بازیکن فوتبال، با پا به توپ ضربه می‌زند، یعنی با پا به توپ قوه وارد می‌کند. شخصی که یک جسم را روی زمین می‌کشد، به آن قوه وارد می‌کند و یا چکشی که به میخ کوبیده می‌شود، بر میخ قوه وارد می‌کند و ... نیوتن با بیان قانون سوم، مشخص می‌کند که قوه بریک جسم همیشه از طرف جسم دیگر وارد می‌گردد و علاوه بر آن معلوم می‌کند که وارد کردن قوه، عمل یک طرفه نیست؛ بلکه هم‌واره عمل دو طرفه است.



شکل (4-2) اگر دست شما به لبه میز قوه وارد کند، لبه میز نیز به همان اندازه ولی در خلاف جهت به دست شما قوه وارد می‌کند.

قانون سوم نیوتن بیان می‌دارد که «هر گاه جسمی به جسم دیگر قوه وارد می‌کند، جسم دوم هم به جسم اولی قوه‌یی برابر (مساوی)، ولی در خلاف جهت به آن وارد می‌کند». اگر قوه‌یی را که جسم اول به جسم دوم وارد می‌کند، قوه (عمل) بنامیم، قوه جسم دوم که بر جسم اول وارد می‌شود، قوه (عکس‌العمل) خواهد بود.

در شکل (4-3) قوه  $\vec{F}_{1,2}$  (قوه‌یی که جسم اول به دوم وارد می‌کند) قوه عمل و قوه  $\vec{F}_{2,1}$  (قوه‌یی که جسم دوم به جسم اول وارد می‌کند) عکس‌العمل آن است.

$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1} \Rightarrow F_{1,2} = F_{2,1}$$



شکل (4-3)



برای شناختن قوه‌های عمل و عکس‌العمل توجه کنید که: این دو قوه هم‌واره هم اندازه و در جهت‌های مخالف یک‌دیگر اند.





شکل (4-4)

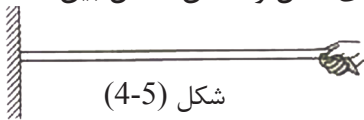
## بیشتر بدانید

یکی از کاربردهای مهم قانون سوم نیوتن عبارت از پرتاب سفینه‌های فضایی از سطح زمین به طرف فضا می‌باشد. سفینه فضایی توسط گازی که از ماشین آن خارج می‌شود، به طور عمود به سطح زمین قوه وارد می‌کند و بر اساس قانون سوم نیوتن، گاز خارج شده از ماشین سفینه نیز قوه‌یی هم اندازه ولی در خلاف جهت (به طرف بالا) به سفینه فضایی وارد می‌کند.



در گروه‌های مختلف صنفی در مورد این که «چه دلیل باعث می‌شود تا موتور به سمت جلو حرکت کند» بحث کنید و نتیجه مباحث خود را به صنف گزارش دهید.

**مثال:** مطابق شکل (4-5)، یک سرطنابی را به دیوار محکم کرده و سر دیگرش را با دست خودکش می‌کنیم. اگر طناب از دیوار جدا نشود، قوه‌های عمل و عکس‌العمل بین (دست و طناب) و (دیوار و طناب) را مشخص کنید.



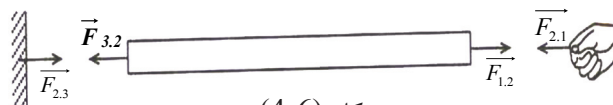
شکل (4-5)

## حل:

در قسمت‌های مختلف شکل، قوه‌های بین دست، طناب و دیوار نشان داده شده است. در این شکل‌ها، دست را جسم 1، طناب را جسم 2 و دیوار را جسم 3 نام‌گذاری کرده‌ایم:

$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1} \quad \text{عمل و عکس‌العمل}$$

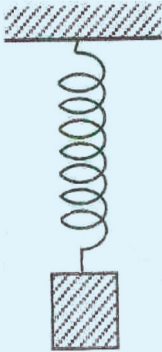
$$\vec{F}_{2,3} = -\vec{F}_{3,2} \quad \text{عمل و عکس‌العمل}$$



شکل (4-6)



### فعالیت

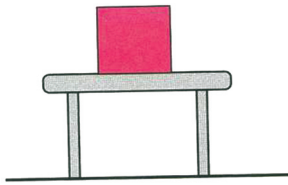


جسمی را به یک سر فنری وصل کرده و فنر را از سر دیگر آن آویزان می‌کنیم، اگر سیستم (جسم - فنر) در حال سکون باشد:  
 a) قوه‌های وارد بر جسم را مشخص کنید.  
 b) عکس‌العمل این قوه‌ها را مشخص کنید و توضیح دهید که هر کدام به چه جسمی وارد می‌شوند؟

شکل (4-7)

### قوه عمودی تکیه‌گاه

جسمی را در نظر بگیرید که مطابق شکل (4-8)، بر روی سطح افقی میزی به حال سکون قرار دارد، در این وضعیت چه قوه‌هایی به جسم وارد می‌شود؟



اگر کتله جسم برابر با  $m$  باشد، قوه وزن جسم  $w = mg$  از طرف زمین به جسم وارد می‌شود و آن را به سوی پایین می‌کشد. پس چرا جسم به طرف پایین حرکت نمی‌کند؟

شکل (4-8)

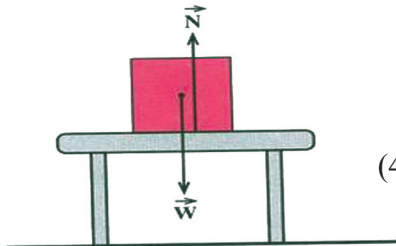
چون جسم ساکن است، شتاب حرکت آن صفر است؛ یعنی  $(a = 0)$ . از قانون دوم نیوتن نتیجه می‌شود که محصله قوه‌های وارد بر جسم صفر است  $(F = ma = 0)$  در نتیجه، باید قوه‌یی مساوی با وزن جسم؛ اما در خلاف جهت به آن عمل کند تا با خنثی کردن قوه وزن، مانع از شتاب گرفتن جسم شود.

در شکل (4-9)، قوه‌های وارد بر جسم نشان داده شده‌اند. قوه  $N$ ، که از طرف میز بر جسم وارد می‌شود آن را «قوه عمودی تکیه‌گاه» می‌نامیم. که با استفاده از قانون دوم نیوتن، می‌توان نوشت:

$$F = ma = 0$$

$$N - W = 0$$

$$N = W$$



شکل (4-9)

اکنون فرض کنید، مطابق شکل (4-10)، قوه‌یی به اندازه  $F$  را به طور عمود و به طرف پایین بر جسم وارد می‌کنیم. آیا قوه عمودی تکیه‌گاه که میز بر جسم وارد می‌کند، تغییر می‌کند؟

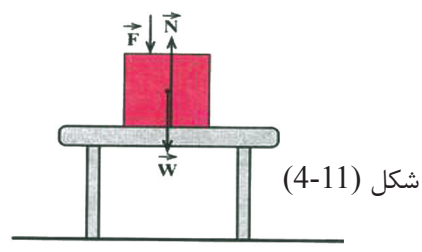
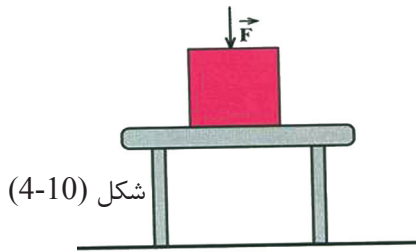
قوه‌های وارد بر جسم را در شکل (4-11) نشان داده‌ایم، چون شتاب جسم صفر است، در

نتیجه بر اساس قانون دوم نیوتن می‌توانیم بنویسیم:

$$F = ma = 0$$

$$N - F - W = 0$$

$$N = F + W$$



بنا بر این قوه عمودی تکیه‌گاه، به اندازه  $(F)$  افزایش یافته است.

### فعالیت



بر روی یک ترازوی فنری ایستاد شوید و عددی را که ترازو در حالت‌های زیر نشان می‌دهد، بخوانید.

(a) ساکن روی ترازو ایستاده اید.

(b) در حالی که روی ترازو ایستاده اید، با دست خود به میزی که در کنار تان است، تکیه می‌کنید.

## 4-4: تطبیق قوانین نیوتن



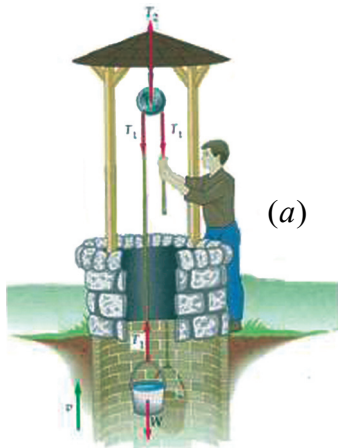
در تصویر، شخصی که به ریسمان آویزان شده است، ممکن هرگز درباره قوانین نیوتن فکر نکند، اما قوانین مذکور بالایش در هر لحظه از کوشش‌هایی که برای در تعادل نگه‌داشتن وجودش در ریسمان به کار می‌برد، دخیل و اثر گذار هستند. او بر قوه‌های که بالای ریسمان برای مقاومت کردن به مقابل وزنش عمل می‌کنند و هم‌چنان به آن قوه‌ها که توسط چرخ‌ها به سمت‌های مطلوب موجه شده‌اند باورمند است او می‌تواند ذهنش را در موجودیت قوه ذاتی اصطکاک که بین دستانش و ریسمان عمل می‌کند، انکشاف دهد.

ما با همهٔ حوادث در زنده‌گی روزمره، فهمیده یا نفهمیده تابع قوانین حرکت نیوتن هستیم. شما نمی‌توانید با سرپیچی از اصول این قوانین اعضای بدن خود را حرکت دهید، موتوری را برانید و یا توپی را بالا پرتاب نمایید و ... خلاصه این که تمام قوانین برای هستی ما توسط همین سه بیان اساسی که توضیح‌کنندهٔ سه قانون حرکت نیوتن و مربوط به ماده و حرکت آن می‌باشد، محصور شده است. قوانین نیوتن به طور شگفت‌آوری در کهکشان‌ها، سیاره‌ها و حتا در افتادن یک سیب از درخت همانا به طور ساده و طبیعی به نظر می‌خورند، در حالی که این قوانین در تمام حوادث زنده‌گی روزمرهٔ ما قابل تطبیق بوده و مطالعهٔ عوامل حرکت پیچیده‌ترین اسرار عالم هستی را به ما می‌شناساند. امروز ما تا هنوز قوانین نیوتن را در تمام بخش‌های فزیک، اساسی و ضروری می‌دانیم و بهتر است، بگوییم که این قوانین می‌توانند برای توضیح و تحلیل علم حرکت، عالی‌ترین مهر صحت بگذارند؛ ولی نه مکمل‌ترین. اگر چه در اوایل قرن بیستم فزیکدان‌ها کشف کردند که قوانین نیوتن فقط برای اجسامی که سرعت آن‌ها کم‌تر و یا نزدیک به سرعت نور باشد و همچنان برای اجسامی که کتله‌های شان از لحاظ اندازه بزرگ‌تر و یا برابر به اتم‌ها باشند، قابل تطبیق است. ولی در تجربه‌های روزمرهٔ انسان‌ها تاکنون هم قوانین نیوتن حوزهٔ نهایت وسیعی برای تطبیق دارد. قوانین حرکت نیوتن بر انواع زیاد سیستم‌ها چنانکه در مباحث قبلی مطالعه کردید، تطبیق شده می‌تواند. در این بحث انواع قوه‌های جدید در سیستم‌های جدید را که قوانین نیوتن می‌تواند بالای جسم‌های در حال حرکت در مسیرهای مختلف قابل تطبیق باشد مطالعه خواهد کرد.

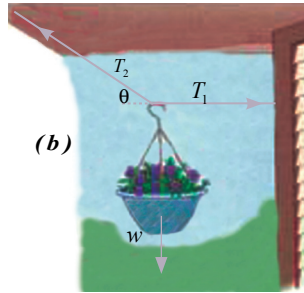
آنچه گفته شد نمونه مثال‌های محدودی از موارد بی‌شمار تطبیق قوانین نیوتن در جهان به حساب می‌آیند.

## تطبیق قانون نیوتن در تعادل انتقالی جسم‌ها

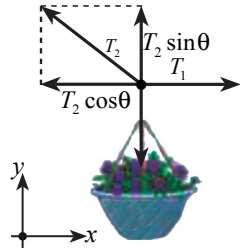
وقتی می‌گوییم جسم در تعادل انتقالی است، معنای این را می‌دهد که محصلهٔ قوه‌های وارده بالای آن جسم صفر است، یعنی  $\sum \vec{F} = 0$  از قانون دوم نیوتن بیانیهٔ بالا معادل به این است که بگوییم شتاب جسم صفر است. در سیستم‌های دو بعدی تعادل انتقالی در دو بعد به طور مستقل تطبیق می‌شود، یعنی  $\sum F_x = 0$  و  $\sum F_y = 0$  چنانکه می‌دانید، اجسامی که دو نوع حرکت (خطی و دورانی) دارند، در آن‌ها تعادل دورانی به همان اندازه مهم است که تعادل انتقالی در آن‌ها حایز اهمیت است. حال وقتی از تعادل نام می‌بریم، منظور ما تعادل انتقالی است. شکل‌های زیر مثال‌های مختلفی را از تعادل انتقالی نشان می‌دهند.



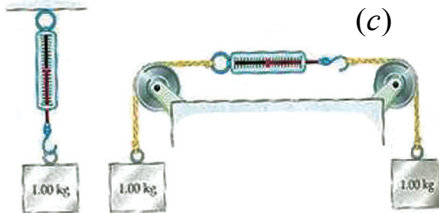
(a)



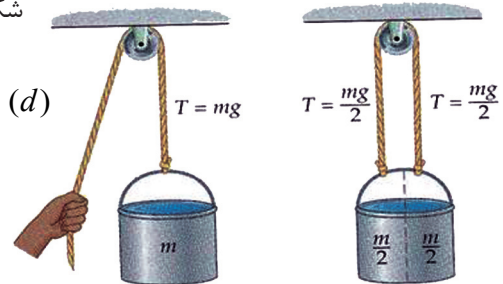
(b)



شکل (4-12)

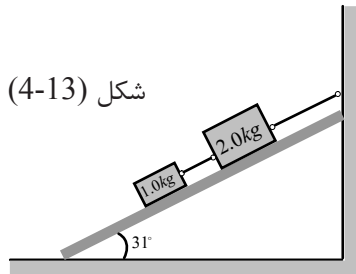


(c)



(d)

در شکل (4-13) تطبیق قانون نیوتن را در بحث تعادل انتقالی روی یک سطح مایل به حیث یک مثال عمومی مطالعه می‌کنیم. در این شکل دیده می‌شود که دو بلوک توسط یک تار باهم وصل شده‌اند و هر دو از انجام تار دیگر به دیوار بسته شده‌اند.



شکل (4-13)

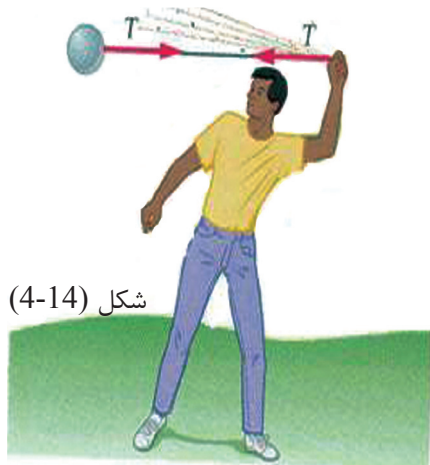
اکنون در این شکل با استفاده از قانون دوم نیوتن و شرط تعادل انتقالی، اگر کتله بلوک پایینی  $1.0\text{ kg}$  و کتله بلوک بالایی  $2.0\text{ kg}$  و زاویه داده شده نشیب سطح مایل  $31^\circ$  باشد، قوه کشش تار را در وضعیت‌های زیر به دست آرید.

- a- کشش تاری که بین هر دو بلوک اتصال دارد.
- b- کشش تاری که به دیوار بسته شده است.

## تطبیق قانون دوم نیوتن در حرکت دایره‌یی

بر اساس قانون دوم نیوتن، اگر بالای یک جسم متحرک کدام قوه عمل نکند، جسم به سرعت و سمت ثابت به حرکتش ادامه می‌دهد، یعنی برای تغییر دادن سرعت و یا جهت حرکت یک جسم، یک قوه ضروری است. به طور مثال اگر موتوری را روی یک مسیر دایره‌یی با سرعت ثابت می‌رانید، جهت حرکت موتور به طور دوامدار در هر لحظه تغییر می‌نماید. برای تغییر دادن این جهت، یک قوه باید بالای موتور عمل کند. ما می‌خواهیم دو چیز را درباره قوه‌یی که سبب حرکت دایره‌یی می‌گردد، مطالعه کنیم،

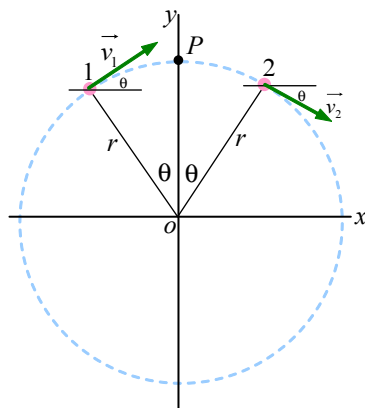
یکی سمت این قوه و دیگری مقدار آن. در نخست بیایید سمت این قوه را مطالعه کنیم. فرض می‌کنیم یک توپی که با یک تار بسته شده مطابق شکل (4-14) با حرکت دایره‌یی بالای سر ما می‌چرخد. وقتی که شما توپ را دور می‌دهید، یک قوه کشش را در تار احساس می‌کنید که دست شما را به سمت بیرون کش می‌کند. آشکارا در انجام دیگر تار که به توپ اتصال دارد این قوه کشش به سمت مخالف؛ یعنی به طرف مرکز دایره عمل می‌کند که به طور خلاصه چنین می‌توان گفت:



شکل (4-14)

(برای این که یک جسم بتواند با سرعت ثابت روی یک دایره حرکت نماید، یک قوه‌یی که جهت آن متوجه مرکز دایره می‌باشد، باید بالای آن عمل کند تا جسم مذکور را به مرکز دایره کش نماید). چنانکه توپ به طرف مرکز دایره کش می‌شود، در نخست این عجیب و غیر عادی به نظر می‌رسد که چگونه توپی که با سرعت ثابت حرکت می‌کند، دارای شتاب است. پاسخ این است که شتاب زمانی به وجود می‌آید که سرعت و یا سمت حرکت تغییر نماید، در حرکت دایره‌یی جهت حرکت در هر لحظه تغییر می‌کند.

نتیجه شتاب به سوی مرکز را شتاب الی‌المركز (Centripetal acceleration) می‌گویند که بعد از این آن را به  $(a_{cp})$  نشان می‌دهیم. بیایید مقدار  $\vec{a}_{cp}$  را برای جسمی که با سرعت ثابت  $(v)$  روی یک سطح دایره‌یی به شعاع  $(r)$  دور می‌خورد محاسبه نماییم.



شکل (4-15)

یک ذره روی مسیر دایره‌یی با مرکز  $O$  در حرکت است. ذره ثابت است؛ اما سرعت آن به طور ثابت در حال تغییر است.

شکل (4-15) مسیر دایره‌یی را با مرکز دایره در مبدا کمیات وضعیه نشان می‌دهد. برای حساب کردن شتاب در نقطه P در بالای دایره، نخست شتاب متوسط ( $\vec{a}_{av}$ ) را از نقطه 1 تا نقطه 2 چنین به دست می‌آوریم.

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{\Delta v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$$

شتاب لحظه‌یی در نقطه P عبارت از لیمت  $\frac{\vec{\Delta v}}{\Delta t}$  است، وقتی که نقاط 1 و 2 باهم بسیار نزدیک شوند. دوباره به شکل بالا ببینید، دیده می‌شود که  $\vec{v}_1$  به زاویه  $\theta$  بالای خط افقی و  $\vec{v}_2$  به عین زاویه  $\theta$  در تحت خط افقی قرار دارند. هر دو  $\vec{v}_1$  و  $\vec{v}_2$  دارای مقدار استند که قرار زیر هر دو وکتور سرعت را چنین می‌توان نوشت:

$$\vec{V}_1 = (v \cos \theta) \hat{x} + (v \sin \theta) \hat{y}$$

$$\vec{V}_2 = (v \cos \theta) \hat{x} + (-v \sin \theta) \hat{y}$$

از نتیجه تفریق روابط بالا قیمت  $\vec{a}_{av}$  را چنین به دست می‌آوریم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_2}{\Delta t} = \frac{-2v \sin \theta}{\Delta t} \hat{y}$$

به یاد داشته باشید که جهت  $\vec{a}_{av}$  در نقطه P به طرف مرکز دایره است. برای تکمیل محاسبه به  $\Delta t$  (زمانی که جسم از نقطه 1 به نقطه 2 می‌رود) ضرورت داریم. چون سرعت جسم،  $V$  و  $d = r(2\theta)$  = فاصله طی شده از نقطه 1 تا نقطه 2، است که در رابطه مذکور به رادیان اندازه می‌شود، با وضع نمودن  $d$  رابطه بالا، قیمت  $\Delta t$  را این طور به دست می‌آوریم:

$$\Delta t = \frac{d}{v} = \frac{2r\theta}{v}$$

از مقایسه  $\Delta t$  و قیمت  $\vec{a}_{av}$  که در بالا حاصل شده، داریم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{-2v \sin \theta}{(2r\theta/v)} \hat{y} = -\frac{v^2}{r} \left( \frac{\sin \theta}{\theta} \right) \hat{y}$$

برای دریافت  $\vec{a}$  در نقطه P، بیاید نقاط 1 و 2 را با نقطه P به حدی نزدیک سازیم که به صفر تقرب کند. (شما می‌دانید که وقتی زاویه  $\theta$  به صفر تقرب کند، در آن صورت نسبت

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta} = 1 \text{ یعنی: (1) تقرب می‌کند)}$$

بالاخره شتاب لحظه‌یی در نقطه P عبارت است از:  $\vec{a} = -\frac{v^2}{r} \hat{y} = -a_{cp} \hat{y}$



چنانکه گفته شد، جهت شتاب به طرف مرکز دایره بوده و دیده می‌شود که مقدار آن  $a_{cp} = \frac{V^2}{r}$  می‌باشد. اکنون نتایج بالا را چنین خلاصه می‌کنیم:

وقتی که یک جسم به سرعت (V) روی مسیر یک دایره با شعاع (r) حرکت می‌کند، شتاب الی‌المركز عبارت از  $a_{cp} = \frac{V^2}{r}$  می‌باشد. یک قوه باید بالای جسم عمل کند تا به جسم مذکور حرکت دایره‌یی بدهد. برای یک جسم دارای کتله  $m$ ، مقدار قوه محصله عامل بالای آن توسط رابطه زیر تعیین می‌گردد:

$$F_{cp} = ma_{cp} = m \frac{V^2}{r}$$

جهت این قوه به طرف مرکز دایره موجه است. باید دانست که قوه الی‌المركز  $F_{cp}$  می‌تواند به یک تعداد طبقه‌های زیادی به وجود آید. به طور مثال  $F_{cp}$  ممکن است؛ مانند بالا کشش یک تار باشد، ممکن است از اثر اصطکاک بین سرک و تایرهای موتر به وجود آید (وقتی که موتر در یک سرک دور می‌خورد)،  $F_{cp}$  می‌تواند قوه جاذبه که سبب چرخش قمر مصنوعی و یا دوران مهتاب به دور زمین باشد. پس  $F_{cp}$  عبارت از قوه‌یی است که باید وجود داشته باشد تا سبب حرکت دایره‌یی گردد.

## 4-5: قوه اصطکاک

در در صنف‌های گذشته در مورد اصطکاک به طور فشرده آشنا شدید. تجارب روزمره نشان می‌دهد که اگر گلوله‌یی روی یک سطح افقی به حرکت بیاید، گلوله مذکور بعد از طی فاصله‌یی متوقف می‌گردد، در حالی که بر اساس قانون اول نیوتن باید این گلوله به حرکت مستقیم‌الخط منظم خود برای همیشه ادامه دهد، و یا اگر یک رقاصه به اهتزاز آورده شود، مشاهده می‌گردد که با گذشت زمان فاصله رقاصه از خط عمودی آهسته، آهسته کم گردیده و در نتیجه رقاصه ساکن می‌گردد. اما نظر به قانون تحفظ انرژی میخانیکی، به دلیل تبدیل شدن انرژی پتانسیل به انرژی حرکی و بر عکس آن، باید اهتزاز رقاصه مذکور باعین فاصله از خط عمودی به صورت متناوب برای همیشه تکرار شود و کاهش در این فاصله هرگز به مشاهده نرسد. از ساکن شدن گلوله بالای سطح افقی و کاهش فاصله رقاصه از خط عمودی نتیجه می‌شود که به طور حتمی بر خلاف جهت حرکت آن‌ها، قوه‌یی عمل نموده است، که این قوه را به نام «قوه اصطکاک» یاد می‌کنند. قوه اصطکاک وقتی به وجود می‌آید که یک جسم جامد بالای جسم جامد دیگر، در بین مایع و یا در بین گاز حرکت نماید. قوه اصطکاک را در دو حالت بررسی می‌کنیم.

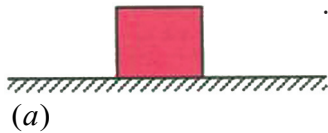
1 جسم نسبت به سطحی که بر روی آن قرار دارد، کش شده؛ ولی ساکن می‌ماند. در این حالت، قوه اصطکاک را به نام «قوه اصطکاک ستاتیکی (سکون)» یاد می‌کنند.



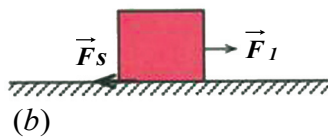
2 - جسم نسبت به سطحی که بر آن قرار دارد، در حرکت می‌باشد. در این حالت، قوه اصطکاک را «قوه اصطکاک دینامیکی (حرکی)» می‌نامند.

در زیر هر یک از حالت‌ها را مورد مطالعه قرار می‌دهیم:

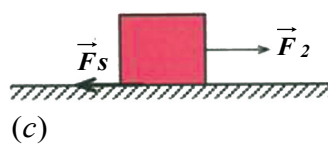
1 - **قوه اصطکاک سکون (ستاتیکی):** اصطکاک بین جامدات که با یکدیگر در تماس هستند، به علتی به وجود می‌آید که سطح تماس اجسام هیچ‌گاه هموار و مسطح نمی‌باشد. بنابراین وقتی که یک جسم جامد روی جسم جامد دیگری کشانده می‌شود. در این حالت سطوح اجسام مذکور بالای یکدیگر تولید اصطکاک می‌کنند.



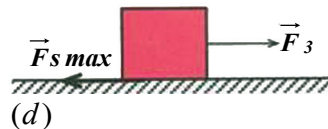
حال فرض کنید، جسمی مطابق شکل (a) روی یک سطح افقی به حالت سکون قرار دارد. به جسم قوه افقی  $\vec{F}$  را وارد می‌کنیم. در ابتدا اندازه این قوه را کوچک و برابر می‌گیریم، به طوری که جسم ساکن بماند.



شکل (b)، چون جسم ساکن است، بر اساس قانون دوم نیوتن باید محصله قوه‌های وارده بر جسم مساوی به صفر باشد. بنابراین باید قوه افقی مانند  $\vec{f}_s$  به جسم وارد شده باشد تا با خنثی کردن اثر قوه  $\vec{F}_1$ ، مانع شتاب گرفتن و حرکت جسم شده باشد.



شکل‌های (4-16)



قوه  $f_s$  را سطح تکیه‌گاه به جسم وارد می‌کند که به این قوه، «قوه اصطکاک ستاتیکی» می‌گوییم.

$$a = \frac{F}{m}$$

$$a = 0$$

$$F_1 - f_s = 0 \Rightarrow f_s = F_1$$

حال فرض کنید که اندازه قوه  $\vec{F}_1$  را افزایش داده و به اندازه  $\vec{F}_2$  می‌رسانیم. در این حالت، اگر جسم همچنان ساکن باقی بماند، با استدلال شبیه بالا، نتیجه می‌گیریم که قوه اصطکاک ستاتیکی افزایش یافته و برابر  $\vec{F}_2$  شده است. بنا بر این با افزایش قوه  $\vec{F}$ ، قوه اصطکاک ستاتیکی نیز افزایش می‌یابد.

اگر به همین ترتیب مقدار قوه  $\vec{F}_2$  را افزایش دهیم و آن را با  $\vec{F}_3$  نشان دهیم، جسم در اثنای حرکت قرار می‌گیرد. این بدان معناست که اگر اندازه قوه  $F_3$  از مقدار  $F_s$  اندکی بیشتر شود، جسم ساکن نمانده و شروع به حرکت می‌کند. به قوه اصطکاک در این حالت «قوه اصطکاک در اثنای حرکت» گفته می‌شود و با  $f_{s \max}$  نشان داده می‌شود. از قانون دوم نیوتن نتیجه می‌شود که در حالت اخیر،  $f_{s \max} = F_3$  است و همچنین اندازه اصطکاک در اثنای حرکت را می‌توان از رابطه زیر به دست آورد:

$$f_{s \max} = \mu_s \cdot N \dots (a)$$

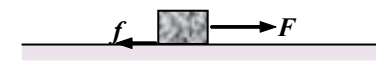
در این رابطه،  $N$  قوه عمودی تکیه‌گاه است و  $\mu_s$  ضریب اصطکاک ستاتیکی نام دارد که تابع نوعیت و طبیعت سطوحی که با یکدیگر در تماس هستند می‌باشد  $\mu_s$  یک کمیت فزینی بدون واحد است. چرا؟

**نوت:** رابطه (a) بالا فقط در حالتی درست است که جسم در اثنای حرکت قرار داشته باشد.

بنا بر این قوه اصطکاک ستاتیکی همواره از مقدار « $\mu_s N$ » کوچک‌تر، و حداکثر (Maximum) آن برابر با  $\mu_s N$  یعنی  $f_s \leq \mu_s \cdot N$  است.

**مثال:** جسمی با کتله  $10\text{kg}$  را روی سطح افقی با ضریب اصطکاک ستاتیکی  $\mu_s = 0.4$  قرار داده و آن را با قوه افقی  $25$  نیوتن کش می‌کنیم، ولی قادر به تکان دادن آن نیستیم. اندازه قوه اصطکاک بر حسب نیوتن را دریابید.

$$\left. \begin{array}{l} m = 10\text{kg} \\ \mu_s = 0.4 \\ F = 25\text{N} \\ V = 0 \\ f_s = ? \end{array} \right\}$$



شکل (4-17)

**حل:** چون با وارد کردن قوه  $F$ ، جسم حرکت نمی‌کند و ساکن باقی می‌ماند، به این معنی که مقدار قوه اصطکاک ستاتیکی جسم بزرگ‌تر از این قوه وارده است، یعنی:

$$F_s = \mu_s \cdot N = \mu_s \cdot m \cdot g = 0.4 \times 10\text{kg} \times 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 40\text{N} > F$$

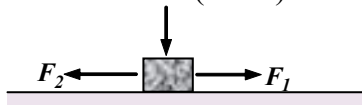
**سؤال**



در شکل مقابل جسمی با کتله  $2\text{kg}$  روی سطح افقی قرار دارد و قوه‌های  $F_1$  و  $F_2$  که اندازه هر کدام 5 نیوتن است بر جسم عمل می‌کند. جسم در حال حرکت یک‌نواخت قرار دارد. ضریب اصطکاک ستاتیکی بین جسم و سطح افقی را به دست آورید.

$$F = w = (10 \times 2)\text{N}$$

شکل (4-18)

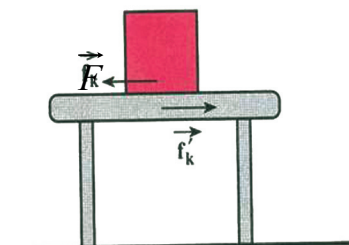


## 2- قوه اصطکاک حرکتی (دینامیکی): فرض کنید که صندوقی را روی یک سطح افقی

کش می‌کنید. اگر صندوق را دیگر کش نکنید، می‌بینید که سرعت آن آهسته، آهسته کاهش می‌یابد و پس از لحظاتی می‌ایستد. اگر موتری را که روی یک سطح افقی در حال حرکت است، برک کنید، پس از مدتی موتر می‌ایستد. با توجه به این که قوه، عامل تغییر سرعت است، باید قوه‌یی بر خلاف جهت حرکت، به جسم وارد شده باشد. این قوه عبارت از قوه اصطکاک حرکتی (دینامیکی) می‌باشد. هرگاه جسم جامدی روی سطح جسم جامد دیگری حرکت کند، قوه‌یی موازی به سطح تماس به هریک از دو جسم، از طرف یک جسم به جسم دیگر، وارد می‌شود که قوه اصطکاک حرکتی (دینامیکی) نام دارد. در این جا نیز مانند رابطه بالا معادله زیر صدق می‌کند:

$$F_k = \mu_k \cdot N$$

$\mu_k$  عبارت از ضریب اصطکاک حرکتی (دینامیکی) می‌باشد.



شکل (4-19)



در گروه‌های مختلف صنفی در مورد «تفاوت بین قوه اصطکاک استاتیکی و قوه اصطکاک حرکتی» باهم بحث کنید و نتیجه را به صنف گزارش دهید.

**مثال:** جسمی با کتله  $12\text{kg}$  را توسط طنابی که به آن وصل است، روی سطح افقی می‌کشیم، اگر جهت طناب افقی، و ضریب اصطکاک حرکتی بین سطح تماس دو جسم برابر به  $0.25$  باشد. قوه اصطکاک حرکتی وارد بر جسم چند نیوتن خواهد بود؟ (g را برابر به  $10\text{m/s}^2$  فرض کنید). موضوع را در زیر مورد بررسی قرار می‌دهیم.

**حل:** قوه‌های وارده بر جسم در شکل زیر نشان داده شده است. چون جسم در امتداد سطح افقی حرکت می‌کند، از قانون دوم نیوتن نتیجه می‌شود که محصله قوه‌های وارده بر جسم

در جهت عمود صفر است:

$$N - W = 0$$

$$N = W = mg$$

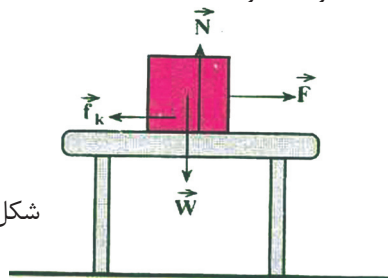
$$N = 120\text{ (N)}$$

$$f_k = \mu_k \cdot N$$

$$f_k = 0.25 \times 120$$

$$f_k = 30\text{ (N)}$$

شکل (4-20)



**مثال:** در مثال قبل، اگر طناب را با قوه  $F = 36 \text{ N}$  بکشیم، شتاب حرکت چقدر خواهد بود؟  
**حل:** از قانون دوم نیوتن برای محاسبه شتاب استفاده می‌کنیم. محصله قوه‌های وارده بر

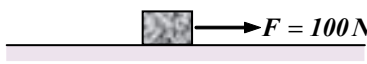
$$F - F_k = m \cdot a \quad \text{جسم برابر است با:}$$

$$\Rightarrow a = \frac{F - F_k}{m} = \frac{36 - 30}{12}$$

$$a = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

**تمرین:**

در شکل مقابل، جسم با شتاب  $4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  در حال حرکت است. اگر کتله جسم  $20 \text{ kg}$  باشد، ضریب اصطکاک حرکتی را به دست آورید.



#### 4-6: قانون جاذبه نیوتن

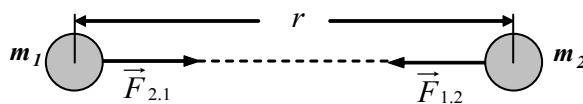
آیا تا کنون از خود پرسیده اید که چرا وقتی یک جسم را به طرف بالا پرتاب می‌کنیم، پس از مدتی به پایین می‌افتد؟ و یا چرا آب در جویبارها به طرف پایین حرکت می‌کند؟ از زمان‌های قدیم، بشر می‌دانست که زمین، جسم‌های مجاور خود را به سوی خود می‌کشد. به این قوه، قوه جاذبه گفته می‌شود. نیوتن دانشمند انگلیسی با بیان قانون جاذبه، نشان داد که قوه جاذبه میان هر دو جسم وجود دارد. بنا بر قانون جاذبه نیوتن، هر دو کتله، هم‌واره یک‌دیگر را جذب می‌کنند. نیوتن قانون جاذبه را به صورت زیر بیان نمود:

« قوه جاذبه میان دو کتله با حاصل ضرب کتله‌ها نسبت مستقیم و با مربع فاصله آن‌ها از یک‌دیگر، نسبت معکوس دارد.»

اگر کتله‌های  $m_1$  و  $m_2$  و فاصله میان آن‌ها مطابق شکل زیر برابر به  $r$  باشد، اندازه قوه جاذبه‌یی میان دو کتله ( $F$ ) از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1} \quad \text{عمل و عکس العمل} \Rightarrow F_{1,2} = F_{2,1} = F$$

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \dots \dots (1)$$



شکل (4-21)

در این رابطه  $G$  ثابت جهانی جاذبه نام دارد. در سیستم SI و واحد اندازه‌گیری کتله، کیلوگرام (kg)، واحد اندازه‌گیری قوه، نیوتن (N) و واحد اندازه‌گیری فاصله، متر (m) است، پس  $G$  برابر است با:

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$$

**مثال:** دو جسم با کتله‌های  $5kg$  و  $12kg$  در فاصله یک متری از یکدیگر قرار دارند. قوه جاذبه‌ی میان آن‌ها را محاسبه نمایید.

**حل:**  $F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \Rightarrow F = 6.67 \times 10^{-11} \times \frac{5 \times 12}{1^2} \Rightarrow F = 4 \times 10^{-9} N$

همان‌طور که مثال بالا نشان می‌دهد. قوه جاذبه‌ی میان جسم‌های با کتله‌هایی کوچک، قابل صرف نظر است.



### سؤال

کتله زمین تقریباً  $6 \times 10^{24} kg$  و شعاع زمین تقریباً  $6.4 \times 10^6 m$  است، قوه جاذبه‌ی زمین که به شما وارد می‌شود، حدود چند نیوتن است؟ (برای محاسبه این قوه، کتله زمین را متمرکز در مرکز زمین فرض کنید).

## قوه وزن - شتاب جاذبه

در فصل دوم در بحث سقوط آزاد اجسام، دانستید که شتاب در حرکت سقوط آزاد، برای تمام جسم‌ها یکسان و برابر به  $g$  است، قوه‌ی که باعث ایجاد این شتاب می‌شود از قانون دوم نیوتن چنین محاسبه می‌کنیم. ( 2 )  $F = ma$  ,  $a = g \Rightarrow F = mg$  . . . .

از طرف دیگر می‌دانیم که قوه وزن، باعث سقوط جسم می‌شود. اگر قوه وزن را با حرف  $W$  نشان دهیم. با توجه به رابطه (2) خواهیم داشت: ( 3 )  $F = W \Rightarrow w = mg$  . . . .

قوه وزن، عبارت از قوه جاذبه‌ی است که زمین به جسم وارد می‌کند. اگر کتله و شعاع زمین را به ترتیب با  $M_e$  و  $R_e$  نشان دهیم، با استفاده از رابطه (1) نیز می‌توان وزن جسم، یعنی

قوه جاذبه زمین بر جسم را چنین حساب کرد. ( 4 )  $W = F \Rightarrow W = G \frac{m \cdot M_e}{R_e^2} \dots$

با مقایسه روابط (3)، (4) نتیجه می‌شود: ( 5 )  $m \cdot g = G \frac{m \cdot M_e}{R_e^2} \Rightarrow g = G \frac{M_e}{R_e^2} \dots$

**نوت:** هر قدر از سطح زمین دور شویم مقدار  $g$  کاهش می‌یابد. اگر در ارتفاع کیفی  $h$  از

سطح زمین،  $g$  را برابر به  $g'$  فرض کنیم، خواهیم داشت:  $g' = G \frac{M_e}{(R_e + h)^2}$

تحقیق کنید که ضریب ثابت جهانی جاذبه (G) نخستین بار توسط چه کسی محاسبه شده است، خلاصه روش کار او را به صنف گزارش دهید.



### سؤال

با توجه به این که مقدار متوسط  $g$  در سطح زمین در حدود  $9.8 \text{ m/s}^2$  و شعاع زمین حدود  $6.4 \times 10^6 \text{ m}$  است، کتله زمین را حساب کنید



شکل (22-4)

### پراشوت

برای مطالعه حرکت پراشوت لازم است، سقوط آزاد جسمی را که شتاب آن هنگام سقوط در جو زمین به نسبت موجودیت مقاومت هوا در تغییر است، مطالعه نماییم. یک هوا باز از پراشوت به منظور کمایی کردن یک قوه بزرگ مقاومت هوا که بتواند موازنه را با قوه وزنش به وجود آورده و او را به طرف بالا کش کند، استفاده می‌کند (مقدار این قوه کش کننده حتی اگر پراشوت بازهم نباشد قابل نظر نیست و در چنین حالتی، هوا باز به سرعت زیاد سقوط خواهد کرد).

قوه مقاومت کش کننده به طرف بالا که بالای جسمی در حال سقوط در هوا وارد می‌شود (که بعد از این، این قوه را به  $F_d$  نشان خواهیم داد)، و با زیاد شدن سرعت جسم به طور اتوماتیک افزایش می‌یابد و مقدار آن متناسب با

مربع سرعت جسم می‌باشد؛ یعنی:  $F_d = bV^2$

قیمت  $b$  ثابت بوده و به اندازه و شکل جسم مربوط می‌باشد و جهت قوه مقاومت مخالف جهت حرکت می‌باشد. چون با زیاد شدن سرعت، قوه مقاومت افزایش می‌یابد، پس وقتی که قوه مقاومت کش کننده با وزن جسم از نظر مقدار مساوی گردد، در چنین حالت خواه مخواه جسم سقوط کننده در وضعیت تعادل قرار خواهد گرفت.

سرعتی که در آن مقدار قوه مقاومت مساوی به وزن جسم می‌شود، به نام سرعت حدی جسم یاد می‌شود. وقتی که سرعت جسم به سرعت حدی نزدیک شده می‌رود، شتاب کوچک و کوچک‌تر می‌گردد. زمانی که جسم به سرعت حدی می‌رسد، شتاب آن صفر می‌گردد. اگر سرعت حدی را به  $V_t$  نشان دهیم، چون مقدار قوه مقاومت در این سرعت با وزن جسم

مساوی است، پس می‌توانیم بنویسیم:  $F_d = mg = bV_t^2 \Rightarrow b = mg/V_t^2$

بنابراین برای هر سرعت اختیاری می‌توان نوشت:

$$F_d = mg \frac{V^2}{V_t^2}$$

سرعت حدی جسم مربوط به اندازه، شکل و کتله آن می‌باشد. جدول زیر سرعت‌های حدی چند جسم را به طور نمونه نشان می‌دهد:

سرعت حدی (m/s)	جسم
0.5	پر مرغ
1	دانه برف
7	قطره باران
5 – 9	هواباز (با پراشوت باز)
50 – 60	عقاب پرنده
80	هواباز (با پراشوت پرنده)
100	مرمی

**مثال 1** – دو هوا باز دارای پراشوت‌های هم مانند بوده و کتله‌های آن‌ها (به‌شمول پراشوت‌ها)  $62.0\text{Kg}$  و  $82.0\text{Kg}$  می‌باشد. کدام هواباز سرعت حدی بیشتر دارد و نسبت سرعت‌های حدی شان را دریابید.

### رهنمود برای حل مثال

چون پراشوت‌ها هم مانند هستند، پس توقع این است که در یک سرعت معین باید مقدار قوه مقاومت کش کننده بالای هر دو پراشوت یک‌سان عمل نماید. هواباز سنگین‌تر باید برای این که قوه مقاومت برابر به وزنش باشد، سریع‌تر سقوط نماید، بنابراین هواباز  $82.0\text{Kg}$ ، باید سرعت حدی بزرگ‌تر داشته باشد. برای تعیین نسبت سرعت‌های حدی، ابتدا می‌یابیم که چطور سرعت‌های حدی مربوط به کتله می‌شوند، و سپس بالای این نسبت‌ها کار خواهیم کرد.

**حل:** در سرعت حدی  $V_t$  قوه مقاومت باید مساوی به وزن جسم باشد؛ یعنی:

$$mg = F_d = bV_t^2$$

چون پراشوت‌ها یک‌سان هستند، انتظار داریم که قیمت ثابت  $b$  برای هر دو پراشوت یک‌سان باشد، بنابراین: چون  $V_t \propto \sqrt{m}$ ، پس هواپاز سنگین‌تر سرعت حدی بزرگ‌تر داشته و او برای این که قوه مقاومت را با وزنش در توازن آورد، باید سریع‌تر حرکت کند. پس نسبت سرعت‌های حدی چنین خواهد بود:

$$\frac{V_{t2}}{V_{t1}} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = \sqrt{\frac{82,0\text{Kg}}{62,0\text{Kg}}} = 1,15$$

سرعت حدی هواپاز دارای وزن  $82,0\text{Kg}$ ، برابر به  $1,15$  چند سرعت حدی هواپاز کم وزن تر است یعنی  $15\%$  سریع‌تر حرکت نموده.

**مباحثه:** هواپاز دارای وزن  $82,0\text{Kg}$ ،  $32\%$  سنگین‌تر است، زیرا:  $\frac{82,0\text{Kg}}{62,0\text{Kg}} = 1,32$  اما سرعت

حدی آن فقط  $15\%$  زیاد تر است و سبب آن این است که قوه مقاومت یک راست متناسب با مربع سرعت است؛ یعنی همین  $15\%$  سرعت بیشتر، قوه مقاومت را  $32\%$  افزایش می‌دهد، یعنی:

$$(1 \cdot 15)^2 = 1 \cdot 32$$

## تمرین

یک پیلوت خود را با پراشوت از ارتفاع  $2000\text{m}$  از سطح زمین از طیاره اش سقوط می‌دهد. اگر کتله مجموعی پیلوت و پراشوت  $112\text{kg}$  باشد، قوه مقاومت هوا زمانی که پیلوت به سرعت حدی می‌رسد، چند است؟

**مثال -** یک توپ باسکتبال از بالای یک تعمیر مرتفع رها می‌شود.

- شتاب اولی توپ در لحظه سقوط چند است؟
- شتاب توپ را در لحظه‌یی که به سرعت حدی اش می‌رسد، حساب کنید.
- شتاب توپ را در لحظه‌یی که سرعت آن به نصف سرعت حدی می‌رسد، دریابید.

## رهنمود برای حل مثال

محور مثبت  $Y$  را انتخاب می‌کنیم تا طبق معمول نقاط را روی آن به سمت بالا نشانی کنیم. چون توپ از حالت سکون پرتاب می‌شود، بنابراین یگانه قوه‌یی که در لحظه اول پرتاب بالای آن عمل می‌کند، قوه جاذبه زمین است. در این لحظه چون سرعت صفر است، قوه مقاومت هوا هم صفر است. وقتی که توپ در حرکت است، قوه مقاومت در قوه منتهجه وارده بر جسم سهیم می‌باشد.

## حل:

a. چون قوه مقاومت صفر است، شتاب اولیه مساوی به شتاب سقوط آزاد است، یعنی:

$$\vec{a} = \vec{g}$$

b. وقتی که توپ به سرعت حدی اش می‌رسد، مقدار قوه مقاومت مساوی به وزن توپ بوده؛ ولی به سمت مخالف عمل می‌کند، و چون در این حالت قوه منتهجه بالای توپ صفر است،

پس شتاب در سرعت حدی صفر می‌باشد، یعنی:  $a = 0$



C. وقتی که توپ به نصف سرعت حدی در حال سقوط است، قوه مقاومت مهم است، اما این قوه از وزن توپ کم تر است. قوه محصله به سمت پایین و بنابراین شتاب نیز (هر چند با مقدار کم تر) به طرف پایین عمل می کند. می دانیم که قوه مقاومت در هر سرعت توسط رابطه زیر تعیین می شود:

$$F_d = mg \frac{V^2}{V_t^2}$$

هم چنان می دانیم که این قوه به سمت مخالف وزن به طرف بالا عمل می کند، پس قوه

$$\sum F_y = Fd - mg = mg \frac{V^2}{V_t^2} - mg = mg \left( \frac{V^2}{V_t^2} - 1 \right)$$

منتجه عمودی را چنین می نویسیم:

با تطبیق قانون دوم نیوتن داریم که:  $\sum F_y = ma_y$  برای به دست آوردن قیمت شتاب حاصله می توان نوشت:

$$ma_y = mg \left( \frac{V^2}{V_t^2} - 1 \right) \Rightarrow a_y = g \left( \frac{V^2}{V_t^2} - 1 \right)$$

در لحظه یی سرعت مساوی به نصف سرعت حدی است، یعنی:

$$V = \frac{1}{2} V_t \Rightarrow \frac{V^2}{V_t^2} = \frac{1}{4}$$

$$a_y = g \left( \frac{1}{4} - 1 \right) = -3/4 \times g$$

پس شتاب توپ،  $\vec{a} = -3/4 \vec{g}$  بوده و جهت های  $\vec{a}$  و  $\vec{g}$  هر دو به طرف پایین است. **مباحثه:** چطور می توانیم بدانیم که مقاومت هوا قابل صرف نظر است؟ اگر ما سرعت حدی جسم را به طور تخمین بدانیم، در آن صورت خواهیم دانست که به هر اندازه سرعت جسم به مقایسه سرعت حدی کوچک تر باشد، به همان اندازه مقاومت هوا زیادتیر قابل صرف نظر می باشد.

### فعالیت



در یک لوژ یا محل بالا بروید و یا به یک زینه بالا شوید و از آن جا یک کاغذ سبید شکل یا جامک کاغذ کیک و یک سکه پنج افغانیکی را هم زمان رها کنید. مقاومت هوا در مقابل سکه قابل صرف نظر است؛ مگر این که از ارتفاع بسیار بلند رها شود. در حالی که مقاومت هوا در مقابل سبید کاغذ خیلی قابل ملاحظه است و سبید کم و بیش به زودی به سرعت حدی اش می رسد. چند سبید کاغذی (از دو تا چهار عدد) را با هم یک جا نموده و آن ها را با سبید اولی هم زمان رها نمایید. چی را مشاهده خواهید کرد؟ آیا سرعت حدی بسته های کاغذ سبید بیشتر است؟ چرا؟ اکنون یک کاغذ سبید را کلوله کنید و بعد هم زمان آن را با سکه رها کنید. خواهید دید در حالی که مقاومت هوا اکنون تغییر نموده؛ ولی هنوز هم قابل ملاحظه است. چرا؟



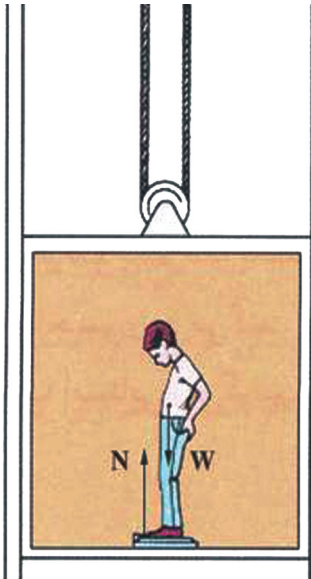
دوباره، در گروه‌ها باهم بحث کنید و شکل زیر را که یک تصویر ستروپوسکوپیک بوده و سقوط دو جسم در هوا را با سرعت‌های حدی بسیار متفاوت نشان می‌دهد، مشاهده کنید، و به کمک آن دربارهٔ فعالیتی که انجام داده اید، در گروه‌ها به بحث و مناقشه بپردازید (تصویرها در وقفه‌های ثابت زمانی  $1,15s$  عکاسی شده است).

شکل (4-23)

## 4-7: لفت

لфт چیست؟ آیا تا به حال از خود پرسیده اید که لفت از نقطهٔ نظر فزیک چگونه کار می‌کند؟ وقتی در داخل لفت قرار دارید و لفت با سرعت ثابت  $v$  به طرف بالا یا پایین حرکت می‌کند، چه اتفاقی می‌افتد؟ و یا اگر لفت با شتاب ثابت  $a$  شروع به حرکت کند، چه اتفاقی می‌افتد؟ و ... این‌ها همه پرسش‌هایی هستند که شما در ختم این درس توانایی پاسخ دادن به آن‌ها را حاصل خواهید کرد.

برای پاسخ دادن به پرسش‌هایی بالا به مثال زیر توجه کنید: فرض کنید که شخصی با کتلهٔ  $m$  در داخل لفت بر روی یک ترازوی فنری قرار دارد. مقدار قوهٔ وارده بر ترازوی فنری را که شخص بر روی آن قرار دارد، در سه حالت زیر مورد مطالعه قرار می‌دهیم:



شکل (4-24)

1 - اگر لفت ساکن باشد: در این حالت چون لفت ساکن است، در نتیجه شتاب حرکت صفر خواهد بود، قوه‌های وارده بر شخص در شکل (4-24) نشان داده شده است، پس می‌توان بر اساس قانون دوم نیوتن نوشت که:

$$a = 0$$

$$F = N - W = 0$$

$$N = W = mg \dots \dots \dots (1)$$

در این حالت می‌توان نتیجه گرفت که، وقتی شخصی در درون لفت قرار دارد و لفت دارای شتاب صفر است، ترازوی فنری تنها قوهٔ وزن جسم یعنی  $W = mg$  را نشان می‌دهد.

2 - لغت با شتاب ثابت  $a$  به طرف بالا شروع به حرکت می کند: در این حالت، شتاب حرکت به اندازه  $a$  به طرف بالا است و با توجه به قانون دوم نیوتن می توانیم بنویسیم که:

$$F = ma$$

$$N - W = ma$$

$$N - mg = ma$$

$$N = ma + mg$$

$$N = m(a + g) \dots (2)$$

3 - لغت با شتاب ثابت  $a$  به طرف پایین شروع به حرکت می کند: در این حالت نیز، شتاب حرکت به اندازه  $a$  به طرف پایین است (جهت حرکت روبه پایین را مثبت در نظر می گیریم) و با توجه به قانون دوم نیوتن می توان نوشت که:

$$F = ma$$

$$W - N = ma$$

$$mg - N = ma$$

$$N = mg - ma$$

$$N = m(g - a) \dots (3)$$

**نوت:** با توجه به سه حالت بالا می توان نتیجه گرفت: «زمانی که لغت ساکن است و یا با سرعت ثابت حرکت می کند، عددی که ترازوی فنری نشان می دهد، برابر با وزن واقعی شخص، یعنی:  $(N = W)$  است. هنگامی که لغت با شتاب ثابت به طرف بالا حرکت می کند، عددی را که ترازوی فنری نشان می دهد، از وزن واقعی شخص بزرگ تر است؛ یعنی:  $(N > W)$  و زمانی که لغت با شتاب مثبت روبه پایین حرکت می کند، عددی که ترازوی فنری نشان می دهد، از وزن واقعی شخص کوچک تر؛ یعنی:  $(N < W)$  می باشد.

**مثال:** شخصی با کتله  $70 \text{ kg}$  داخل لغت ایستاده است، قوه عمودی یی را که قاعده لغت به شخص وارد می کند، در حالت های زیر محاسبه کنید.  
(a) لغت ساکن است.

(b) لغت با سرعت ثابت به طرف بالا در حرکت است.

(c) لغت با شتاب ثابت  $2 \text{ m/s}^2$  به طرف بالا شروع به حرکت می کند، ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  فرض شود).

**حل:** (a) چون لغت ساکن است، شتاب حرکت صفر است و در نتیجه:

$$a = 0$$

$$F = N - W = mg$$

$$N = W = mg$$

$$N = 70 \times 10 = 700 \text{ N}$$

(b) در این حالت چون لغت با سرعت ثابت به طرف بالا در حرکت است، در نتیجه شتاب حرکت صفر است و با محاسبه مانند حالت a نتیجه می‌شود که  $N = 700 \text{ N}$  است.

(c) در این حالت، شتاب حرکت  $2 \text{ m/s}^2$  و به طرف بالا است و با توجه به قانون دوم نیوتن خواهیم داشت:

$$F = m.a$$

$$N - W = ma$$

$$N - 700 = 70 \times 2$$

$$N = 840 \text{ N}$$



### سؤال

شخصی داخل لغت بر روی یک ترازوی فنری قرار دارد. کتله شخص  $50 \text{ kg}$  است. در حالت‌های زیر ترازوی فنری چه عددی را نشان می‌دهد:

(a) لغت با شتاب  $2 \text{ m/s}^2$  به طرف بالا حرکت می‌کند.

(b) لغت با شتاب  $2 \text{ m/s}^2$  به طرف پایین حرکت می‌کند.

(c) لغت با سرعت ثابت حرکت می‌کند.

## مدارهای دایره‌یی حرکت اقمار مصنوعی

همان‌طور که می‌دانیم، قمر مصنوعی به‌دور زمین بر روی یک مسیر تقریباً دایره‌یی حرکت می‌کند. حال فرض کنید، شخصی در داخل قمر مصنوعی قرار دارد. به نظر شما شخص مذکور حرکت خود را نسبت به زمین چگونه می‌بیند؟ چه قوه‌هایی با لای قمر مصنوعی عمل می‌نماید؟



شخصی که در قمر مصنوعی قرار دارد، مشاهده می‌کند که قمر مصنوعی همیشه عین فاصله را از زمین دارد (به‌دلیل مسیر دایره‌یی اش). یا به عبارت دیگر این شخص مشاهده می‌کند که قمر مصنوعی نظر به زمین ساکن است. بنابراین شخص مذکور نتیجه می‌گیرد که هیچ قوه‌یی بالای قمر مصنوعی عمل نمی‌نماید.

شکل (4-25)

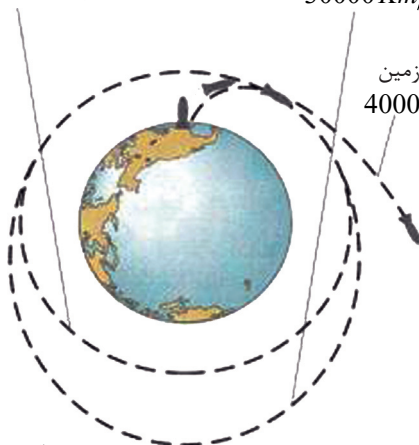
اما با توجه به آنچه که از این پیش در مورد حرکت‌های دایره‌یی خواندید، می‌توان گفت که بالای قمر مصنوعی دو قوه عمل می‌نماید. یکی قوه جاذبه  $mg$  و دیگری قوه فرار از مرکز  $mR\omega^2$ ، که هر دو قوه به جهت‌های مختلف از یکدیگر قرار دارند. چون قمر مصنوعی از نقطه نظر شخصی که در قمر مصنوعی قرار دارد، ساکن است. بنابراین می‌توان گفت که دو قوه بالا با یکدیگر در حالت توازن قرار دارند.

و یا به عبارت دیگر، این دو قوه با یکدیگر مساوی هستند یعنی:

$$m \cdot g = mR\omega^2 \dots \dots (1)$$

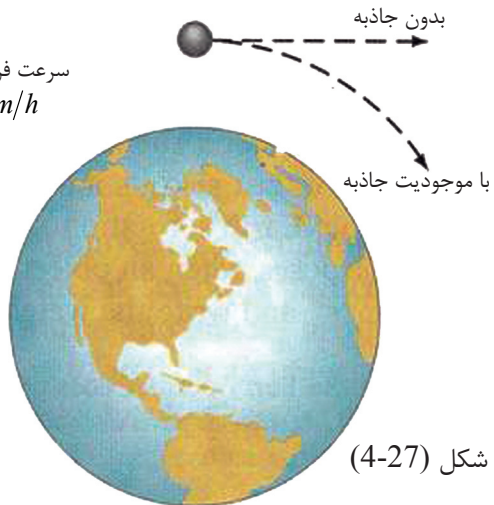
$$g = R\omega^2$$

حرکت دایره‌یی به سرعت  
27000 Km/h



شکل (4-26)

حرکت بیضه‌یی به سرعت  
30000 Km/h



شکل (4-27)

چون  $\omega = \frac{V}{R}$  است و  $V$  سرعت خطی قمر مصنوعی می‌باشد، پس با وضع نمودن قیمت

$$g = \frac{V^2}{R} \dots \dots (2)$$

داریم که:

از این جا نتیجه می‌شود که شخص و اشیای دیگر در داخل قمر مصنوعی در اثنای حرکت بی وزن می‌گردند. زیرا بر اساس معادله (1)، وزن قمر مصنوعی مساوی به قوه فرار از مرکز بوده و محصله آن‌ها صفر می‌باشد.

## خلاصه فصل چهارم



- قوانین حرکت نیوتن، مهم‌ترین قوانین حرکت شناسی در فزیک کلاسیک می‌باشد.  
 - قانون اول نیوتن ( قانون عطالت یا انرشیا ) بیان می‌دارد که : «یک جسم حالت سکون و یا حرکت یک‌نواخت روی خط راست خود را حفظ می‌کند، مگر آن که زیر تأثیر قوه‌بی، مجبور به تغییر حالت آن شود.»  
 - قمرهای مصنوعی که توسط بشر به فضا پرتاب می‌شوند، از قانون سوم نیوتن استفاده می‌کنند.

- قانون دوم نیوتن بیان می‌دارد که : «اگر به یک جسم قوه‌های وارد شود، جسم شتابی می‌گیرد که با محصله قوه‌های وارده بر آن، نسبت مستقیم و با آن هم جهت است و با کتله جسم نسبت معکوس دارد» که به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad \text{یا} \quad \vec{F} = m \vec{a}$$

- قانون سوم نیوتن بیان می‌دارد که: «هرگاه یک جسم به جسم دیگر قوه وارد کند، جسم دوم هم به جسم اول قوه‌یی برابر به آن، ولی در جهت مخالف بر آن وارد می‌کند» که به صورت ذیل نوشته می‌شود.

$$\vec{F}_{1.2} = -\vec{F}_{2.1} \dots\dots\dots$$

$$F_{1.2} = F_{2.1} \dots\dots\dots$$

از نقطه نظر وکتوری  
 از نقطه نظر سکالری

- به قانون سوم نیوتن قانون عمل و عکس العمل نیز می‌گویند.  
 قوه عمودی تکیه گاه، یکی از قوه‌های است که برای آن قانون مشخصی وجود ندارد، یعنی رابطه‌یی وجود ندارد تا به کمک آن بتوان اندازه این قوه را محاسبه کرد. اما همان‌طور که خواندید، اندازه این قوه را به کمک قانون دوم نیوتن محاسبه می‌کنیم.

قوه اصطکاک ستاتیکی: جسم نسبت به سطحی که بر روی آن قرار دارد، کشیده شده ولی، ساکن باقی می‌ماند. در این حالت، قوه اصطکاک را قوه اصطکاک ستاتیکی می‌نامیم. قوه

$$F_{S \max} = \mu_S \cdot N \quad \text{آید:}$$

- هنگامی که جسم نسبت به سطحی که بر روی آن قرار دارد در حرکت باشد، در این حالت، قوه اصطکاک را قوه اصطکاک حرکی (دینامیکی) می‌نامیم که به صورت زیر نوشته

$$f_k = \mu_k \cdot N \quad \text{می‌شود:}$$

$\mu_K$  و  $\mu_S$  به ترتیب عبارت از ضریب‌های اصطکاک ستاتیکی و حرکتی می‌باشند که دارای واحد اندازه‌گیری نمی‌باشند.

اگر دو کتله،  $m_1$  و  $m_2$  باشند و فاصلهٔ میان آن‌ها برابر به  $r$  باشد. اندازهٔ قوهٔ جاذبه‌یی میان

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad \text{دو کتله ( F ) از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:}$$

رابطهٔ بالا عبارت از قانون جاذبهٔ نیوتن می‌باشد که با حاصل ضرب دو کتلهٔ  $m_1$  و  $m_2$  رابطهٔ مستقیم و با مربع فاصلهٔ میان این دو کتله رابطهٔ معکوس دارد.

- قوهٔ وزن، عبارت از قوهٔ جاذبه‌یی است که زمین به جسم وارد می‌کند.

- مقدار قوهٔ جاذبهٔ زمین که بر جسم وارد می‌شود از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$W = G \frac{m \cdot M_e}{R_e^2}$$

- مقدار شتاب جاذبهٔ زمین ( $g$ ) از رابطهٔ  $g = G \frac{M_e}{R_e^2}$  به دست می‌آید.

- اگر جسم در ارتفاع  $h$  از سطح زمین قرار داشته باشد در نتیجه، رابطهٔ بالا به صورت زیر نوشته می‌شود:

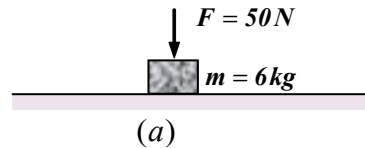
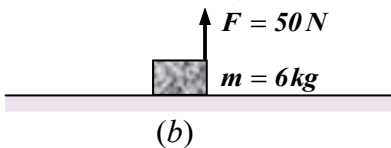
$$g' = G \frac{M_e}{(R_e + h)^2}$$

- هنگامی که لغت با سرعت ثابت حرکت کند،  $N = W$ ، اگر لغت با شتاب ثابت به طرف بالا حرکت کند، آنگاه  $W > N$  و اگر لغت با شتاب ثابت به طرف پایین حرکت کند، در نتیجه  $N < W$  می‌باشد.

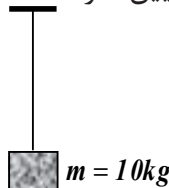
- بالای اقمار مصنوعی دو قوه عمل می‌نماید. یکی قوهٔ جاذبه ( قوهٔ جذب به مرکز)، و دومی قوهٔ فرار از مرکز.

## سؤال‌های فصل چهارم

- 1 - قانون‌های حرکت نیوتن چه چیزی را بیان می‌کنند؟
- 2 - قانون اول نیوتن را تعریف کنید. از این قانون چه نتیجه‌یی می‌گیریم؟
- 3 - عطالت یا انرشیا را تعریف کنید.
- 4 - قانون دوم نیوتن را بیان کنید و رابطه آن را با ذکر واحدهای اندازه‌گیری آن بنویسید.
- 5 - قانون سوم نیوتن را تعریف کنید.
- 6 - چرا در جاده افقی که سطح آن یخ‌بندان است، موتور نمی‌تواند از گولایی جاده تابعیت کند و در امتداد خط راست از جاده منحرف می‌شود؟
- 7 - سه مثال از قانون اول نیوتن بیان کنید.
- 8 - به جسمی با کتله  $2\text{kg}$ ، قوه  $20$  نیوتن وارد می‌شود:
  - (a) شتاب حرکت جسم را حساب کنید.
  - (b) اگر قوه،  $30$  نیوتن شود، در شتاب حرکت چه تغییری وارد می‌شود؟
- 9 - دو جسم با کتله‌های  $m_1$  و  $m_2$  که روی سطح افقی به حالت سکون قرار دارند، تحت تاثیر قوه‌های یک‌سان شروع به حرکت می‌کنند. اگر بعد از گذشت زمان  $t$ ، سرعت آن‌ها به ترتیب  $V_1$  و  $V_2$  شود، نسبت  $\frac{V_2}{V_1}$  را محاسبه کنید.
- 10 - جسمی در حالت سقوط است (از مقاومت هوا صرف نظر کنید). چه قوه‌های بر آن وارد می‌شود؟ عکس العمل این قوه را مشخص کنید.
- 11 - قانون جاذبه نیوتن را بیان کنید و رابطه آن را بنویسید.
- 12 - دو جسم با کتله‌های  $2\text{kg}$  و  $5\text{kg}$  در فاصله  $\sqrt{6.67}$  متری از هم‌دیگر قرار دارند، قوه جاذبه‌یی میان آن‌ها را حساب کنید.
- 13 - در شکل‌های زیر قوه عمودی تکیه‌گاه را حساب کنید ( $g = 10\text{m/s}^2$  فرض شود).



- 14 - مطابق شکل، جسمی را به طنابی بسته و آن را در استقامت عمودی نگه‌داشته ایم:
  - (a) اگر دستگاه با شتاب  $\frac{2m}{s^2}$  به طرف بالا حرکت کند. قوه کشش طناب را حساب کنید.
  - (b) اگر دستگاه با شتاب  $\frac{2m}{s^2}$  به طرف پایین حرکت کند. قوه کشش طناب چند نیوتن خواهد بود؟





c) اگر دست‌گاہ با سرعت ثابت حرکت کند، قوهٔ کشش طناب چقدر خواهد بود؟  
 15 - انواع قوه‌های اصطکاک را نام برده و توضیح دهید که این قوه‌ها چه وقت پدیدار می‌شوند؟

16 - جسمی با کتلهٔ 20 کیلو گرام را روی سطح افقی با ضریب اصطکاک ستاتیکی  $\mu_s = 0.5$  قرار داده و آن را با قوهٔ افقی 25 نیوتن کش می‌کنیم ولی قادر به تکان دادن آن نیستیم. قوهٔ اصطکاک بر حسب نیوتن چه اندازه خواهد بود؟

17 - جسمی به انجام فیزی درون یک لفت آویزان است، کتلهٔ جسم 5kg و ثابت فنر  $1000 \text{ N/m}$  می‌باشد.

تغییر طول فنر را در حالت‌های ذیل حساب کنید:

a- لفت با شتاب  $3 \text{ m/s}^2$  به طرف بالا شروع به حرکت می‌کند.

b- لفت با شتاب  $3 \text{ m/s}^2$  به طرف پایین شروع به حرکت می‌کند.

c- لفت با سرعت ثابت حرکت می‌کند.

18 - می‌خواهیم به جسمی که کتلهٔ آن 10kg است شتاب  $3 \text{ m/s}^2$  بدهیم. مقدار قوه‌یی را که باید به آن وارد کنیم در حالت‌های ذیل حساب کنید.

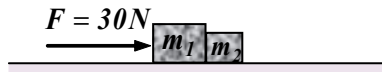
a- جسم روی سطح افقی بدون اصطکاک حرکت می‌کند.

b- جسم روی سطح افقی با ضریب اصطکاک حرکتی 0.1 در حرکت می‌باشد.

c- جسم در راستای قائم به طرف بالا در حرکت می‌باشد.

d- جسم در راستای قائم به طرف پایین در حرکت می‌باشد.

19 - دو جسم  $m_1$  و  $m_2$  بر روی سطح افقی صاف و همواری قرار دارند. مقدار کتلهٔ  $m_1$  برابر به 10kg و کتلهٔ  $m_2$  برابر به 5kg است. قوهٔ افقی  $\vec{F}$  که اندازه اش 30N است، مطابق شکل به  $m_1$  وارد می‌شود و آن‌ها را به حرکت شتابی در می‌آورد. تعیین کنید که چه قوه‌ای از  $m_2$  به  $m_1$  وارد می‌شود؟ شتاب مشترک کتله‌ها را حساب کنید.

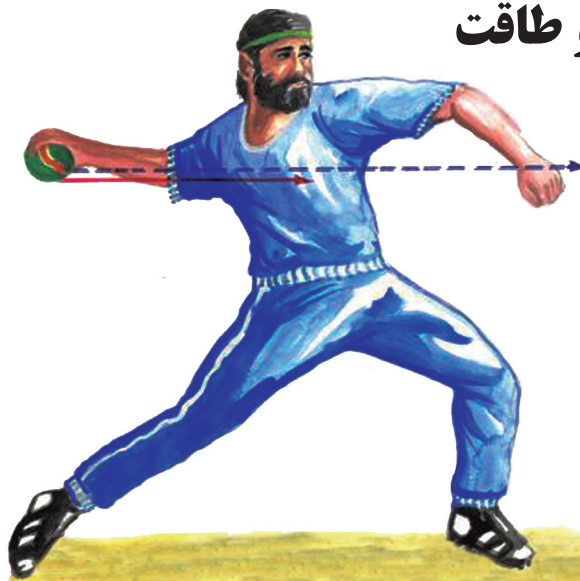


20 - کتلهٔ کرهٔ زمین کم و بیش  $6 \times 10^{24} \text{ kg}$  و کتلهٔ کرهٔ ماه نزدیک به  $7.4 \times 10^{22} \text{ kg}$  و فاصلهٔ مرکز کرهٔ زمین از مرکز کرهٔ ماه کمابیش  $4 \times 10^5 \text{ km}$  است:

a- قوهٔ جاذبه‌یی را که زمین بر ماه وارد می‌کند، محاسبه کنید و بگویید که این قوه چه شتابی به ماه می‌دهد؟

b- قوهٔ جاذبهٔ ماه بر زمین چه اندازه است؟ این قوه به زمین چه مقدار شتاب می‌دهد؟

## کار، انرژی میخانیکی و طاقت



ورزشکار با تطبیق یک قوه بالای توپ بیسبال، آن را با سرعت بلند آماده شتاب گرفتن می‌سازد. او با تطبیق قوه‌یی که می‌تواند توپ را ممکن است به فاصله چندین متر تغییر موقعیت دهد، کاری را انجام خواهد داد که مجموع آن مساوی با انرژی حرکتی ( $\frac{1}{2}mv^2$ ) که برای سرعت دادن توپ لازم است، خواهد بود. همین نتیجه به دست آمده را قانون (کار-انرژی) می‌گویند.

تاکنون ما حرکت انتقالی یک جسم را از لحاظ سه قانون حرکت نیوتن مطالعه نمودیم. برحسب قوانین بالا، قوه نقش مرکزی را به حیث کمیت تعیین کننده حرکت بازی می‌کرد. در این فصل و فصل بعدی ما با تحلیل‌های مختلفی از حرکت انتقالی اجسام از لحاظ کمیت‌های انرژی و مومنتم بحث خواهیم کرد.

اهمیت اساسی انرژی و مومنتم در خاصیت تحفظ آنها است، یعنی آنها در حالات عمومی ثابت باقی می‌مانند. وجود مقادیر تحفظی نه تنها قدرت دید عمیق بر طبیعت جهان را به ما می‌دهد، بلکه طریقه دیگر رسیدن به حل مسایل عملی را به ما نشان می‌دهد. قوانین تحفظ انرژی و مومنتم به خصوص هنگام مطالعه سیستم‌های مختلف اجسام که با قوه‌های مختلف سروکار داشته و حل مسایل مربوط به آنها دشوار و یا ناممکن به نظر می‌رسد بسیار با اهمیت است. این قوانین در ساحة وسیع پدیده‌ها و حوادث به شمول پدیده‌های جهان اتوم و ذرات هسته‌یی که دیگر قوانین نیوتن در آنها عملی نیست، قابل تطبیق می‌باشد. در این فصل شما درباره دو مفهوم بسیار مهم کار و انواع مختلف انرژی که با میخانیک سروکار دارند، معلومات حاصل خواهید کرد. این دو کمیت سکالری هستند و چون دارای جهت نیستند، مطالعه آنها نسبت به مقادیر وکتوری آسان‌تر است. انرژی حرکتی که با حرکت سروکار دارد و انرژی ذخیره‌یی که به موقعیت یک جسم ارتباط دارد، دو شکل انرژی هستند که در این فصل آنها را مطالعه خواهید کرد. کار، انرژی و طاقت با هم دیگر در ارتباط اند، انواع ماشین‌ها که در زنده‌گی روزمره با آنها سروکار داریم، بیشتر توسط اندازه کاری که توسط شان انجام شده می‌تواند و یا طاقتی که تولید می‌کنند، تشریح شده می‌توانند، که در پایان این فصل درباره مفاهیم ذکر شده معلومات و آشنایی لازم حاصل خواهید کرد.

## کاری که توسط قوه ثابت اجرا می شود

مفهوم کار چیست؟ کاری که توسط قوه ثابت اجرا می شود چگونه است؟ چگونه می توان کار را از نگاه فزیک بررسی کرد؟  
در فزیک صنف هفت تا اندازه یی با مفهوم کار آشنا شدید. برای یاد آوری از آن چه که در گذشته مطالعه کردید. فعالیت زیر را انجام دهید.

### فعالیت

تعدادی از کارهایی را که در محیط و اطراف خود مشاهده می کنید و یا به آن ها مواجه می شوید، یاد داشت کرده و به صنف گزارش دهید .  
در انجام دادن این کارها چه خصوصیات و عنصرهای مشترکی وجود دارد؟ این پرسش را در گروه های مختلف به بحث بگذارید و سپس به صنف گزارش دهید.

با توجه به فعالیتی که در بالا ذکر شد . در کارهایی که انجام می شوند دو عنصر مشترک وجود دارد.

- 1 - به اجسام قوه وارد می شود .
- 2 - بر اثر اعمال قوه به اجسام، آن ها تغییر حالت و موقعیت می کنند.

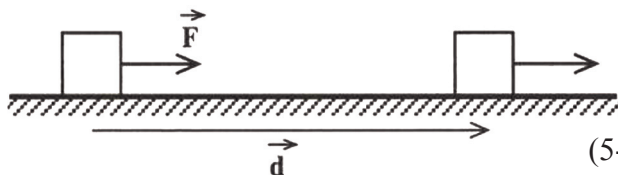


شکل (5-1)

همان طور که در شکل (5-1) می بینید، شخصی به جسم قوه وارد می کند و در نتیجه باعث تغییر مکان جسم می شود. با توجه به آن چه که گفته شد، می توان گفت که (حاصل ضرب مرکب قوه به جهت تغییر مکان جسم و فاصله طی شده توسط آن عبارت از کار قوه عامل بالای جسم متحرک می باشد).

یعنی اگر مطابق شکل (5-2)، به جسم قوه یی به اندازه  $F$  وارد شود و آن را به اندازه  $d$  بی جا کند، طبق تعریف، کار قوه ثابت  $F$ ،

عبارت است از،  $W_f = F \cdot d \dots \dots (1)$



شکل (5-2)

واحد اندازه‌گیری کار در سیستم SI عبارت از  $N \cdot m$  می‌باشد که «ژول» نامیده می‌شود و با علامه J نمایش داده می‌شود، یعنی:

$$1N \cdot m = 1J \dots\dots\dots (2)$$

در سیستم CGS، واحد اندازه‌گیری کار عبارت از ارگ است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$1erg = 1dyne \cdot 1cm \dots\dots\dots (3)$$

و در سیستم انگلیسی کار، توسط فت پوند ( $foot - pound$ ) اندازه‌گیری می‌گردد، که چنین تعریف می‌شود:

$$1J = 10^7 erg = 0.7376 Lb \cdot ft \dots\dots\dots (4)$$



**سؤال 1:** رابطه (4) را در گروه‌های مختلف به کمک اعضای گروه در صنف به

اثبات برسانید.

کار، عبارت از یک کمیت سکالری است. به طور مثال اگر در شکل (2-5)، کار را با چند تغییر موقعیت پشت سر هم (متوالی) انجام دهیم، کار کل را می‌توان از جمع جبری کارهای انجام شده در هر کدام از تغییر موقعیت‌ها به‌دست آورد.

**مثال:** شخصی قوه افقی  $70N$  را بر جسمی وارد آورده و آن را به اندازه  $10m$  بی‌جا می‌کند، مقدار کار شخص را دریابید.

**حل:** بر طبق رابطه (1) داریم که:

$$w = F \cdot d$$

$$w = (70N)(10m) = 700J$$

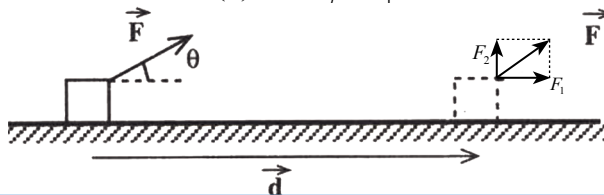


**سؤال 2:** اگر شخصی قوه‌یی برابر با  $30N$  را به جسمی وارد کند. و آن را به‌اندازه

$0.5m$  بالا ببرد، شخص مذکور چه مقدار کار انجام می‌دهد؟

با توجه به شکل (ج، 1-5)، اگر بین قوه وارده  $F$  و تغییر موقعیت  $d$ ، زاویه  $\theta$  وجود داشته باشد. کار را چگونه می‌توان تعریف کرد؟ برای این منظور به صورت زیر عمل می‌کنیم. فرض کنید که قوه وارده به جسم مطابق شکل (3-5) با وکتور تغییر موقعیت، زاویه  $\theta$  را می‌سازد. در این حالت کار قوه ثابت  $F$  به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$w_f = F \cdot d \cos\theta \dots\dots\dots (5) \text{ یا } w_f = F_1 \times d = F \cos\theta \cdot d$$



شکل (3-5)

**نوت:** اگر در رابطه (5)،  $\theta = 0^\circ$  شود، در نتیجه، رابطه (1) به دست خواهد آمد.  
**مثال:** قوه  $10N$  را تحت زاویه  $60^\circ$  به جسمی وارد می‌کنیم، کار قوه  $F$  را در فاصله  $6$  متری تغییر مکان حساب کنید:

**حل:** بر طبق رابطه (5) داریم که:

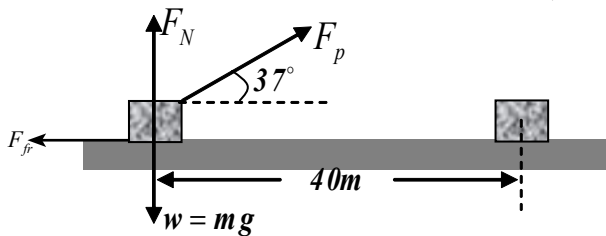
$$W_f = F \cdot d \cos \theta$$

$$W_f = (10N) (6m) \cos 60^\circ = 10 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} = \frac{60}{2} = 30 J$$

قوه می‌تواند بر جسمی عمل نماید، ولی هیچ کاری انجام نشود. به طور مثال، شما بکس مکتب تان را در دست خود می‌گیرید و حرکت نمی‌کنید، در این حالت شما کاری انجام نمی‌دهید. چرا؟

**مثال:** شخصی با قوه ثابت  $F_p = 100N$ ، جسم  $50kg$  را به اندازه  $40m$  بی‌جا می‌نماید. اگر زاویه وکتور قوه و وکتور تغییر موقعیت  $37^\circ$  و قوه اصطکاک  $50N$  باشد.  
 (a) کار هر کدام از قوه‌هایی را که بالای جسم عمل می‌کنند، به دست آورید.  
 (b) مجموع کار انجام شده بالای جسم را حساب کنید.

**حل:** با توجه به شکل داریم که:



شکل (5-4)

(a) کار انجام شده توسط قوه‌های  $F_N$  و  $W$ ، مساوی به صفر است، زیرا:

$$W_g = m \cdot g \cdot d \cos 90^\circ = mgd \times 0 = 0$$

$$W_N = F_N \cdot d \cdot \cos 90^\circ = F_N d \times 0 = 0$$

کاری که توسط قوه  $F_p$  اجرا می‌شود، مساوی است با:

$$W_p = F_p d \cos \theta = (100N) (40m) \cos 37^\circ = 3200 J$$

$$= 100N \times 40m \times 0.8 = 3200 J$$

کاری که توسط قوه اصطکاک انجام می‌شود:

$$W_{fr} = F_{fr} \cdot d \cos 180^\circ = (50N) (40m) (-1) = -2000 J$$

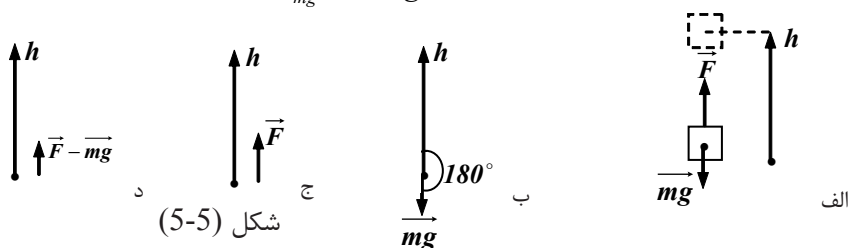
(b) مجموع کار انجام شده ( $W_{net}$ ) عبارت است از:

$$W_{net} = 0 + 0 + 3200 J - 2000 J = 1200 J$$

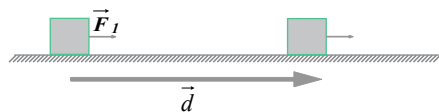
**مثال:** جسمی با کتله  $m$  را مطابق شکل (5-5) به اندازه  $h$  بالا می‌بریم، کار قوه وزن را دریابید؟  
**حل:** در این حالت زاویه بین وزن و وکتور تغییر موقعیت  $180^\circ$  است.

در نتیجه:  $W_{mg} = m \cdot g \cdot h \cdot \cos 180^\circ = mgh (-1)$

$\Rightarrow W_{mg} = -mgh$



**تمرین:** در شکل، قوه ثابت  $F$  در امتداد افق به جسمی با کتله  $m$  وارد می‌شود و آن را در روی سطحی با ضریب اصطکاک حرکتی  $\mu_k$  بی‌جا می‌سازد. مطلوب است:  
 (a) کار قوه  $F$  (b) کار قوه اصطکاک (c) کار قوه عکس العمل  
 (d) کار قوه وزن (e) کار محصله قوه‌ها



## 5-2: کار و انرژی حرکتی

از معلومات گذشته می‌دانیم که انرژی حرکتی جسمی را با کتله  $m$  و سرعت  $v$  توسط رابطه  $K_E = \frac{1}{2}mv^2$  نشان داده می‌شود.

هنگامی که توپی را در ابتدا عموداً به هوا پرتاب می‌کنیم، سرعت توپ به تدریج کاهش می‌یابد. این بدین معنا می‌باشد که انرژی حرکتی توپ در اثنای بالا رفتن کاهش می‌یابد. برعکس اگر توپ را از حالت سکون از یک بلندی رها کنیم، در نتیجه، انرژی حرکتی توپ در اثنای پایین آمدن افزایش می‌یابد.

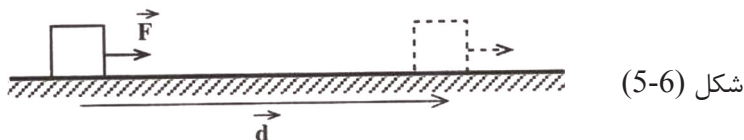
ما در زنده‌گی روزانه، شاهد تغییر انرژی اجسام در محیط اطراف خود هستیم، انرژی حرکتی موتوری که برک کرده است، کاهش می‌یابد و ...



### فعالیت

مثال‌های دیگری را که در مورد تغییر انرژی حرکتی اجسام در اطراف خود می‌بینید، یادداشت کرده و به صنف گزارش دهید.

برای بررسی بهتر را بطنه بين كار و انرژي حركي، جسمي با كتله  $m$  را مطابق شكل (5-6) در نظر بگيريد كه محصله قوه‌هاي وارد بر آن ثابت و برابر با  $\vec{F}$  است و جسم تحت تاثير اين قوه به اندازه  $d$  بر روي يك سطح افقي تغيير مكان مي‌كند.



همان طور كه مي‌دانيم كار قوه  $F$  با رابطه زير حساب مي‌شود:  $W = F \cdot d$   
 از طرف ديگر با استفاده از قانون دوم نيوتن مي‌توانيم بنوسيم كه:  $F = m \cdot a$   
 در اثر اعمال قوه  $F$ ، سرعت جسم از مقدار  $v_1$  در نقطه (1) به مقدار  $v_2$  در نقطه (2) تغيير مي‌كند، و چنانكه از گذشته مي‌دانيم: (1)  $v_2^2 - v_1^2 = 2ad$  . . .

$$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2d} \quad \text{ويا}$$

با قرار دادن اين رابطه در رابطه  $w = F \cdot d$  داريم كه:

$$W = F \cdot d = m \cdot a \cdot d = m \left( \frac{v_2^2 - v_1^2}{2d} \right) d = m \left( \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} \right)$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \quad \dots \dots (2)$$

حد اول طرف راست اين رابطه، انرژي حركي جسم در نقطه (2)، و حد دوم آن، انرژي حركي جسم در نقطه (1) مي‌باشد.

در نتيجه اگر دو انرژي حركي را به ترتيب با  $k_1$  و  $k_2$  نشان دهيم، رابطه زير به دست مي‌آيد.

$$W = \Delta k \quad \dots \dots (3) \quad \text{ويا} \quad W = k_2 - k_1$$

رابطه (3) قضيه كار و انرژي ناميده مي‌شود و بر طبق اين قضيه، «كار محصله قوه‌هاي وارد شده بريك جسم در يك تغيير مكان، برابر است با تغيير انرژي حركي جسم در آن تغيير مكان» به اساس اين قضيه اگر كار محصله قوه‌ها ثابت باشد،  $k_2 < k_1$  است و انرژي حركي کاهش مي‌يابد و همين طور اگر كار محصله قوه‌ها صفر باشد،  $k_2 = k_1$  است و انرژي حركي جسم تغيير نمي‌كند.



### سؤال: مفهومی: در انرژی حرکتی اجسام

- (a) اگر کتله جسم دو برابر باشد، انرژی حرکتی به چه مقدار تغییر خواهد کرد؟  
 (b) اگر سرعت جسم دو برابر شود، انرژی حرکتی جسم به چه مقدار تغییر خواهد کرد؟ (در صنف بحث کنید).

**مثال:** جسمی با کتله  $1\text{kg}$  را از ارتفاع  $10\text{m}$  رها می‌کنیم. با استفاده از قضیه کار و انرژی هنگامی که جسم به زمین می‌رسد، انرژی حرکتی آن چقدر است؟ تعیین می‌نماییم.  
 ( $g = 10\text{ m/s}^2$  فرض شود).

**حل:** در این مثال تنها قوه داده شده به جسم، قوه وزن است و کار این قوه برابر است با:

$$W = F \cdot d \cdot \cos\theta = m \cdot g \cdot h \cos 0^\circ = (1\text{kg})(10\text{ m/s}^2)(10\text{m})(1) = 100\text{ J}$$

چون انرژی حرکتی اولیه جسم صفر است، پس می‌توانیم بنویسیم:

$$W = k_2 - k_1 \quad 100 = k_2 - 0 \Rightarrow k_2 = 100\text{ J}$$

**مثال:** موتوری با کتله  $1500\text{kg}$  با سرعت  $72\text{ km/h}$  در حرکت است. اگر درایور برک بگیرد، موتور پس از طی مسافتی ایستاد می‌شود. کار قوه اصطکاک و یا کار قوه برک بالای موتور را به دست آورید؟

**حل:** سرعت موتور قبل از برک کردن برابر است با:  $V_1 = \frac{72 \cdot 1000}{3600} = 20\text{ m/s}$

و انرژی حرکتی آن قبل از برک کردن مساوی است با:

$$k_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} (1500\text{kg})(20\text{ m/s})^2 = 300.000\text{ J}$$

چون موتور بعد از برک کردن متوقف می‌شود،  $k_2 = 0$  است. از طرف دیگر قوه اصطکاک، قوه عمودی تکیه‌گاه و قوه وزن، قوه‌هایی هستند که بر جسم اثر می‌کنند و در نتیجه:

$$W_{net} = W_f + W_N + W_{mg}$$

ولی کار قوه عمودی تکیه‌گاه و قوه وزن برابر به صفر است (چرا؟). در نتیجه:

$$W_{net} = W_f = k_2 - k_1 = 0 - 300.000 = -300.000\text{ J}$$

**تمرین 1:** موتوری با کتله  $1$  تن با سرعت  $36\text{ km/h}$  در حرکت است. درایور موترونگهان برک می‌کند. اگر ضریب اصطکاک حرکتی بین جاده و تایرهای موتور  $0.5$  باشد. موتور پس از طی چه مسافتی متوقف می‌شود؟ ( $g = 10\text{ m/s}^2$  فرض شود).

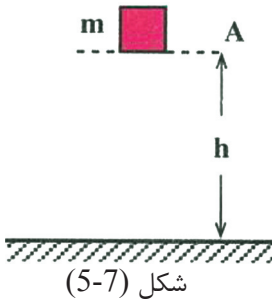
**تمرین 2:** جسمی را از ارتفاع  $h$  رها می‌کنیم. با استفاده از قضیه کار و انرژی سرعت آن را در ارتفاع  $\frac{3}{4}h$  به دست آورید. (از مقاومت هوا صرف نظر کنید).

**تمرین 3:** چه مقدار کار لازم است تا سرعت موتوری با کتله  $1000\text{kg}$  از  $20\text{ m/s}$  به  $30\text{ m/s}$  برسد؟



## کار و انرژی پتانسیل

در درس گذشته در مورد کار و انرژی حرکتی موضوعاتی را آموختیم و رابطه بین کار و انرژی حرکتی را به دست آوردیم. حال به بررسی این پرسش می‌پردازیم که رابطه بین کار و انرژی پتانسیل چگونه است؟ همان طور که می‌دانیم انرژی پتانسیل جاذبه‌یی آن انرژی است که جسم به علت ارتفاعش از سطح زمین دارد. یعنی اگر جسم مطابق شکل (5-7) در ارتفاع  $h$  از سطح زمین قرار داشته باشد، دارای انرژی پتانسیل جاذبه‌یی است. برای بالا بردن جسم از سطح زمین تا ارتفاع  $h$  باید کار انجام دهیم. چون با انجام این کار، جسم انرژی پتانسیل جاذبه‌یی را کسب کرده است، پس گفته می‌توانیم که کار انجام شده به صورت انرژی پتانسیل در جسم ذخیره می‌شود.



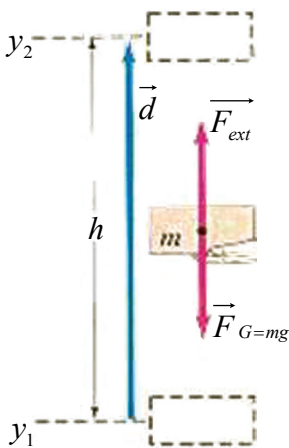
در این درس این انرژی را به صورت کمی تعریف کرده و رابطه آن را با کار به دست خواهیم آورد. با توجه به شکل (5-7)، کاری که توسط قوه  $F$  انجام می‌شود تا کتله  $m$  را به بلندی  $h$  بالا ببرد، عبارت است از:

$$W_p = F \cdot d \cos\theta = m \cdot g \cdot h \cos 0^\circ = mg(h_2 - h_1)$$

در نتیجه می‌توان نوشت که:  $W_p = mgh_2 - mgh_1 = \Delta p$

یعنی کاری که توسط قوه  $F$  برای بالا بردن کتله  $m$  از ارتفاع  $h_1$  به ارتفاع  $h_2$  مصرف می‌شود عبارت از تفاضل انرژی پتانسیل در آن می‌باشد، یعنی:  $u = W_p = \Delta p$

با توجه به نکات فوق انرژی پتانسیل جاذبه‌یی را می‌توان به صورت ذیل تعریف کرد: «انرژی پتانسیل جاذبه‌یی یک جسم در یک نقطه نسبت به زمین برابر است با کاری که انجام می‌دهیم تا جسم را با سرعت ثابت از سطح زمین تا نقطه یاد شده منتقل کنیم.»



در گروه‌های مختلف صنفی، با توجه به شکل (5-8)، کار قوه جاذبه را به دست آورید. و نتیجه را به صف گزارش دهید.



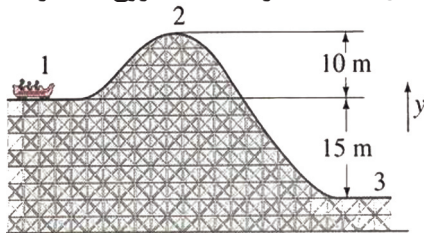
## فعالیت

در گروه‌های مختلف صنفی جدول زیر را برای بلندی‌های یادشده تکمیل کنید، و نتیجه را به صنف گزارش دهید:

بلندی	انرژی حرکتی	انرژی پتانسیل	مجموع انرژی های حرکتی و پتانسیل
$h$			
$\frac{1}{2} \times h$			
$\frac{1}{4} \times h$			
0			

**نوت:** لازم به تذکر است که اگر شرط با سرعت ثابت در تعریف انرژی پتانسیل ذکر نمی‌شود، و مثلاً سرعت جسم افزایش می‌یافت، مقداری از کار صرف افزایش انرژی حرکتی جسم می‌گردید.

**تمرین:** شکل 9-5 نشان می‌دهد که متحرکی با کتله  $1000\text{kg}$  از نقطه 1 شروع به حرکت می‌کند و از نقاط 2 و 3 می‌گذرد.



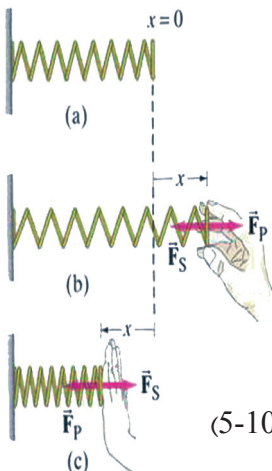
- (a) انرژی پتانسیل جاذبه‌یی را در نقطه‌های 1 و 2 به دست آورید.  
 (b) تفاوت انرژی پتانسیل بین نقطه‌های 2 و 3 را حساب کنید.

شکل (9-5)

## 5-3: کاری که به وسیله فنر بالای کتله انجام می‌شود

چگونه می‌توان کاری را که توسط یک فنر بالای کتله ای انجام می‌شود اندازه‌گیری کرد؟

برای بررسی این موضوع فنری را مانند شکل زیر در نظر بگیرید. اگر فنر مذکور را توسط قوه عضلاتی به اندازه  $d_x$  کش نماییم، در این صورت قوه عضلاتی، کار  $(dW = F \cdot d_x)$  را انجام می‌دهد. اگر توسط دست خویش بالای فنر قوه  $F$  را وارد نماییم و فنر را به اندازه  $X$  کش یا فشرده سازیم، مقدار این قوه با مقدار فاصله فنر را بطه یک راست دارد. بنابراین:



شکل (10-5)

$$F_p \propto X \Rightarrow F_p = KX \dots\dots(1)$$

در این رابطه،  $k$  ضریب ثابت فنر است. فنر کش شده و یا فشرده شده نیز قوه‌یی بر خلاف جهت قوه  $F_p$  بالای دست وارد می‌سازد. چرا؟ (توضیح دهید).

پس می‌توان نوشت که: (2)  $F_s = -kx$ . . . . (قوه ارتجاعی فنر)

علامه منفی در این رابطه نشان می‌دهد که  $F_s$  خلاف جهت  $x$  عمل می‌نماید و دو قوه  $F_p$  و  $F_s$  در خلاف جهت یکدیگر اند. همان‌طور که می‌دانیم، را بطة (2) قانون هوک را ارایه می‌دارد. و در نتیجه می‌توان نوشت: (3)  $F_p = -F_s$  . . . .

کاری که توسط قوه  $F_p$  انجام می‌گردد عبارت است از:  $dw = -F_p \cdot dx$

با استفاده از رابطه (2)،  $-F_p = kx$  داریم که:  $\Rightarrow dw = kx \cdot dx$

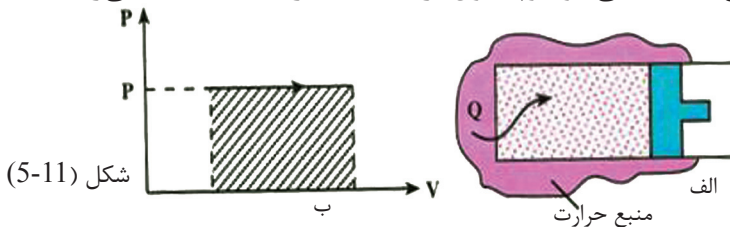
چون  $F_p$  از موقعیت تعادل  $x_1 = 0$  تا هر موقعیت بعدی  $x$  تحول خطی دارد، بنابراین قوه متوسط  $\bar{F}$  عبارت از،  $(\bar{F} = \frac{1}{2}(0 + kx) = \frac{1}{2}kx)$  و کار مجموعی انجام شده  $(W = \bar{F}x = \frac{1}{2}kx \times x = \frac{1}{2}kx^2)$  می‌باشد، که این کار را به نام انرژی پوتانشیل فنر نیز یاد می‌کنند.

**مثال:** ضریب ثابت فنری  $405 \text{ N/m}$  است. مقدار کار فنر را به اندازه  $3 \text{ cm}$  که تغییر طول دهد، دریابید؟

**حل:**  $w = \frac{1}{2} (405 \text{ N/m}) (0.03 \text{ m})^2 = 0.182 \text{ J}$

### کاری که به وسیله گاز با فشار ثابت بالای پستون اجرا می‌شود

برای بررسی کاری که به وسیله گاز بالای پستون اجرا می‌شود، گازی را مطابق شکل (الف، 11-5) در داخل پستونی که بایک منبع حرارت در تماس است در نظر بگیرید. گاز ابتدا در فشار  $P$  و حجم  $v_1$  در حالت تعادل قرار دارد. (فرض کنید اصطکاک بین پستون و استوانه قابل نظر باشد) در این صورت، فشار گاز با فشار محیط برابر است. چرا؟ به علت اختلاف حرارت بین منبع و سیستم، مقدار کمی از حرارت به گاز منتقل می‌شود که در نتیجه، گاز کمی منبسط می‌شود و پستون، را به سمت راست به عقب می‌راند.



شکل (11-5)

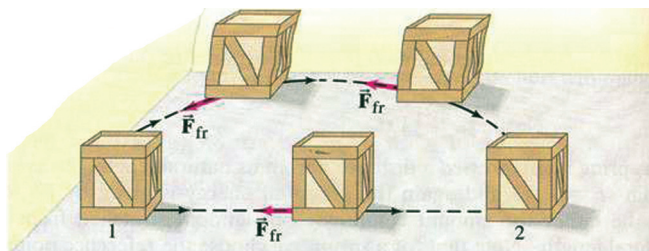
اگر حرارت دادن به گاز را به همین ترتیب به صورت آهسته ادامه دهیم، گاز به کندی منبسط می‌شود و پستون بسیار آهسته به طرف راست حرکت می‌کند. در این حالت، شتاب حرکت پستون بسیار کوچک خواهد بود. در نتیجه، قوه‌یی که گاز به پستون وارد می‌کند باید با قوه‌یی که محیط به پستون وارد می‌کند، برابر باشد. بنابر این، می‌توان گفت که در اثنای حرارت دادن، همواره فشار گاز با فشار محیط برابر است، یعنی در اثنای این عمل، فشار گاز ثابت باقی می‌ماند. گراف فشار-حجم ( $p-v$ ) در این عملیه در شکل (ب، 11-5) نشان داده شده است. در این عمل، هم حرارت و هم کار مبادله می‌شوند. در ابتدا کار را محاسبه می‌کنیم. اگر فشار گاز  $P$  باشد، گاز در اثنای عملیه، قوه  $F = P \cdot A$  را به پستون وارد می‌کند که در آن  $A$  عبارت از مساحت پستون است. اگر تغییر مکان پستون برابر با  $d$  باشد، کار  $W$  که سیستم بر روی محیط انجام می‌دهد از رابطه  $W = F \cdot d = (P \cdot A)d$  به دست می‌آید:

ولی  $Ad$  عبارت از تغییر حجم استوانه است که برابر است با  $\Delta V = V_2 - V_1$  در نتیجه:  $W = P\Delta V$ .....(4)

رابطه (4) اخیر عبارت از کاری است که پستون بر روی محیط انجام می‌دهد.

#### 5-4: قوه‌های تحفظی و غیر تحفظی

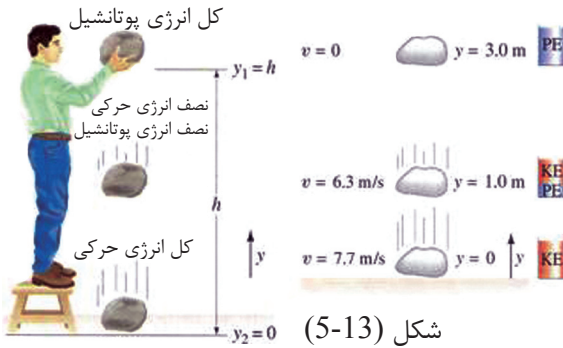
قوه‌های تحفظی و غیر تحفظی چگونه قوه‌هایی هستند؟ چه تفاوتی میان این دو قوه وجود دارد؟ همان‌طور که می‌دانیم اگر بخواهیم جسمی را از ارتفاع  $h_1$  به بلندی  $h_2$  بالا ببریم باید انرژی مصرف کنیم و کار انجام دهیم. در این حالت کار انجام داده شده به مسیر راه بسته‌گی ندارد؛ بلکه تنها به نقطه آغاز و انجام بسته‌گی دارد. به چنین قوه‌هایی، قوه‌های تحفظی گویند. قوه جاذبه زمین نمونه خوبی از قوه‌های تحفظی می‌باشد. در صورتی که کار انجام شده توسط قوه  $F$ ، به مسیر راه بسته‌گی داشته باشد، در این صورت به این نوع قوه‌ها، قوه‌های غیر تحفظی می‌گویند. نمونه خوبی از این قوه‌ها، عبارت از قوه اصطکاک می‌باشد. همان‌طور که در شکل (12-5) می‌بینید، زمانی که جسم از یک نقطه به نقطه دیگر حرکت داده می‌شود. کاری که انجام شود بسته‌گی به مسیر پیموده شده توسط جسم دارد. چنانکه در شکل دیده می‌شود، جسم از موقعیت 1 تا موقعیت 2 از طریق دو مسیر حرکت کرده می‌تواند. (1) مسیر مستقیم (2) مسیر منحنی.



اگر جسم از موقعیت 1 تا موقعیت 2 از مسیری منحنی حرکت کند، کار قوه اصطکاک بیشتر از کار قوه اصطکاکی است که همان جسم از مسیر مستقیم حرکت می‌کند.

شکل (12-5)

## 5-5: تحفظ انرژی میخانیکی



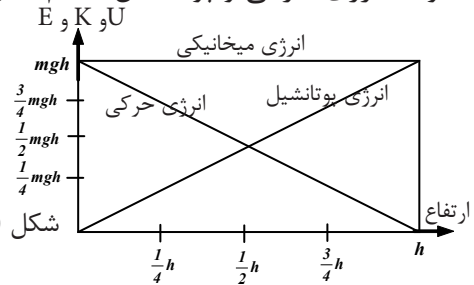
شکل (5-13)

تحفظ انرژی میخانیکی چیست؟ هنگامی که جسمی را با کتله  $m$  از ارتفاع  $h$  رها کنیم، انرژی پوتانشیل و انرژی حرکتی جسم تغییر خواهند کرد؟ چرا؟ چه رابطه‌ی بین انرژی حرکتی و پوتانشیل وجود دارد؟ در صورتی که تنها قوه‌های تحفظی بالای جسم عمل کند، ما به یک نتیجه بسیار ساده و زیبا می‌رسیم.

برای توضیح این نتیجه و پاسخ به پرسش‌های بالا جسمی را که دارای کتله  $m$  است در نظر بگیرید که به فاصله  $y$  از سطح زمین رها شده است (شکل روبرو). دیده می‌شود که در نتیجه سقوط، انرژی حرکتی و پوتانشیل جسم طبق گراف شکل زیر تغییر می‌کند.

همان‌طور که دیده می‌شود، در حین سقوط، انرژی پوتانشیل جسم کاهش و انرژی حرکتی آن افزایش می‌یابد. ولی مجموع این دو انرژی در حین حرکت در هر لحظه ثابت باقی می‌ماند.

شکل (5-14)



با دانستن مفاهیم بالا، حال به بررسی کمیت جدیدی به نام انرژی میخانیکی ( $E$ ) می‌پردازیم که عبارت از مجموع انرژی حرکتی و پوتانشیل می‌باشد، و همان‌طور که در مثال بالا دیدید، مقدار این کمیت در سقوط آزاد جسم همیشه ثابت باقی می‌ماند، یعنی با زیاد شدن انرژی پوتانشیل مقدار انرژی حرکتی کم می‌شود و برعکس،  $K_E + P_E = const = M_E$ ، هر چند تحفظ انرژی میخانیکی در مورد مثال بالا نشان داده شده است، ولی می‌توان نشان داد که با قوه‌هایی مانند کشش فنر، قوه برقی و ... نیز انرژی میخانیکی ثابت باقی می‌ماند. از معادله فوق نتیجه می‌شود که در یک سیستمی که قوه‌های خارجی بالای آن عمل ننماید، مجموع انرژی پوتانشیل و حرکتی ثابت می‌باشند که این قانون به نام قانون تحفظ انرژی میخانیکی یاد می‌گردد.

**مثال:** جسمی با کتله  $0.5\text{kg}$  را از ارتفاع  $2\text{m}$  با سرعت  $10\text{m/s}$  به بالا پرتاب می‌کنیم. بالا رفتن جسم را در حد اکثر دریابید. ( $g = 10\text{m/s}^2$  فرض می‌شود و از مقاومت هم صرف نظر شود)

**حل:** انرژی حرکتی جسم در نقطه پرتاب برابر است با:  $K_1 = \frac{1}{2} m V_1^2 = \frac{1}{2} (0.5) (10)^2 = 25 J$   
 و انرژی پوتانشیل آن در همین نقطه برابر است با:  $P_{E_1} = u_1 = mgh_1 = 0.5 \times 10 \times 2 = 10 J$   
 همان انرژی حرکتی جسم در بالاترین نقطه،  $K_2 = 0$  است و انرژی پوتانشیل جاذبه‌یی آن در این نقطه برابر است با:  $P_{E_2} = u_2 = mgh_2 = 0.5 \times 10 \times h_2 = 5h_2$   
 براساس تحفظ انرژی می‌توان نوشت که:

$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$10 + 25 = 5h_2 + 0$$

$$\Rightarrow 35 = 5h_2 \Leftrightarrow h_2 = 7m$$

## کار انجام شده توسط قوه‌های غیر تحفظی

در دوس قبلی با قوه‌های تحفظی و غیر تحفظی آشنا شدید و همچنین با کار انجام شده توسط قوه‌های تحفظی نیز آشنایی حاصل کردید. اما آیا تا به حال از خود پرسیده اید که کار قوه‌های غیر تحفظی چگونه است؟ آیا کاری که توسط قوه‌های تحفظی و غیر تحفظی اجرا می‌شوند یکسان هستند؟ چرا؟

**مثال:** با توجه به آموخته‌های قبلی، چند مثال از قوه‌های غیر تحفظی می‌آوریم و در مورد آن بحث می‌کنیم.

**حل:** کار انجام شده توسط قوه‌های غیر تحفظی به مسیر راه بسته‌گی دارد، یک نمونه خوب از این نوع قوه‌ها عبارت از قوه اصطکاک می‌باشد. به طور مثال اگر شما جسمی را که بر روی سطح زمین قرار دارد به صورت‌های مختلف تغییر مکان دهید، (به صورت منحنی، خط مستقیم و یا به حالت منکسر یا زیگزاکی) در هر یک از این تغییر مکان‌ها، کار انجام داده شده توسط قوه اصطکاک از یک‌دیگر فرق می‌کند.



### بحث کنید

در گروه‌های مختلف صنفی در مورد این که چرا انرژی پوتانشیل تنها برای قوه‌های تحفظی تعریف شده می‌تواند؟ بحث کنید و نتیجه را به صنف گزارش دهید.

حال با استفاده از قضیه کار و انرژی ( $W_{net} = \Delta k$ ) به بررسی دقیق‌تر کار انجام داده شده توسط قوه‌های غیر تحفظی می‌پردازیم که در بر دارنده انرژی پوتانشیل نیز می‌باشد. فرض کنید که چندین قوه بالای یک جسم عمل می‌کند و جسم زیر تأثیر این قوه‌ها تغییر مکان می‌کند، و فرض کنید که فقط تعدادی از این قوه‌ها تحفظی و باقی مانده قوه‌های غیر تحفظی می‌باشند. در این حالت، کار مجموعی انجام داده شده توسط این دو نوع قوه را

$$W_{net} = W_c + W_{Nc} \dots \dots \dots (1)$$

می‌توان این‌گونه نوشت:  $W_c$  کاری است که توسط قوه‌های تحفظی، و  $W_{Nc}$  کاری است که توسط قوه‌های غیر تحفظی انجام می‌شود.

حال با استفاده از قضیه کار و انرژی می‌توان نوشت:

$$\rightarrow W_c + W_{Nc} = \Delta k \quad , \quad \Delta k = k_2 - k_1$$

$$\rightarrow W_{Nc} = \Delta k - W_c \dots \dots \dots (2)$$

کاری که توسط قوه‌های تحفظی انجام می‌شود را می‌توان به شکل انرژی پوتانشیل نوشت.

$$W_c = -\Delta u \dots \dots (3) \text{ آموختید:}$$

حال با تعویض  $W_c$  از رابطه (3) در رابطه (2) می‌توان نوشت که:

$$W_{Nc} = \Delta k - (-\Delta u)$$

$$\rightarrow (W_{Nc} = \Delta k + \Delta u) \dots \dots (4)$$

رابطه (4) یک رابطه کلی برای کار انجام شده توسط قوه‌های غیر تحفظی می‌باشد.

## 5-6: توان (طاقة)

توان چیست؟ توان، کار و زمان چه رابطه‌یی با یکدیگر دارند؟

در فیزیک صنف هفت، در باره توان آگاهی‌هایی حاصل نمودید. هم‌چنان در درس‌های گذشته در مورد محاسبه کار انجام شده بحث شد. ولی در مورد زمانی که این کار انجام می‌شود، صحبتی به عمل نیامد. کار می‌تواند کند و یا سریع‌تر انجام شود، یک جسم را می‌توانیم در 10 یا 15 ثانیه به یک ارتفاع معین بالا ببریم. در هر دو مورد کار انجام شده یکسان است، ولی در مورد اول کار سریع‌تر انجام شده است. برای در نظر گرفتن زمان انجام کار، کمیت مناسبی را به نام توان تعریف می‌کنیم. همان‌طور که در فیزیک صنف هفتم نیز خواندید. کار  $W$  که در زمان  $t$  انجام می‌شود، توسط توان  $(P)$  به صورت کار انجام شده در واحد زمان

$$P = \frac{w}{t} \dots \dots (5-18) \text{ یعنی:}$$

واحد اندازه‌گیری توان در سیستم SI، ژول بر ثانیه ( $\frac{J}{s}$ ) است. که به افتخار کارهای علمی جیمز وات، وات ( $W$ ) نامیده می‌شود و هم‌چنان توان  $(P)$  از جنس قوه و سرعت از رابطه زیر نیز

$$P = \frac{w}{t} = \frac{F \cdot d}{t} = F \cdot v \text{ به دست می‌آید:}$$

### فعالیت



در گروه‌های مختلف صنفی جدول رابطه بین کار، زمان، و توان را در زیر خانه پری کنید و نتیجه را به صنف گزارش دهید.

$W(J)$	$t(s)$	$P = \frac{w}{t}$ (watt)
10	2	?
10	1	?
20	$\frac{1}{2}$	?
80	$\frac{1}{4}$	?

**مثال:** کوهنوردی با کتله  $60 \text{ kg}$  در مدت 4 ثانیه از ارتفاع  $4.5 \text{ m}$  را طی می‌کند. توان کوهنورد را به دست آورید. ( $g = 9.8 \frac{m}{s^2}$  فرض شود).



**حل:** ابتدا کار انجام شده توسط کوهنورد را به دست می آوریم:

$$w = m \cdot g \cdot h = (60 \text{ kg}) (9.8 \text{ m/s}^2) (4.5 \text{ m}) = 2646 \text{ J}$$

$$P = \frac{w}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{2646 \text{ J}}{4 \text{ s}} = 661.5 \text{ w}$$

هر وسیله‌ی مانند موتور، جاروب برقی، لفت و غیره که کاری انجام می‌دهد، انرژی مصرف می‌کند. برای استفاده از این وسیله‌ها باید به آن‌ها انرژی داد. این انرژی را انرژی ورودی یا مصرفی می‌نامند. از آنجا که مقداری از این انرژی به علت اصطکاک تلف و یا صرف حرکت دادن اجزای و سیله می‌شود، بنا بر آن کار یا انرژی مفید خروجی وسیله با انرژی ورودی آن برابر نیست. در نتیجه، فقط مقداری از انرژی ورودی قابل استفاده است. این مقدار بیشتر به صورت فیصدی بیان می‌شود و با زده یا مؤثریت نامیده می‌شود.

$$\text{مؤثریت (بازده)} = \frac{\text{کار خروجی}}{\text{کار ورودی}} \times 100$$



## خلاصه فصل پنجم

- حاصل ضرب مرکبه قوه به جهت تغییر مکان و فاصله طی شده توسط آن، کار قوه عامل بالای جسم متحرک نامیده می‌شود و می‌توان به ساده‌گی گفت که: کار عبارت از حاصل

ضرب قوه در فاصله تغییر مکان است، یعنی:  $W = F \cdot d$

- هرگاه قوه تحت یک زاویه معین ( $\theta$ ) به جسم وارد شود و جسم را به اندازه  $d$  بی‌جا نماید، کار انجام شده توسط قوه  $F$  عبارت خواهد بود از:  $w = (F \cos \theta) d = Fd \cos \theta$

- کار انجام شده توسط قوه  $F$ ، منفی خواهد بود، در صورتی که  $\theta > 90^\circ$  باشد.

- در صورتی که بیش از یک قوه بالای جسم عمل نماید، کار مجموعی عبارت از حاصل جمع

هریک از کارها به صورت جداگانه می‌باشد، یعنی:  $W_{total} = W_1 + W_2 + W_3 + \dots$

و یا کار مجموعی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$W_{total} = (F_{total} \cos \theta) d = F_{total} d \cos \theta$$

- واحد اندازه‌گیری کار در سیستم SI، عبارت از ژول (J) است،  $1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$

- کار انجام داده شده توسط فنری که به اندازه  $x$  فشرده و یا کشیده شده است، عبارت است از:

$$W = \frac{1}{2} kx^2$$



- هرگاه کار انجام شده توسط قوه  $F$  به مسیر راه بسته‌گی نداشته، بلکه تنها به نقطه آغاز و انجام بسته‌گی داشته باشد، به چنین قوه‌ها، قوه‌های تحفظی گویند و بر عکس در صورتی که کار انجام شده به مسیر بسته‌گی داشته باشد، به این نوع قوه‌ها، قوه‌های غیر تحفظی می‌گویند.  
- کار مجموعی، عبارت از تفاسل انرژی حرکتی در دو نقطه 1 و 2 است، یعنی:

$$W_{total} = \Delta k = \frac{1}{2} m V_2^2 - \frac{1}{2} m V_1^2$$

**نوت:** انرژی حرکتی همیشه یا مثبت است و یا صفر.  
- قانون تحفظ انرژی بیان می‌نماید که: انرژی می‌تواند از یک حالت به حالت دیگر تبدیل شود، اما انرژی مجموعی همیشه ثابت باقی می‌ماند.

$$K + U = \text{const} = E$$

- کاری که به وسیله گاز بالای پستون اجرامی شود عبارت است از:

$$W = p(V_2 - V_1) = p\Delta V$$

- طاقت، عبارت است از کار انجام داده شده بر مقدار زمان مصرف شده برای انجام آن کار  
یعنی:

$$p = \frac{w}{t}$$

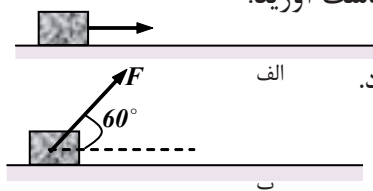
و همچنین طاقت را می‌توان این‌گونه نوشت:  $P = \frac{F \cdot d}{t} = F \cdot V$   
- واحد اندازه‌گیری طاقت در SI عبارت از وات ( $W$ ) است:

$$1 W = 1 \frac{J}{s}$$

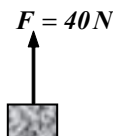
$$746 W = 1 hp$$

## سؤال‌های فصل پنجم

- 1 - کار را تعریف کنید، واحد اندازه‌گیری آن را در سیستم SI نام برده و نوع این کمیت (وکتوری یا اسکالری) را مشخص کنید.
- 2 - به جسمی قوه  $F = 100 \text{ N}$  وارد می‌شود و آن را در جهت افقی به اندازه  $20 \text{ m}$  تغییر مکان می‌دهد. کار انجام شده توسط این قوه را در موارد ذیل به دست آورید:
- (a) قوه به صورت افقی بر جسم وارد شود.
- (b) قوه تحت زاویه  $\theta = 60^\circ$  نسبت به افق، بر جسم وارد شود.

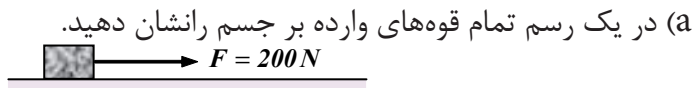


- 3 - به جسمی با کتله  $m = 3 \text{ kg}$ ، قوه  $F$  مطابق شکل ذیل وارد می‌شود و آن را در جهت قائم (عمودی) بالا می‌برد. با صرف نظر از مقاومت هوا:
- (a) شتاب حرکت جسم را به دست آورید.
- (b) کار قوه  $F$  را در بالا بردن جسم به ارتفاع  $10 \text{ m}$  حساب کنید.
- (c) کار قوه وزن  $W$  را در بالا بردن جسم تعیین کنید.
- (d) کار قوه محصله رامشخص کنید.



- 4 - جسمی با کتله  $m$  از سطح زمین به طرف بالا به طور قائم پرتاب می‌شود و تا ارتفاع  $h$  بالا می‌رود. کار قوه وزن را در این ارتفاع (فاصله عمودی) به دست آورید.
- 5 - توضیح دهید که در کدام یک از دو حالت ذیل، کار مساوی به صفر است؟ چرا؟
- (a) اگر شخصی، جسمی را در دست نگهدارد (با آن که شخص خسته می‌شود).
- (b) اگر شخصی، جسمی را بادست نگه داشته و آن را با سرعت ثابت در استقامت افقی تغییر موقعیت دهد.

- 6 - مطابق شکل، به جسمی با کتله  $m = 10 \text{ kg}$ ، قوه افقی  $F = 200 \text{ N}$  وارد می‌شود و جسم را به اندازه  $20 \text{ m}$  در استقامت افقی تغییر موقعیت می‌دهد. (قوه اصطکاک حرکتی برابر به  $20 \text{ N}$  است):



- (a) در یک رسم تمام قوه‌های وارده بر جسم را نشان دهید.
- (b) کار هر یک از قوه‌ها را به صورت جداگانه حساب کنید.
- (c) جمع جبری تمام کارها را به دست آورید.
- 7 - علامه کار انجام شده توسط یک قوه را تحت زوایه‌های مختلف بررسی کنید.
- 8 - انرژی حرکتی را تعریف کنید و رابطه آن را ثابت کنید.

9 - قضیه کار و انرژی را بیان کنید و رابطه آن را بنویسید.

10 - با توجه به قضیه کار و انرژی توضیح دهید که:

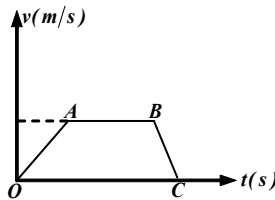
(a) چه موقع انرژی حرکتی جسم افزایش می یابد؟

(b) چه موقع انرژی حرکتی جسم کاهش می یابد؟

(c) چه موقع انرژی حرکتی جسم تغییر نمی یابد؟

11 - جسمی با کتله  $20\text{kg}$  را از ارتفاع  $45\text{m}$  از سطح زمین رها می کنیم . با صرف نظر از مقاومت هوا و با استفاده از قضیه کار و انرژی، انرژی حرکتی جسم و سرعت آن را در لحظه رسیدن به سطح زمین حساب کنید.

12 - در شکل روبرو علامه کار محصله قوه های وارد بر جسم را در هر یک از مراحل حرکت با ذکر دلیل مشخص کنید.



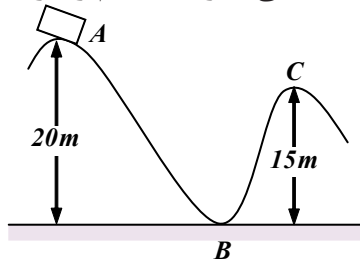
13 - انرژی پتانسیل را تعریف کنید و سه نوع آن را نام ببرید.

14 - انرژی پتانسیل جاذبه ای را تعریف کنید و رابطه آن را بنویسید.

15 - انرژی پتانسیل فنر از چه طریقی بوجود آمده و در آن ذخیره شده است؟

16 - قانون تحفظ انرژی میخانیکی را بیان کنید.

17 - جسمی از نقطه A بدون سرعت اولیه روی سطح بدون اصطکاک رها می شود، با استفاده از قانون تحفظ انرژی میخانیکی، سرعت جسم را در نقاط B و C پیدا کنید.



18 - جسمی با کتله  $2\text{kg}$  را با سرعت ثابت به فاصله  $1\text{m}$  در مدت  $0.2$  ثانیه با لا می بریم. این کار با چه طاقته صورت می گیرد؟

19 - انرژی ورودی یا مصرفی چیست؟ توضیح دهید.

20 - بازده یا مؤثریت را تعریف کنید و رابطه آن را بنویسید.

## مومنتم خطی و امپولس



در این فصل برای توسعه بیشتر علم میخانیک با معرفی دو کمیت دیگر به نام‌های ضربه (impulse) و مومنتم (momentum) به بحث خود ادامه خواهیم داد.

وقتی یک قوه بالای یک جسم در فاصله زمان معین عمل می‌کند، قوه مذکور یک تغییر سرعت را در جسم به وجود می‌آورد. امپولس این قوه (برای قوه ثابت) عبارت از حاصل ضرب قوه و زمانی است که در آن قوه عمل می‌کند و یا به عبارتی دیگر می‌توانیم بگوییم که مساحت تحت منحنی (قوه- زمان)، (برای زمانی که قوه در حال تغییر است) عبارت از امپولس است. همین طور تغییر در سرعت جسم نیز به حیث امپولس قوه‌یی که بالای جسم عمل می‌کند، تعریف شده است. و هم‌چنان حاصل ضرب کتله جسم در سرعت آن را به نام مومنتم که یک کمیت بسیار مهم فزیک است و به سمبول  $M$  نمایش داده می‌شود، یاد می‌کنند.

امپولس و مومنتم هر دو کمیت‌های فزیک و کتوری هستند. در این فصل ما دو اصل مهم را مطالعه خواهیم کرد. یکی اصل امپولس - مومنتم و دومی اصل تحفظ مومنتم خطی. در آرایه محتویات این فصل، مهم است بدانیم که هر دو اصل ذکر شده (که گاهی هم به نام قوانین و یا قاعده‌های اساسی یاد شده‌اند)، در حقیقت ادامه بحث قوانین نیوتن است که در فصل قبلی مطالعه نمودید. به این معنی که این دو قاعده اساسی، توسعه قوانین نیوتن هستند که در واقع با شناسایی مقادیر فزیک امپولس و مومنتم تکمیل شده‌اند.

در این فصل مطالب زیر را پیرامون این مبحث مطالعه خواهیم کرد:

- موقعیت و سرعت یک جسم می‌تواند با تطبیق یک قوه تغییر کند.
- بیان کردن رابطه بین قوه‌یی که بر کتله معین یک جسم عمل می‌کند و درجه تغییر سرعت آن جسم، (قانون دوم نیوتن).
- تعریف کردن امپولس یک قوه و مومنتم.
- شرح تحفظ مومنتم در تصادم دو جسمی که روی یک خط مستقیم در حرکت اند.
- توضیح مثال‌هایی از طبیعت تحفظ مومنتم خطی.
- تعریف و توضیح مفاهیم تصادم‌های ارتجاعی و غیر ارتجاعی.

## حرکت مستقیم الخط و امپولس (ضربه)

(6-1) امپولس (ضربه): آیا تا به حال از خود پرسیده اید که ضربه چیست؟ هنگامی که به

جسمی ضربه وارد می‌کنید، چه اتفاقی می‌افتد؟

قرار تعریف ضربه یا امپولس عبارت از حاصل ضرب قوه  $F$  و زمان  $t$  است. یعنی:

همان‌طور که از رابطه بالا دیده می‌شود، امپولس را با حرف  $I$  نمایش می‌دهند که  $F$  به قوه و زمان رابطه مستقیم دارد. امپولس و مومنتم دارای واحد اندازه‌گیری یک‌سان می‌باشند. چرا؟ در بسیاری از حالت‌ها زمان تأثیر قوه بالای یک جسم نقطه‌یی چنان کوتاه می‌باشد که ما مجبور می‌شویم از مفاهیم مشتق و انتیگرال استفاده کنیم که شما در ریاضی صنف دوازدهم خواهید آموخت. حال فرض می‌کنیم که قوه  $F$  در مدت زمان  $\Delta t$  بالای یک جسم عمل می‌کند. در این صورت ضربه قوه  $F$  را در زمان  $\Delta t$  با  $\Delta I$  چنین نشان می‌دهیم:  $\Delta I = F \cdot \Delta t$  در زنده‌گی روزمره مشاهده می‌کنیم که ما برای تغییر دادن موقعیت و یا سرعت یک جسم، باید قوه‌یی را بر آن جسم وارد کنیم. در مباحث قبلی، در آغاز قوانین حرکت نیوتن درباره قوه و اثرات آن و هم‌چنان تعریف واحدهای قوه (نیوتن و داین) معلومات حاصل نمودید. در شکل (6-1) جسمی با کتله  $m$  در موقعیت  $X_1$  و سرعت  $v_1$  در زمان  $t_1$  روی محور  $X$  توسط قوه ثابت  $F$  در حرکت است. ما چنین حرکتی را از این پیش خوانده بودیم، ولی برای تکرار و توسعه معلومات قبلی باز از آن یاد آور می‌شویم. به منظور آسانی کار مطالعات خود را به حرکت روی محور  $X$  و یا موازی به آن محدود می‌سازیم. در زمان  $t_2$ ، جسم در موقعیت  $X_2$  دارای سرعت  $v_2$  است. پس می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta x = (x_2 - x_1) \quad m$$

$$\Delta v = (v_2 - v_1) \text{ m/s}$$

$$\Delta t = (t_2 - t_1) \text{ s}$$

شتاب حرکت در فاصله زمانی  $\Delta t$  با شتاب ثابت  $a$  چنین افاده می‌شود.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ m/s}^2$$

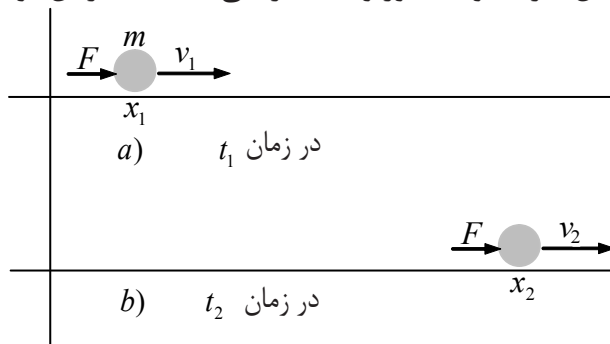
در قانون دوم نیوتن، شتاب همان نسبت قوه و کتله تعریف شده است که عبارت است از،  $a = \frac{F}{m}$ ، از قیمت‌های شتاب  $a$  در رابطه بالا می‌توانیم تناسب زیر را بنویسیم:

$$\frac{F}{m} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$F \Delta t = m \Delta v$$

و یا

افادهٔ اخیر اساس کلی بحث ما را در این فصل تشکیل می‌دهد و چنانکه در مقدمهٔ این فصل یاد آوری شد، اکنون امپولس را می‌توان چنین تعریف کرد:  
 امپولس یک قوهٔ ثابت، عبارت از حاصل ضرب قوهٔ مذکور و فاصلهٔ زمانی است که در آن قوه عمل می‌کند.



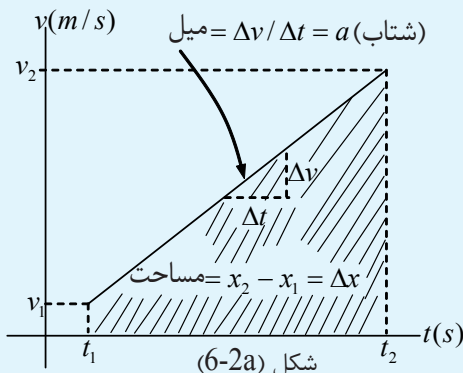
$$\Delta t = t_2 - t_1$$

$$\Delta v = v_2 - v_1$$

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

شکل (6-1) تغییر سرعت و موقعیت یک جسم در نتیجهٔ تطبیق یک قوه بر آن

### فعالیت

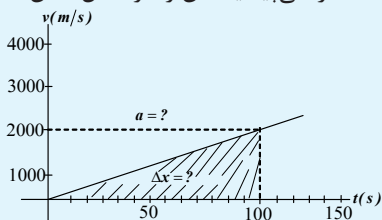


گراف (سرعت - زمان) برای جسم شکل (6-1) در شکل (6-2a) نشان داده شده است. باید توجه کرد که میل منحنی (سرعت - زمان) عبارت از شتاب ثابت و مساحت بین این منحنی و محور زمان عبارت از تغییر مکان  $\Delta x$  است. در این فعالیت شاگردان در گروه‌های مربوط، به کمک معلم با هم روی تفصیلات شکل (6-2a) و خصوصیات آن بحث نموده و نتایج را به هم‌صنفی‌های خود گزارش دهند.

### فعالیت

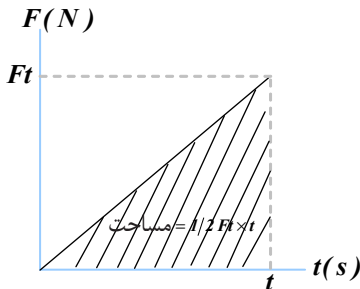
شاگردان در گروه‌های مختلف به کمک گراف (سرعت- زمان) که برای حرکت یک سفینهٔ فضایی در شکل (6-2b) نشان داده شده به پرسش‌های زیر پاسخ تهیه داشته و به مقابل صنف ارایه دارند:

- 1 - سفینه در 100 ثانیه اول حرکت شتابی اش چقدر فاصله را می‌پیماید؟ آن را در شکل نشان دهید.
- 2 - شتاب سفینه را حساب کنید.
- 3 - سرعت سفینه در زمان  $t = 150s$  چند است؟



شکل (6-2b) گراف سرعت زمان سفینهٔ فضایی

## تمرینات:



به پرسش‌های زیر پاسخ ارایه دارید.

- 1 - یک قوه ثابت  $3,7N$  در فاصله زمانی  $100s$  عمل می‌کند. امپولس این قوه را حساب کنید.
- 2 - در شکل مقابل، قوه  $F_i = 2,2N$  داده شده. امپولس این قوه را در انتروال زمانی  $t = 0$  الی  $t = 30s$  دریافت کنید.

3 - اگر در شکل داده شده بالا،  $F_0 = 55 \text{ dyne}$ ،  $t_1 = 10s$  و  $t_2 = 18s$  باشند. امپولس این قوه را تعیین کنید.

4 - یک قوه ثابت  $F_1 = 5N$  در انتروال زمانی ( $t = 1s$  تا  $t = 3s$ ) و یک قوه ثابت دومی  $F_2 = 2N$  در انتروال زمانی ( $t = 5s$  تا  $t = 10s$ ) عمل می‌کنند. امپولس‌های هر یک از این دو قوه را حساب و باهم مقایسه کنید.

## 6-2: مومنتم

مومنتم چیست؟ بین یک موتورلاری و یک موتور تیزرفتار در حال حرکت از نقطه نظر مومنتم چه فرقی وجود دارد؟  
قانون دوم حرکت نیوتن را چگونه می‌توان از نقطه نظر مومنتم تعریف کرد؟ و یا به طور ساده «چه رابطه‌یی بین مومنتم و قانون دوم حرکت نیوتن وجود دارد؟».





دو توپ را که دارای کتله‌های یک‌سان  $m$  می‌باشند با یک‌دیگر تصادم دهید، چه اتفاقی خواهد افتاد. به دقت در مورد این مسئله در گروه‌های مختلف بحث کنید و نتیجه را به صنف گزارش دهید.


در مبحث گذشته به کمک قانون نیوتن دریافتیم که:  $F\Delta t = m\Delta v$  و مقدار طرف چپ معادله را به نام امپولس یاد نمودیم. اکنون توجه خود را به طرف راست معادله معطوف می‌داریم. می‌دانیم که  $\Delta v = v_2 - v_1$  طوری که  $v_1$  سرعت اولی جسم در زمان  $t_1$  و  $v_2$  سرعت دومی در زمان  $t_2$  است. پس می‌توان نوشت:  $m\Delta v = mv_2 - mv_1$   
هر دو مقدار طرف راست معادله، حاصل ضرب کتله جسم و سرعت آن را افاده می‌کند. این حاصل ضرب یکی از کمیت‌های مهم دیگر فزیک است که به نام مومنتم یاد شده است.

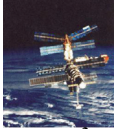
به اساس تعريف، يك كتله  $m$  كه به سرعت  $v$  در حركت است داراي مومنتم  $P$  است كه توسط  $\vec{P} = m\vec{v}$  افاده مي‌شود. واحدهاي مومنتم در سيستم SI عبارت از  $kg \cdot \frac{m}{s}$  و  $gr \cdot \frac{cm}{s}$  و معادله بعدی (دایمنشن) آن عبارت از  $\left[ \frac{M \cdot L}{T} = M \cdot L \cdot T^{-1} \right]$  می‌باشد. هم‌چنان باید گفت كه واحدها و ابعاد امپولس و مومنتم هر دو يك‌سان می‌باشند. مثال‌هایی از مومنتم در شكل (3-6) داده شده است. در این شكل هر يك از مومنتم‌ها حساب شده كه به وضاحت دیده می‌شود. برای این‌كه به تعريف مومنتم به خوبی پی ببرید، كوشش كنید به طور دقیق روی قسمت‌های مختلف شكل با هم‌صنفي‌های خود بحث كنید.


(a) پروتون  $V = 3 \times 10^5 \text{ m/s}$   
 $m = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$   $P = 5.0 \times 10^{-22} \text{ kg} \frac{m}{s}$


(b) مرمی  $V = 1 \times 10^3 \text{ m/s}$   
  $m = 1 \times 10^{-3} \text{ kg}$   $P = 1 \text{ kg m/s}$

(c) لاری  $V = 20 \text{ m/s}$   
  $m = 1 \times 10^4 \text{ kg}$   $P = 2 \times 10^5 \text{ kg} \cdot \frac{m}{s}$

(d) بووینگ  $V = 3 \times 10^2 \text{ m/s}$   
  $m = 3 \times 10^5 \text{ kg}$   $P = 9 \times 10^7 \text{ kg} \frac{m}{s}$

(e) سفینه فضایی (اپولو)  $V = 1 \times 10^4 \text{ m/s}$   
  $m = 5 \times 10^3 \text{ kg}$   $P = 5 \times 10^7 \text{ kg m/s}$   
 $V = 3 \times 10^4 \text{ m/s}$

(f) زمین  $m = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$   
  $V = 1 \times 10^4 \text{ m/s}$   $P = 18 \times 10^{28} = 1.8 \times 10^{29} = 2 \times 10^{29} \text{ kg} \frac{m}{s}$

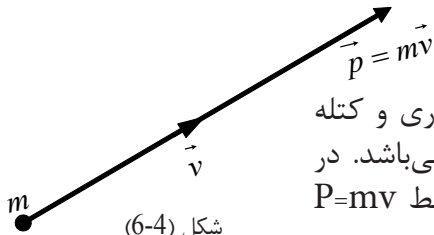
(g) ستاره  $m = 3 \times 10^{30} \text{ kg}$   
  $V = 1 \times 10^4 \text{ m/s}$   $P = 3 \times 10^{34} \text{ kg m/s}$

شکل (3-6)  
 مطالعه مومنتم در اجسام مختلف



## مثالها

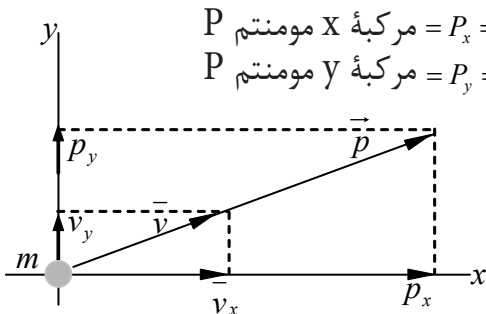
1 - كتلهٔ يك شتر با بار آن 500kg است و با سرعت 2m/s در حرکت است، مومنتم آن را حساب می‌کنیم.



شکل (6-4)  
نمایش خاصیت وکتوری مومنتم

**حل:**  $P = mV = 5 \times 10^2 \text{ kg} \times 2 \text{ m/s} = 10^3 \text{ kg m/s}$   
مطابق شکل (6-4)، چون سرعت یک مقدار وکتوری و كتله یک اسکالر است، بنابراین مومنتم مقدار وکتوری می‌باشد. در شکل كتلهٔ m دارای سرعت v بوده و مومنتم توسط  $P = mv$  ارایه شده است.

چنانکه در هر سیستم کمیات وضعیۀ داده شده، یک وکتور به روی محورهای کمیات وضعیه به اجزایش تجزیه شده می‌تواند، بنابراین وکتور مومنتم P نیز روی محورهای تجزیه شده می‌تواند که در شکل (6-5) نشان داده شده است. به خاطر باید داشت که اگر مومنتم نسبت به جهت مثبت محور X زاویۀ  $\theta$  را بسازد، در آن صورت،



$$P_x = P \cos \theta \quad \text{مركبهٔ X مومنتم } P$$

$$P_y = P \sin \theta \quad \text{مركبهٔ Y مومنتم } P$$

$$P^2 = P_x^2 + P_y^2 \quad \text{و از قضیۀ فیثاغورث}$$

شکل (6-5)

تجزیۀ وکتور مومنت به اجزای آن

## باهم بحث کنید و به حل تمرین بپردازید

a- یک لاری با كتلهٔ 3000kg که به زاویۀ  $30^\circ$  به طرف شمال شرق به سرعت 72km/h در حرکت است، واگنی را که دارای كتلهٔ 1000kg است با خودکش می‌کند. محور X را به سمت شرق و محور Y را به سمت شمال در نظر بگیرید. مركبه‌های X و Y مومنتم لاری را دریافت کنید.

b- یک طیارۀ مسافربری هواپیمایی آریانا دارای كتلهٔ مجموعی 50000kg بوده و به سرعت 900km/h در پرواز است. اگر سمت مسیر پرواز  $135^\circ$  به طرف جنوب شرق باشد، مركبه‌های (X و Y) مومنتم آن را معین کنید.

حل a: داریم که:  $\hat{\theta} = 30^\circ$

$$P = m \times V = (3000 + 1000) \text{ kg} \times 72 \text{ km/h}$$
$$= 4000 \text{ kg} \times \frac{72000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 4000 \text{ kg} \times 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$P = 80000 \text{ kg m/s} = 8 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$P_x = P \cos \hat{\theta} = 8 \times 10^4 \text{ kg m/s} \times \cos 30^\circ$$
$$= 8 \times 10^4 \times 0.866 \text{ kg m/s}$$

$$P_x = 6.928 \times 10^4 \text{ kg m/s}$$

$$P_y = P \sin \hat{\theta} = 8 \times 10^4 \times 0.5 \text{ kg m/s}$$

$$P_y = 4 \times 10^4 \text{ kg m/s}$$

حل b: داریم که:  $\hat{\theta} = 135^\circ$  (به سمت جنوب شرق)

$$P = 50000 \text{ kg} \times 900 \text{ km/h}$$

$$= 5 \times 10^4 \text{ kg} \times \frac{900 \times 10^3 \text{ m}}{3600 \text{ s}}$$

$$= 5 \times 10^4 \times 2.5 \times 10^2 \text{ kg m/s} = 1.2 \times 10^5 \times 10^2 \text{ kg m/s}$$

$$P = 1.25 \times 10^7 \text{ kg m/s}$$

$$P_x = P \cos \hat{\theta} = -1.25 \times 10^7 \cos 45^\circ \text{ kg m/s}$$
$$= -1.25 \times 10^7 \times 0.707 \text{ kg m/s}$$

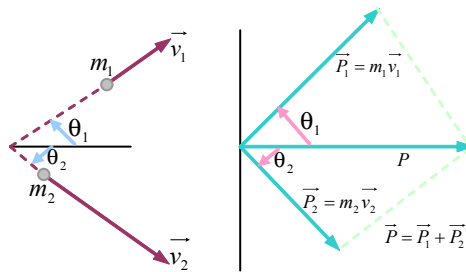
$$P_x = -8.84 \times 10^6 \text{ kg m/s}$$

$$P_y = P \sin \hat{\theta} = -1.25 \times 10^7 \sin 45^\circ \text{ kg m/s}$$
$$= 1.25 \times 10^7 \times 0.707 \text{ kg m/s}$$

$$P_y = 8.84 \times 10^6 \text{ kg m/s}$$

از حل سؤال نتیجه می‌شود که دقیقاً مومنتم، یک کمیت وکتوری است. برای این که به طور کامل مومنتم یک جسم را مشخص کنیم، ما باید حاصل ضرب کتله و سرعت و هم‌چنان سمت حرکت آن را بدانیم. در فصل‌های قبلی موقعیت وکتورهای تغییر مکان، وکتورهای سرعت و وکتورهای قوه و شتاب را معرفی نمودیم و دانستیم که چطور می‌توانیم دو یا چند وکتور هم نوع را جمع نموده و به حیث یک وکتور محصله نشان دهیم.

به همین شکل ما می‌توانیم دو یا چند وکتور مومنتم را برای به‌دست آوردن یک وکتور محصله ساده باهم جمع کنیم. به شکل (6-6) توجه کنید در شکل، کتله  $m_1$  دارای سرعت  $V_1$  بوده و بنابراین دارای مومنت  $P_1 = m_1 V_1$ ، و هم‌چنان مومنت کتله  $m_2$ ،  $P_2 = m_2 V_2$  و مومنت محصله سیستم هر دو کتله عبارت از  $P = P_1 + P_2$  می‌باشد.



شکل (6-6)  
جمع وکتوری دو مومنتم

برای یافتن مومنت محصله می‌توان از یکی از دو طریقه متوازی الاضلاع و یا جمع مرکبه‌ها استفاده کرد. به یاد داشته باشید که:

$$P_1 \text{ مومنت } X \text{ مرکبه} = m_1 V_1 \cos \hat{\theta}_1$$

$$P_1 \text{ مومنت } Y \text{ مرکبه} = m_1 V_1 \sin \hat{\theta}_1$$

$$P_2 \text{ مومنت } X \text{ مرکبه} = m_2 V_2 \cos \hat{\theta}_2$$

$$P_2 \text{ مومنت } Y \text{ مرکبه} = m_2 V_2 \sin \hat{\theta}_2$$

چون مرکبه‌های  $X$  و  $Y$  وکتور محصله به ترتیب مساوی به مجموع مرکبه‌های  $X$  و  $Y$  وکتورهای جمع شده است، بنابراین:

$$P \text{ مومنت } X \text{ مرکبه} = P_x = m_1 V_1 \cos \hat{\theta}_1 + m_2 V_2 \cos \hat{\theta}_2$$

$$P \text{ مومنت } Y \text{ مرکبه} = P_y = m_1 V_1 \sin \hat{\theta}_1 + m_2 V_2 \sin \hat{\theta}_2 \quad \text{و:}$$

اکنون با معلوماتی که حاصل نموده‌ایم، می‌توانیم به ادعاهای سه گانه زیر باور داشته باشیم:

1 - مومنتم یک جسم مساوی است به حاصل ضرب کتله و سرعت آن.

2 - مومنتم یک مقدار وکتوری است.

3 - مجموع مومنتم یک سیستم جسم‌ها عبارت است از مجموع وکتوری هر یک از مومنت‌ها.



در گروه‌های مختلف صنفی در مورد این که چرا وقتی که یک موتور لاری و یک موتور تیزرفتر هر دو با سرعت یکسان حرکت کنند، در آن صورت موتور لاری که کتله آن بزرگ‌تر است، دارای مومنتم بیشتر می‌باشد؟ (نتیجه را به صنف گزارش دهید).

**توضیح دهید:** دو جسم A و B را در نظر بگیرید. هرگاه  $(m_A = 3m_B)$  باشد. در این حالت دو جسم A و B می‌توانند دارای مومنتم یکسان باشند. یعنی  $P_A = P_B$  چرا؟

حال با دانستن مفهوم مومنتم به بررسی این سؤال می‌پردازیم که بین قوه (F) و مومنتم (P) چه رابطه‌یی وجود دارد؟ آیا قوه می‌تواند مومنتم یک جسم را تغییر دهد؟ برای دانستن این موضوع فعالیت زیر را انجام دهید:



### فعالیت

با توجه به آن چه که در فعالیت قبل انجام دادید. سعی کنید که همان دو توپ را با قوه‌های بیشتری با یکدیگر تصادم دهید. چه اتفاقی رخ خواهد داد؟ توضیح دهید.  
از اجرای فعالیت بالا به نتیجه خواهید رسید که قوه می‌تواند مومنتم یک جسم را کم و زیاد بسازد و یا تغییر در جهت مومنتم به وجود بیاورد.

## 6-3: قوه و مومنتم

در آغاز این فصل ما قانون دوم نیوتن را به شکل رابطه (1)  $F\Delta t = m\Delta V$ .....(1) افاده نمودیم که در پایه از قانون دوم نیوتن ( $F=ma$ ) استخراج شده بود. نیوتن در بیانیهٔ اساسی قوانین سه گانهٔ حرکتش، قوه را از جنس کتله و شتاب نه، بلکه از جنس درجهٔ زمانی تغییرات مومنتم افاده کرده است. به یاد داشته باشید که،  $m\Delta V = mV_2 - mV_1 = \Delta P$  این رابطه نشان می‌دهد که برای کتلهٔ ثابت، حاصل ضرب کتله و تغییرات سرعت آن مساوی است به تغییرات در مومنتم جسم. با جایگزینی قیمت  $m\Delta v$  در رابطهٔ اولی نتیجه می‌شود که  $F\Delta t = \Delta P$  با تقسیم نمودن دو طرف معادله به  $\Delta t$ ، (2)  $F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ .....(2) به دست می‌آید. به یاد داشته باشید که  $\Delta P$  تغییر در مومنتم با واحد  $kg\ m/s$  و  $\Delta t$  انتروال زمان است. هنگامی که قوهٔ F عمل می‌کند و سبب تولید  $\Delta P$  می‌گردد. پس نسبت تغییر در مومنتم و انتروال زمانی عبارت از درجهٔ زمانی متوسط تغییر مومنتم بوده و نتیجه می‌گیریم که قوه‌یی که بالای یک جسم وارد می‌شود از نگاه نظری مساوی به درجهٔ زمانی تغییرات مومنتم یک جسم می‌باشد.

$$\text{درجهٔ زمان متوسط تغییر مومنتم} = F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \text{ (قوهٔ وارده بر جسم)}$$

ادعای اخیر کمابیش همان بیان اصلی قانون دوم نیوتن است که توسط خودش ارایه شده است (بیان اصلی قوانین حرکت نیوتن در زبان لاتین ارایه شده).

چنانکه می‌توان به راحتی قانون دوم نیوتن ( $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ ) را با استفاده از رابطه اخیر نیز با در نظر گرفتن کتله ثابت ( $m = \text{Constant}$ ) چنین به دست آورد:

فرض کنید  $\vec{V}_1$  سرعت اولیه جسم و  $\vec{V}_2$  سرعت نهایی جسم در انتروال زمانی  $\Delta t$  باشد. پس:

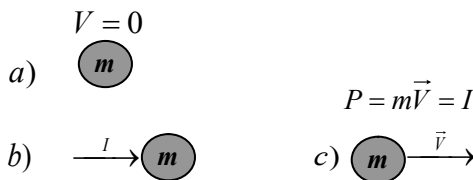
$$\begin{aligned} \sum \vec{F} &= \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m\vec{V}_2 - m\vec{V}_1}{\Delta t} = \frac{m(\vec{V}_2 - \vec{V}_1)}{\Delta t} \\ &= m \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = m \cdot a \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

از آن جایی که  $\frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}$  عبارت از شتاب جسم ( $\vec{a}$ ) می‌باشد. پس با وضع نمودن قیمت آن در رابطه (3) می‌توان نوشت:  $\sum \vec{F} = m\vec{a} \dots \dots \dots (m = \text{Constant})$  رابطه اخیر به دست آمده عبارت از قانون دوم نیوتن می‌باشد.

## قانون امپولس - مومنتم

ما در بحث‌های گذشته امپولس و مومنتم را تعریف نمودیم. اکنون نشان می‌دهیم که چگونه آن‌ها به ساده‌گی با قانون دوم نیوتن مرتبط می‌باشند. ما در بالا نشان دادیم که قوه مساوی است به درجه زمانی تغییرات مومنتم، یعنی:  $F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$  و یا می‌توانیم این طور بنویسیم،  $F \Delta t = \Delta P$  اما  $I = F \Delta t$  امپولس  $F$  قوه در انتروال زمان  $\Delta t$  و  $\Delta P$  = تغییر مومنتم تولید شده توسط قوه  $F$  پس می‌توانیم بنویسیم:  $I = \Delta P$


رابطه اخیر بیان می‌دارد که: امپولس یک قوه‌یی که بالای یک جسم عمل می‌کند، برابر است به تغییرات منتجه در مومنتم جسم مذکور، که جمله بیان شده به نام قانون (امپولس - مومنتم) نامیده می‌شود. شکل (6-7) این قانون را برای مومنتم اولی صفر نمایش می‌دهد.




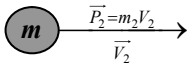
شکل (6-7)

نمایش قانون (امپولس - مومنتم) برای مومنتم اولی صفر

كتله  $m$  نخست در حالت سکون بوده و امپولس  $I$  در نتیجه مومنتم آخری  $mV$  که در عدد مساوی به  $I$  است در آن اعمال می‌گردد. در شکل (6-8) یک كتله  $m$  دارای مومنتم اولی  $P_1 = mV_1$  می‌باشد. همین‌طور یک امپولس  $I$  در نتیجه مومنتم آخری  $P_2 = mV_2$  بالای كتله اعمال می‌گردد، بنابراین می‌توانیم بنویسیم:  $I = P_2 - P_1 = mV_2 - mV_1$   
 قانون امپولس - مومنتم، توسعه و تفصیل خوب قانون دوم نیوتن می‌باشد. شکل مقابل، مومنتم اولی دلخواهی را بر اساس قانون (امپولس - مومنتم) نشان می‌دهد.

a)   $\vec{P}_1 = m_1 \vec{V}_1$

b)  شکل (6-8)

c)  $I = mV_2 - mV_1$    
 $I = \Delta P$

### مثال

انجن‌های کنترل‌کننده یک سفینه فضایی که كتله  $15000\text{kg}$  دارد، برای پرتاب بدنه اش به جلو،  $3 \times 10^5\text{ N}$  قوه تولید می‌کند. تغییرات مومنتم سفینه را در صورتی که انجن‌های آن برای  $10\text{ s}$  آتش بگیرد، حساب کنید. نتیجه تغییرات در سرعت چند خواهد بود؟ و ماشین را دریابید تا مدت زمانی فعالیت‌های تا یک تغییر سرعت  $4 \times 10^4\text{ m/s}$  در سفینه ایجاد شود.

### حل:

$$\Delta P = I = F\Delta t = 3 \times 10^5\text{ N} \times 10\text{ s}$$

$$= 3 \times 10^6\text{ Kg m/s}$$

$$\Delta V = \frac{\Delta P}{m} = \frac{3 \times 10^6\text{ Kg m/s}}{1,5 \times 10^4\text{ Kg}} = 200\text{ m/s}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta P}{F} = \frac{m\Delta V}{F} = \frac{1,5 \times 10^4 \times 4 \times 10^4}{3 \times 10^5} = 2 \times 10^3\text{ s}$$

$$= 2000\text{ s}$$

پس، در این مثال وقتی انجن برای  $10$  ثانیه فیر شود، نتیجه تغییرات در مومنتم سفینه،  $3 \times 10^6\text{ Kg} \cdot \frac{m}{s}$  و نتیجه تغییرات در سرعت،  $200\text{ m/s}$  می‌باشد. انجن‌ها باید برای  $2000\text{ s}$  (تقریباً  $33$  دقیقه) فعالیت کنند تا تغییر سرعت  $40,000\text{ m/s}$  را تولید کنند. به یاد داشته باشید که سرعت بالا

$$(4 \times 10^4\text{ m/s}) = \frac{4 \times 10^4 \times 10^{-3}\text{ km}}{\frac{1}{3600}\text{ h}} = 40 \times \frac{3600\text{ km}}{1\text{ h}} = 144 \times 10^3 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 144.000\text{ Km/hr}$$

یک سرعت بسیار بلند است.

تمرین بالا یکی از موارد استفاده از قانون امپولس - مومنتم را به‌ما نشان داد.

## 4-6: ضربه و تحفظ مومنتم خطی

در فصل گذشته قانون سوم نیوتن را مبنی بر این که برای هر عمل یک عکس العمل مساوی به آن وجود دارد، به تفصیل مطالعه نمودیم. قانون سوم نیوتن در حقیقت نتیجه‌ی از خاصیت اساسی قوه‌ها در طبیعت است که همیشه به طور جوره باهم (عمل و عکس العمل) واقع می‌شوند. وقتی یک جسم بالای جسم دومی یک قوه وارد نماید، جسم دومی قوه مساوی و مخالف جهت را بالای جسم اولی وارد می‌کند. اکنون یک‌جا ساختن این حقیقت با قانون دوم نیوتن برحسب مومنتم ما را به قانون تحفظ مومنتم رهنمایی می‌کند.

اگر هیچ نوع قوه‌ی بالایی یک سیستم وارد نشود، در آن صورت مومنتم یک سیستم قطع نظر از هر نوع تأثیرات متقابل بین اجزای آن سیستم ثابت است. جمله بالا قانون تحفظ مومنتم را به طور کامل بیان می‌کند. از تعریف بالا قانون دوم نیوتن را چنین می‌نویسیم:

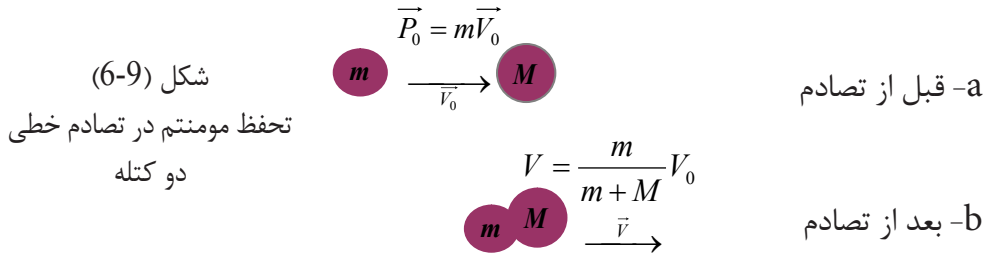
$$\Delta P = F\Delta t \quad F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \quad \text{و یا}$$

در رابطه اخیر  $F$  قوه محصله عامل بالای جسم (یا سیستم اجسام)،  $\Delta t$  انتروال زمانی که قوه  $F$  عمل می‌کند و  $\Delta P$  نتیجه تغییر مومنتم می‌باشد. آشکارا اگر  $F$  صفر باشد، یعنی اگر کدام قوه بالای جسم (یا سیستم) عمل نکند، در آن صورت  $\Delta P$  نیز صفر می‌باشد، و این معنی می‌دهد که مومنتم ثابت است. اگر تغییر یک کمیت در یک انتروال زمان  $\Delta t$  صفر باشد، در آن صورت کمیت مذکور در زمان  $\Delta t$  ثابت می‌باشد.

قانون تحفظ مومنتم در مطالعه تصادم اجسام بسیار مهم است. فرض می‌کنیم دو جسم باهم تصادم می‌کنند. بیایید به طور فشرده تصادم آن‌ها را توضیح دهیم.

وقتی که دو جسم در لحظه آغاز تصادم باهم برخورد می‌کنند، هر کدام بالای دیگرش یک قوه وارد می‌کند که مقدار این دو قوه باهم مساوی بوده و دارای جهت‌های مخالف می‌باشند. چون این ادعا فقط در لحظه کوچک تصادم صحت دارد. بنابراین منحنی (قوه - زمان) برای هر یک از قوه‌ها به طور کل یک‌سان می‌باشد. و به نتیجه می‌رسیم که امپولس هر قوه در مقدار باهم مساوی است. پس تغییرات مومنتم در هر جسم مساوی و جهت‌های شان مخالف می‌باشد، در حالی که تغییرات کلی مومنتم در سیستم دو جسم در نتیجه تأثیرات متقابل (در عمل تصادم) مساوی به صفر می‌باشد. به این معنی که مجموع تغییرات در مومنتم دو جسم قبل و بعد از تصادم به طور دقیق مساوی به صفر می‌باشد. این بیان توضیح می‌دارد که مومنتم در تأثیرات متقابل یک تصادم بین دو جسم ثابت بوده و بدون تغییر باقی می‌ماند.

**حالت خاص:** نوع تصادم بین دو جسم در شکل (6-9) نمایش داده شده.



جسم اولی دارای کتله  $m$  و سرعت  $V_0$  با جسم دومی دارای کتله  $M$  برخورد می‌کند و در نتیجه آن کتله‌ها باهم یک‌جا شده و به سرعت  $V$  به حرکت خود ادامه می‌دهند. اکنون بنابر تعریف می‌توانیم بنویسیم:

$$P_0 = mV_0 = \text{مومنتم قبل از تصادم}$$

$$P = (m+M)V = \text{مومنتم بعد از تصادم}$$

از قانون تحفظ مومنتم  $P_0 = P$

و یا:

$$mV_0 = (m+M)V$$

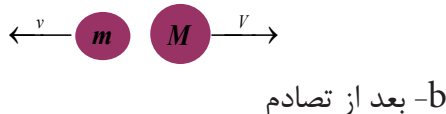
$$V = \frac{m}{m+M}V_0$$

بنابراین برای سرعت بعد از تصادم می‌توان نوشت:

یاد آور باید شد که ما می‌توانیم با داشتن قیمت‌های  $m$ ،  $M$  و  $V_0$  سرعت حاصل شده  $V$  کتله‌های یک‌جا شده بعد از تصادم را محاسبه کنیم.

شکل (6-10) یک کتله  $m$  با سرعت  $V_0$  با کتله دومی ساکن  $M$  برخورد نموده و بعد از تصادم،  $m$  با سرعت  $v$  و  $M$  با سرعت  $V$  در جهت‌های مخالف یک‌دیگر در حرکت می‌آیند. چون مومنتم در این تصادم محفوظ است، بنابراین:

$$mV_0 = MV + (-mv) = MV - mv$$



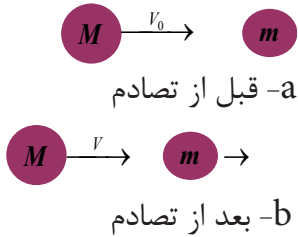
شکل (6-10)

تحفظ مومنتم در تصادم خطی  
(کتله برخورد کننده کمتر از کتله ساکن)



رابطه بالا به وضاحت بیان می‌دارد که مومنتم پیش از تصادم مساوی است به مومنتم بعد از تصادم.

اگر کتله برخورد کننده در یک تصادم روی خط مستقیم، بزرگ‌تر از کتله ساکن باشد، در آن صورت هر دو کتله بعد از تصادم از هم‌دیگر دور شده و در عین جهت در حرکت می‌آیند. (در شکل (6-11) نشان داده شده است).



شکل (6-11)  
تحفظ مومنتم در تصادم خطی  
(کتله برخورد کننده بزرگ‌تر از کتله ساکن)

برای این حالت خاص، قانون تحفظ مومنتم شکل زیر را بخود می‌گیرد:

$$MV_0 = MV + mv$$

حالت عمومی تصادم دو کتله روی خط مستقیم در شکل (6-12) نشان داده شده است. در این حالت:

$$P_{befor} = P_b = m_1v_1 + m_2v_2 = \text{مومنتم قبل از تصادم}$$

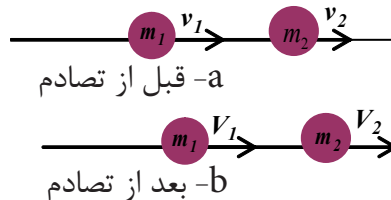
$$P_{after} = P_a = m_1V_1 + m_2V_2 = \text{مومنتم بعد از تصادم}$$

از قانون تحفظ مومنتم:  $P_b = P_a$

$$\text{بنابراین: } m_1v_1 + m_2v_2 = m_1V_1 + m_2V_2$$

برای کتله‌های داده شده  $m_1$  و  $m_2$  و سرعت‌های معینه  $v_1$  و  $v_2$  باز هم سرعت‌های نهایی بعد از تصادم،  $V_1$  و  $V_2$  خواهند بود. برای قیمت‌های معین داده شده حالت اولی ( $m_1, m_2, v_1, v_2$ ) به تعداد بی نهایت ترکیب‌هایی از سرعت‌های نهایی به وجود آمده می‌تواند. اما برای تمام قیمت‌های اندازه شده کتله‌ها و سرعت‌ها صحت معادله بالا و در نتیجه صحت قانون تحفظ مومنتم در آن‌ها تحقق می‌یابد.

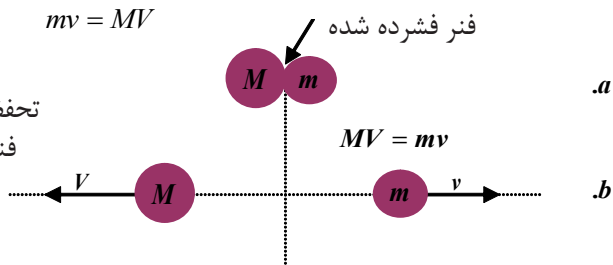
شکل (6-12)  
حالت عمومی تحفظ مومنتم در تصادم  
روی خط مستقیم



یک مثال دل‌چسپ دیگر تحفظ مومنتم در شکل (6-13) نشان داده شده. دو جسم دارای کتله‌های  $M$  و  $m$  به دو طرف یک فنری که تحت فشار قرار گرفته باهم محکم گرفته شده‌اند. لحظه‌یی که اجسام رها شوند، قوه فنر آن‌ها را به دو طرف ضربه می‌زند. اندازه قوه وارد شده بالای هر یک از دو جسم در هر لحظه‌یی که قوه عمل می‌کند به طور کل باهم مساوی و جهت‌های قوه‌های وارد شده بالای کتله‌ها مخالف هم‌دیگر هستند. بنابراین امپولس قوه‌یی که بالای  $M$  عمل می‌کند در مقدار مساوی، ولی در جهت مخالف با امپولس قوه‌یی است که بالای کتله  $m$  عمل می‌کند. هر کتله در نتیجه شوت شدن عین مقدار مومنتم را به‌خود حاصل نموده و جهت‌های این مومنتم‌ها مخالف و مجموع آن‌ها صفر است؛ یعنی چنانی که مومنتم قبل از رها شدن صفر بوده، اکنون نیز مومنتم به همان گونه بعد از رها شدن صفر است. از مباحثه بالا اگر به‌اندازه‌های سکالری مومنتم توجه کنیم، در خواهیم یافت که آن‌ها باید باهم مساوی باشند. پس با توجه دوباره به شکل می‌توانیم بنویسیم:

$$mv = MV$$

شکل (6-13)  
تحفظ مومنتم کتله‌هایی که توسط  
فنر به دو طرف شوت شده‌اند.

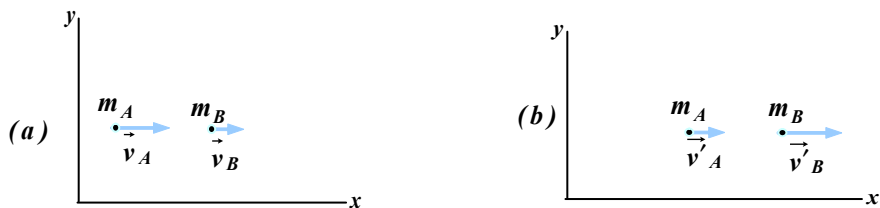


این نتیجه هم‌چنان از تطبیق مستقیم (بدون توضیحات بالا) قانون تحفظ مومنتم نیز می‌تواند به‌دست آید که بر مبنای آن مومنتم اولی باید مساوی به مومنتم نهایی باشد، و در این مثال قسمت‌های هر دو مومنتم به طور کل صفر هستند.

## 6-5: تصادم ارتجاعی

تصادم ارتجاعی چیست و از نگاه فزیک چگونه بررسی می‌شود؟ تصادم ارتجاعی عبارت از تصادمی است که در آن قوانین تحفظ مومنتم و انرژی میخانیکی هر دو صدق نمایند. برای درک بهتر این نوع تصادم، دو جسم کوچک  $A$  و  $B$  را در نظر می‌گیریم طوری که هر دو جسم بر روی یک خط راست محور  $(x)$  حرکت می‌کنند.

حال این دو جسم را قبل و بعد از تصادم مورد مطالعه قرار می‌دهیم: فرض می‌کنیم که مطابق شکل (6-14)، دو جسم  $A$  و  $B$  قبل از تصادم به ترتیب دارای سرعت‌های  $V_B$  و  $V_A$  و بعد از تصادم دارای سرعت‌های  $V'_B$  و  $V'_A$  می‌باشند.



شکل (6-14)

زمانی که  $V > 0$  باشد، جسم به طرف راست محور X و زمانی که  $V < 0$  باشد، جسم به طرف چپ محور X حرکت می‌کند.

نظر به قانون تحفظ مومنتم، در این نوع تصادم، مومنتم مجموعی سیستم قبل و بعد از تصادم ثابت باقی می‌ماند پس می‌توان نوشت که:

$$m_A V_A + m_B V_B = m_A V'_A + m_B V'_B \dots\dots\dots(1)$$

به همین ترتیب نظر به قانون تحفظ انرژی میخانیکی، مجموع انرژی حرکتی اجسام تصادم کننده قبل از تصادم و بعد از تصادم نیز با یکدیگر مساوی اند. یعنی:

$$\frac{1}{2} m_A V_A^2 + \frac{1}{2} m_B V_B^2 = \frac{1}{2} m_A V'^2_A + \frac{1}{2} m_B V'^2_B \dots\dots\dots(2)$$

در صورتی که کتله و سرعت هر دو جسم قبل از تصادم معلوم باشند، با استفاده از رابطه (1) می‌توان کتله و سرعت هر دو جسم A و B را بعد از تصادم چنین به دست آورد:

$$m_A (V_A - V'_A) = m_B (V'_B - V_B) \dots\dots\dots(3)$$

به همین ترتیب با استفاده از رابطه (2) برای انرژی حرکتی می‌نویسیم که:

$$m_A (V_A^2 - V'^2_A) = m_B (V'^2_B - V_B^2) \dots\dots\dots(4)$$

با استفاده از مطابقت الجبری  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ ، رابطه بالا را به صورت زیر نوشته می‌توانیم:

$$m_A (V_A - V'_A)(V_A + V'_A) = m_B (V'_B - V_B)(V'_B + V_B) \dots\dots\dots(5)$$

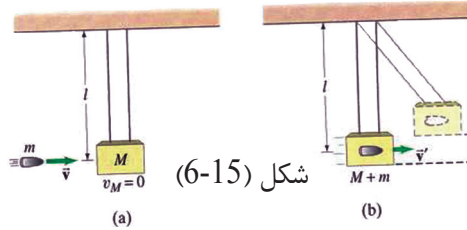
حال با تقسیم کردن رابطه (5) بر رابطه (3) و با فرض  $V'_A \neq V'_B$  و  $V_B \neq V'_B$  داریم که:

$$\begin{aligned} V_A + V'_A &= V'_B + V_B \\ V_A - V_B &= V'_B - V'_A \quad \text{و یا} \\ V_A - V_B &= -(V'_A - V'_B) \dots\dots\dots(6) \end{aligned}$$

رابطهٔ اخیر (6)، یک رابطهٔ بسیار مهم و جالب است. این رابطه بیانگر این است که در یک تصادم ارتجاعی، تفاضل سرعت‌های دو جسم تصادم کننده قبل و بعد از تصادم باهم برابر ولی در خلاف جهت یکدیگر هستند.

## 6-6: تصادم غیر ارتجاعی

تصادم غیر ارتجاعی چیست؟ چه تفاوتی بین تصادم ارتجاعی و غیر ارتجاعی وجود دارد؟ تصادم غیر ارتجاعی عبارت از تصادمی است که در آن قانون تحفظ مومنتم صدق نماید؛ ولی قانون تحفظ انرژی میخانیکی صدق ننموند. قانون تحفظ انرژی میخانیکی در این نوع تصادم به دلیل آن است که مجموع انرژی حرکی و پوتانسیل سیستم ثابت باقی نمی‌ماند. یعنی در این نوع تصادم، انرژی میخانیکی ممکن است به انرژی حرارتی، انرژی صوتی و یا کار تغییر شکل دهد.



شکل (6-15)

بنابراین برای تصادم‌های غیر ارتجاعی، تنها می‌توان قانون تحفظ مومنتم را مورد مطالعه قرار داد. در تصادم‌های غیر ارتجاعی، بیشتر اجسام تصادم کننده بعد از تصادم به هم‌دیگر چسبیده و با همان سرعت حرکت می‌کنند.

یکی از مثال‌های خوب برای درک بهتر تصادم غیر ارتجاعی عبارت از رقاصهٔ بالستیک (Ballistic Pendulum) می‌باشد، که توسط آن می‌توان سرعت مرمی را اندازه‌گیری کرد.



در گروه‌های مختلف طریقهٔ به‌دست آوردن سرعت مرمی را توسط رقاصهٔ بالستیک تحقیق کنید و نتیجه را به صنف گزارش دهید.

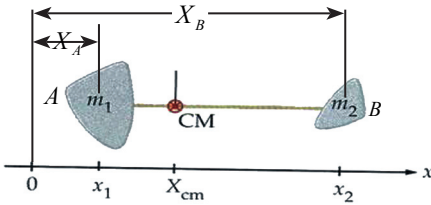
## 6-7: مرکز ثقل

در صنف‌های گذشته با مفهوم مرکز ثقل و این‌که چگونه می‌توان مرکز ثقل اجسام منظم هندسی را به‌دست آورد، آشنایی حاصل کردید. اما آیا تا به حال از خود پرسیده اید که چگونه می‌توان مرکز ثقل سیستمی از اجسام یا ذرات را که بر روی یک خط مستقیم قرار دارند به‌دست آورد؟ و یا این‌که در چه حالت‌هایی می‌توان مرکز ثقل سیستمی از ذرات یا اجسام را مطالعه نمود؟ برای جواب دادن به پرسش‌های بالا شکل (6-16) را در نظر بگیرید. در این شکل دو جسم با کتله‌های  $m_A$  و  $m_B$  وجود دارند که فاصلهٔ هر یک از آنها از مرکز محور  $X$  (محور دوران) به ترتیب عبارت از  $X_A$  و  $X_B$  می‌باشد.

برای به دست آوردن مرکز ثقل این سیستم که از دو جسم (از دو ذره نمایندگی می کنند) تشکیل شده است از رابطه ذیل استفاده می شود.

$$m_A x_{cm} + m_B x_{cm} = m_A x_A + m_B x_B$$

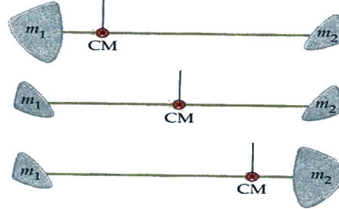
$$X_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{M} \quad \text{و یا}$$



شکل (6-16)

در این رابطه  $X_{cm}$  عبارت از فاصله مرکز ثقل سیستم از مرکز محور  $X$  می باشد. برای ساده ساختن رابطه مجموع کتله های  $m_A$  و  $m_B$  را با علامه  $M$  نشان می دهیم. یعنی:

$$M = m_A + m_B$$



با وضع نمودن قیمت  $M$ ، رابطه (1)

شکل ذیل را به خود می گیرد:

$$X_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{M}$$

شکل (6-17)

حال حالت های مختلف را مورد مطالعه قرار می دهیم:

1 - در صورتی که یکی از کتله ها بزرگ تر از دیگری مثلاً  $m_A > m_B$  باشد، در این حالت مرکز ثقل این سیستم دو جسمی (دو ذره بی) به جسمی نزدیکتر است که دارای کتله بزرگ تر می باشد.

2 - اگر تمام کتله سیستم در یک نقطه مثلاً نقطه  $B$  قرار داشته باشد، در آن صورت  $m_A = 0$  خواهد بود و می توان نوشت که:

$$X_{cm} = \frac{0 \times X_A + m_B X_B}{0 + m_B} = \frac{m_B X_B}{m_B} = X_B$$

3 - اگر سیستم دارای بیشتر از دو جسم (ذره)، تا  $n$  ذره باشد، در چنین حالت بر اساس رابطه (1) می توان نوشت که:

$$X_{cm} = \frac{m_1 X_1 + m_2 X_2 + m_3 X_3 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots} \quad (2)$$

$$M = m_1 + m_2 + m_3 + \dots$$

$$X_{cm} = \frac{m_1 X_1 + m_2 X_2 + m_3 X_3 + \dots}{M}$$

$$X_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i X_i}{M}$$

رابطه اخیر یک رابطه کلی برای به دست آوردن مرکز ثقل سیستمی از ذرات یا اجسام می باشد. همین طور برای محور  $Y$  نیز به ساده گی می توان به اثبات رسانید که:

$$Y_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i Y_i}{M}$$

## خلاصه فصل ششم



- در مبحث مومنتم خطی و امپولس دو اصل (امپولس - مومنتم) و (تحفظ مومنتم خطی) به نام قوانین یا قاعده‌های اساسی یاد شده‌اند.

- امپولس یا ضربه یک کمیت وکتوری بوده و عبارت از حاصل ضرب قوه در زمان می‌باشد.

$$\vec{I} = \vec{F}_{av} \cdot \Delta t$$

- امپولس با در نظر داشت قانون دوم نیوتن در حقیقت عبارت از  $\Delta P$  می‌باشد، یعنی:

$$\vec{I} = \vec{F}_{av} \cdot \Delta t = \Delta \vec{P}$$

- مومنتم خطی یک جسم با کتله  $m$  و سرعت  $\vec{v}$  عبارت از  $\vec{P} = m\vec{v}$  می‌باشد.

- مومنتم یک کمیت وکتوری و هم جهت با وکتور  $\vec{v}$  می‌باشد.

- در سیستمی متشکل از چندین جسم، مومنتم خطی کل سیستم عبارت از مجموع مومنتم‌های هر یک از اجسام به صورت جداگانه می‌باشد. یعنی:

$$\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_3 + \dots = \sum_{i=1}^n P_i$$

- مومنتم با در نظر داشت قانون دوم نیوتن عبارت از  $\sum \vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$  می‌باشد، یعنی مجموع قوه‌های وارد شده بر جسم مساوی به تغییر مومنتم نظر به زمان می‌باشد.

- تحفظ مومنتم برای یک جسم زمانی برقرار است که مجموع قوه‌های وارد شده بر جسم مساوی به صفر باشد.

- تصادم ارتجاعی، عبارت از تصادمی است که در آن قوانین تحفظ مومنتم و انرژی میخانیکی هر دو صدق می‌نمایند.

- در تصادم ارتجاعی، تفاضل سرعت‌های دو جسم تصادم کننده قبل و بعد از تصادم به یک اندازه ولی در خلاف جهت یکدیگر هستند.

- تصادم غیرارتجاعی عبارت از تصادمی است که در آن قانون تحفظ مومنتم صدق نموده، ولی قانون تحفظ انرژی میخانیکی صدق نمی‌نماید.

- برای به دست آوردن مرکز ثقل سیستمی از اجسام یا ذرات از رابطه‌های زیر استفاده می‌شود.

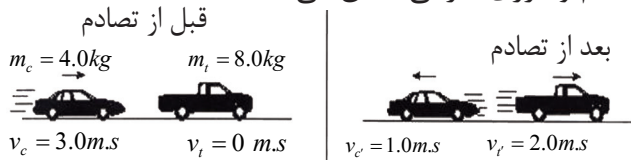
$$Y \text{ محور به } Y_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i Y_i}{M} \Rightarrow \text{ نظر به محور } X \text{ } X_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i X_i}{M} \Rightarrow \text{ نظر به محور } Y$$

## سؤال‌های فصل ششم

- 1 - مومنتم یک جسم عبارت از حاصل ضرب ----- و ----- جسم می‌باشد.
- 2 - با در نظرداشت قانون دوم نیوتن مجموعه قوه‌های وارده بر یک جسم عبارت از نسبت ----- بر ----- می‌باشد.
- 3 - امپولس عبارت از تغییرات ----- است.
- 4 - در تصادم‌های ارتجاعی، تفاضل سرعت‌های دو جسم تصادم کننده قبل و بعد از تصادم با یکدیگر ----- ولی در ----- جهت یکدیگر هستند.
- 5 - کدامیک از گزینه‌های ذیل واحد اندازه‌گیری امپولس می‌باشد.
- (الف)  $N$  (ب)  $N \cdot m$  (ج)  $N/s$  (د)  $N \cdot s$
- 6 - کدامیک از گزینه‌های ذیل مساوی به قوهٔ مجموعی عمل شده بر روی جسم می‌باشد.
- (الف)  $\frac{\Delta P}{\Delta t}$  (ب)  $\frac{w}{\Delta t}$  (ج)  $m \cdot \Delta v$  (د)  $\Delta E$
- 7 - اگر مومنتم دو جسم یک‌سان باشد، در نتیجه انرژی حرکتی با کتله، یکی از رابطه‌های ذیل را دارد.

(الف) مستقیم (ب) معکوس (ج) رابطه‌ی ندارد (د) متناسب با یکدیگر

- 8 - تصویر زیر تصادم بین دو موتورک لابر اتواری را نشان می‌دهد که به ترتیب دارای کتله‌های  $4\text{kg}$  و  $8\text{kg}$  می‌باشند. بعد از تصادم، موتور  $A$  با سرعت  $1\text{m/s}$  به طرف عقب و موتور  $B$  با سرعت  $2\text{m/s}$  به طرف جلو حرکت می‌کند. بر اساس این آگاهی‌ها، کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد مومنتم و انرژی حرکتی صدق می‌کند؟



مومنتم	انرژی حرکتی
تحفظ صورت گرفته	تحفظ صورت گرفته
تحفظ صورت گرفته	تحفظ صورت نگرفته
تحفظ صورت نگرفته	تحفظ صورت گرفته
تحفظ صورت نگرفته	تحفظ صورت نگرفته

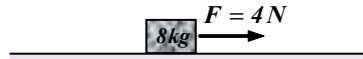
الف:

ب:

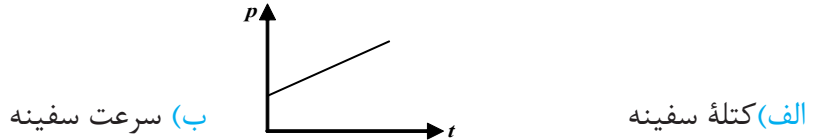
ج:

د:

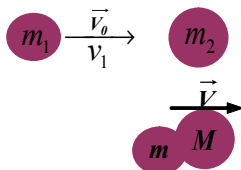
- 9- در شکل زیر اگر قوه اصطکاک در مقابل هر کیلوگرم  $0.25$  نیوتن باشد و جسم از حال سکون به حرکت درآید، پس از چند ثانیه مومنتم آن به  $5 \text{ Kg m/s}$  می‌رسد؟  
 الف) 1.25 ثانیه    ب) 2.5 ثانیه    ج) 1.6 ثانیه    د) 3.2 ثانیه



- 10- محور عمودی (y)، گراف ذیل مومنتم p و محور افقی (x)، زمان t را برای یک سفینه فضایی نشان می‌دهد. کدام یک از گزینه‌های ذیل عبارت از میل خط می‌باشد.



- ج) قوه مجموعی که بر روی سفینه عمل می‌کند    د) کار اجراء شده بر روی سفینه
- 11- جسمی تحت قوه ثابت  $5 \text{ N}$  از حال سکون با شتاب  $1.5 \text{ m/s}^2$  به حرکت در می‌آید، پس از 6 ثانیه مومنتم جسم چند  $\text{Kg m/s}$  می‌شود؟  
 الف) 20    ب) 30    ج) 22.5    د) 45
- 12- چه چیز باید بالای یک جسم تطبیق شود تا سرعت و یا حالت آن را تغییر دهد.  
 13- امپولس قوه را تعریف کنید.  
 14- مومنتم جسمی دارای کتله m را که به سرعت v در حرکت است تعریف کنید.  
 15- قانون تحفظ مومنتم خطی را بیان نمایید.  
 16- شرح دهید که چطور قوانین (امپولس - مومنتم) و (تحفظ مومنتم) قوانین نیوتن را تعقیب می‌کنند.



- 17- در شکل،  $v_1 = 25 \text{ m/s}$  و  $v_0 = 2 \text{ cm/s}$ ،  $m_1 = 5 \text{ gr}$ ،  $m_2 = 10 \text{ gr}$ ،  
 اند. سرعت اولی کتله دومی  $v_2$  و کتله M را حساب کنید.

- 18- به طور فشرده تحفظ مومنتم را در یک تصادم دو جسم که به روی یک خط مستقیم در حرکت اند، شرح دهید.  
 19- یک امپولس  $300 \text{ N}\cdot\text{s}$  بالای جسمی که کتله آن  $2 \text{ kg}$  است وارد می‌شود، تغییر در سرعت این کتله را تعیین کنید.  
 20- جسم دارای کتله  $10 \text{ gr}$  دارای سرعت  $10 \text{ m/s}$  می‌باشد. اگر امپولس  $1000 \text{ dyne}\cdot\text{s}$  بالای این کتله وارد شود، سرعت آخری کتله را حساب کنید.



21 - یک طفل با کتله 21kg بالای یک بایسکل کوچک با کتله 5.9kg سوار و با سرعت 4.5m/s در سمت شمال شرق در حرکت است.

a. مومنتم مجموعی طفل و بایسکل چند است؟

b. مومنتم طفل چقدر است؟

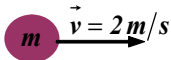
c. مومنتم بایسکل را حساب کنید.

22 - یک توپ فوتبال با کتله 0.5kg با سرعت 15m/s به طرف شمال شوت می‌شود. یک شخص ساکن در زمان 0.02s آن را گرفته و متوقف می‌سازد. کدام قوه از طرف گیرنده بالای توپ وارد شده است؟

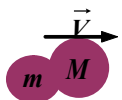
23 - کتله هر توپ کریکت 0.5kg است. اگر توپ سبز رنگ به سرعت 12m/s با توپ آبی رنگ که ساکن است برخورد کند، (فرض می‌کنیم که در طول زمان بازی، توپ‌ها به روی سطح بدون اصطکاک حرکت می‌کنند) سرعت نهایی توپ آبی رنگ را در هر یک از حالات ذیل دریابید.

a. توپ سبز رنگ بعد از برخورد با توپ آبی متوقف می‌شود.

b. توپ سبز بعد از تصادم به حرکتش با سرعت  $v_1' = 5 \frac{m}{s}$  در عین جهت ادامه می‌دهد.



a



a. فرض کنید که کتله  $m$  در شکل (a) یک واگونی است با کتله 600kg و کتله  $M$  واگون دیگری با کتله 900kg باشند. سرعت

برخورد کتله  $m$ ،  $2m/s$  و یا  $(7.2 Km/h)$  می‌باشد. سرعت واگون‌ها را بعد از تصادم آن‌ها که باهم یک‌جا می‌شوند محاسبه کنید. (جواب:  $0.8m/s$ )

b. فرض کنید در شکل (b) کتله  $m$  یک توپ تینس با کتله 20gr و کتله  $M$  کتله یک توپ والیبال با کتله 500gr باشند، اگر سرعت اولی توپ

تینس  $20m/s$  و سرعت نهایی آن بعد از تصادم  $10m/s$  در جهتی که در شکل مشاهده می‌شود باشد. سرعت توپ والیبال را دریافت کنید.

(جواب:  $3m/s$ )

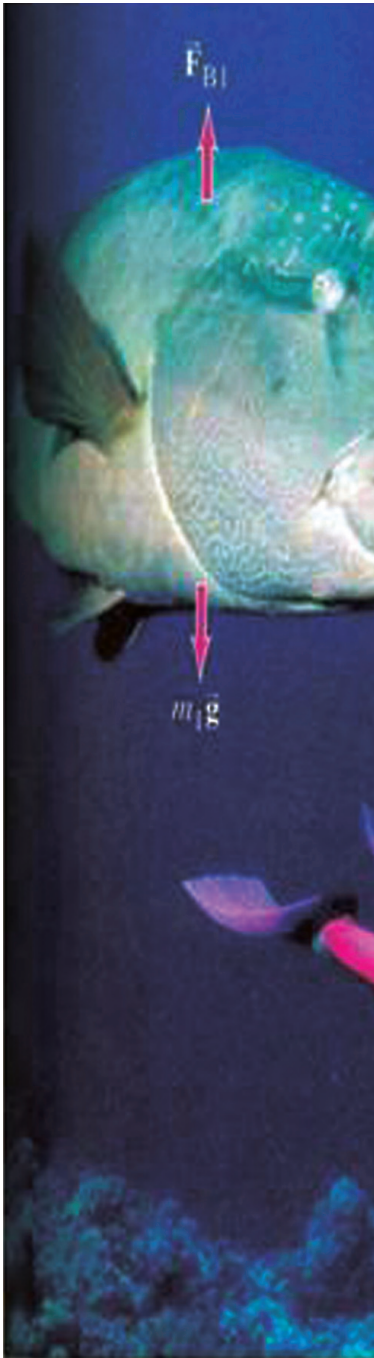
c. در شکل بالا (b) فرض کنید که  $M$  یک سکه 10 گرمی و  $m$  سکه 5 گرمی باشد. در صورتی که

$V_1 = 2m/s$  و  $V_2 = 1m/s$  باشند، قیمت  $v$  را تعیین کنید. (جواب:  $50 \frac{cm}{s}$ )

25 - یک تشله با کتله 0.015kg که به طرف راست با سرعت 22.5cm/s روی سطح بدون اصطکاک لول می‌خورد، با تشله‌یی که با کتله 0.015kg که به طرف چپ با سرعت 18cm/s حرکت می‌کند، یک تصادم ارتجاعی می‌کند. بعد از تصادم، تشله اولی به سرعت 18cm/s در حرکت می‌آید. سرعت تشله دومی را بعد از تصادم دریافت نمایید.

26 - یک موتر با کتله 500kg به سرعت 15m/s به طرف جنوب با لاری 4500kg که در مقابل یک اشاره ترافیکی متوقف است تصادم می‌کند. موتر و لاری با هم چسبیده و بعد از تصادم یک‌جا باهم در حرکت می‌آیند. سرعت نهایی کتله مجموعی موترها را دریابید

## ستاتیک سیال‌ها (سکون نسبی سیال‌ها) Static Fluids



چرا قاعدهٔ بندهای آب را نسبت به قسمت‌های بالایی آن ضخیم‌تر می‌سازند؟

برک مایعی، در مصونیت یک موتر چه اهمیتی دارد؟ این فصل شما را کمک خواهد کرد تا سیال‌ها را در حال سکون و قوه‌هایی را که توسط آن‌ها به وجود می‌آید، بیاموزید. هم‌چنان مفاهیم فشار، قوه‌های صعودی و غیره را با اجرای تجارب و فعالیت‌هایی که می‌تواند مهارت‌های علمی و دانستنی‌های مفید دربارهٔ خواص سیال‌ها به شما آماده بسازد، فراگیرید و در نتیجه شما خواهید توانست به پرسش‌های مطرح شده و به پرسش‌های دیگر پاسخ بدهید و بر اساس مباحثه و مناقشه در این فصل قادر خواهید شد تا:

- سیال را تعریف کرده بتوانید.
- فشار وارده توسط سیال‌ها را توضیح داده بتوانید.
- رابطه بین فشار مایع در یک نقطه، کثافت آن، عمق یک نقطهٔ مایع و شتاب جاذبه‌یی را دریافت کرده بتوانید.
- تحلیل نموده بتوانید که چطور فشار اتموسفر نظر به عمق تغییر می‌کند.
- قانون پاسکال را شرح دهید.
- نشان داده بتوانید که چطور از مونومتر برای اندازه‌گیری فشار سیال‌ها در محفظه‌های بسته استفاده به عمل می‌آید.
- رابطه بین فشار و قوه صعودی سیال‌ها را تشریح کرده بتوانید.
- مسأله‌های ریاضی را با استفاده از قوانین فشار، پاسکال و ارشمیدس حل کرده بتوانید.
- غرق شدن یا شناور بودن یک جسم در سیال را پیشبینی کرده بتوانید.

## 7-1: سیال‌ها

مالیکول‌های اجسام در حالت مایع با قوه‌های ضعیف اتصاق (چسپنده‌گی) با هم بسته هستند. آن‌ها مقید به موقعیت‌های ثابت نبوده، بلکه با لغزیدن روی یک‌دیگر آزادانه از یک موقعیت به موقعیت دیگر تغییر مکان می‌کنند. بنابراین مایعات حجم معینی داشته و می‌توانند روان باشند و شکل ظرفی را که به آن ریختانده می‌شوند به خود بگیرند. هم‌چنان مالیکول‌های مایعات با هم نزدیک بوده و در برابر قوه‌های فشار دهنده مقاوم هستند. چنانکه مایعات در عمل غیر قابل تراکم می‌باشند.

در حالت گاز، ذرات از هم‌دیگر بسیار فاصله داشته و قوه‌های اتصاق یا چسپنده‌گی بین آن‌ها آنقدر کوچک است که قابل صرف نظر می‌باشد. بنابر آن آن‌ها نسبت به مالیکول‌های مایعات بیشتر آزادانه به فاصله‌های دور از هم‌دیگر حرکت کرده می‌توانند و دارای حجم معین و شکل معین نیستند، به هر سو انتشار می‌کنند و به آسانی متراکم می‌شوند. چون هم مایعات و هم گازات با مقاومت کم شان در برابر فشار تغییر شکل می‌دهند و توانایی سیالیت را دارند، به همین سبب است که آن‌ها را به نام سیال‌ها<sup>1</sup> یاد می‌کنند.

## فشار سیال‌ها

چنانکه شما می‌دانید فشار در هر نقطهٔ سیال در ظرف عبارت از مقدار قوهٔ عمودی وارده بالای واحد سطح است که می‌تواند چنین ارایه گردد:

$$\text{فشار} = \frac{\text{قوه}}{\text{سطح}}$$

و یا با ارایهٔ سمبول‌ها:  $P = \frac{F}{A}$  است.

واحد فشار در سیستم اندازه‌گیری SI عبارت از پاسکال (Pa) بوده و مساوی به نیوتن  
مترمربع

$$\frac{N}{m^2}$$

### مثال:

فشار وارده توسط یک کتابی که دارای مساحت  $0.16m^2$  و وزن آن  $8N$  می‌باشد، چند است؟ حساب می‌کنیم.

### حل:

مرحلهٔ (1): معلومات ذیل داده شده‌اند:  $A = 0.16m^2$

$$F = 8N$$

$$P = ?$$

مرحلهٔ (2): معادله فشار را بنویسید.  $P = \frac{F}{A}$

<sup>1</sup> کلمهٔ سیال مفهوم توانایی برای جریان یافتن را می‌رساند و بنابر آن این کلمه هم‌زمان در مایعات و گازات به کار رفته است.

مرحله (3) با وضع نمودن قیمت‌های داده شده مساحت و قوه، قیمت P را حساب کنید.

$$P = \frac{8}{0.16} = 50 \frac{N}{m^2} = 50Pa$$

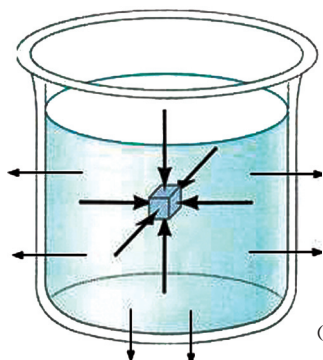
یعنی: (کمک: وزن عبارت از اندازه قوه جاذبه است)،



### سؤال‌ها

1. فشار وارد شده توسط کانتینری که دارای وزن  $6000N$  و مساحت قاعده  $3m^2$  می‌باشد، چند است؟ دریافت نمایید.
2. وزن تخته سنگی را دریابید که دارای مساحت  $12m^2$  بوده  $25Pa$  فشار را بر زمین وارد می‌کند.

## 7-2: اندازه‌گیری فشار مایع



وقتی در یک حوض آب بازی در زیر آب شنا می‌نمایید، فشار آب را در پرده‌های گوش تان احساس کرده می‌توانید. سبب این فشار چیست؟ به ساده‌گی می‌توان گفت که سبب این فشار، وزن آب بالای بدن شما است که شما را به سمت مقابل تیله می‌کند. شکل (7-1) یک جسم غوطه شده در ظرف پر از مایع را نشان می‌دهد.

شکل (7-1) مایع قوه‌ها را بالای جسم و جدارهای ظرف وارد می‌کند. قوه‌ها بالای هر نقطه سطح جسم و جدارهای ظرف به طور عمود وارد می‌گردند.

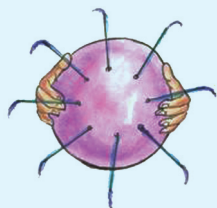


**فعالیت:** آب چگونه بالای اجسام فشار وارد می‌کند؟

**مواد ضروری:** خریده پلاستیکی، سنجاق و آب

### طرز العمل

- 1 - خریده را از آب پر کنید.
- 2 - خریده را به شدت فشار دهید و با عجله آن را از چندین نقطه با سنجاق سوراخ نمایید.
- 3 - مشاهدات تان را یادداشت نمایید.
- 4 - با گروه تان روی مشاهدات یادداشت شده مباحثه کنید.
- 5 - نتیجه‌گیری شما از اجرای این فعالیت چیست؟



شکل (7-2)

شما دیدید که آب از سوراخ‌های سطح خریده در تمام سمت‌ها به طور عمودی فواره می‌کرد. این معنی می‌دهد که فشار در تمام جهت‌ها در هر نقطه سطح عمود است.

چطور مقدار فشار آب نظر به عمق آن فرق می‌کند؟  
پاسخ این پرسش را با اجرا نمودن فعالیت زیر به دست آورده می‌توانید.

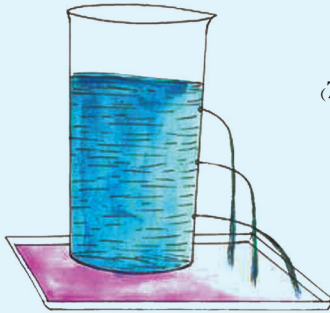


### فعالیت: فشار و عمق

**مواد ضروری:** قطی حلبی دراز، موم یا خمیره سوراخ کن و آب

### طرز العمل

- 1 - یک طرف قطی را مطابق شکل از سه جای آن به طور مساوی سوراخ کنید
  - 2 - سوراخ‌ها را توسط خمیره یا موم بسته کنید.
  - 3 - قطی حلبی را از آب پر کنید.
  - 4 - سوراخ‌ها را باز کنید.
  - 5 - مشاهدات تان را یادداشت کنید.
  - 6 - سؤال‌های ذیل را با گروه تان پاسخ دهید.
- از کدام سوراخ آب تیز تر و به شدت بیشتر فواره می‌کند؟
  - در کدام سوراخ فشار بیشتر است؟



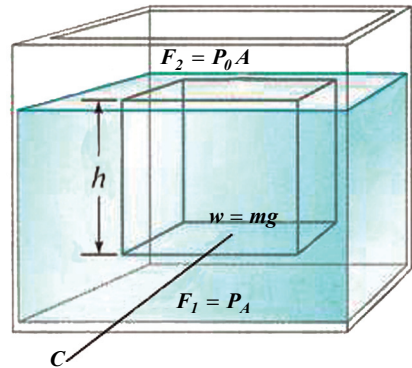
شکل (7-3)

از فعالیت انجام شده می‌توان نتیجه گرفت که فشار آب با زیاد شدن عمق ازدیاد می‌یابد.

### رابطه بین فشار و عمق در یک نقطه معین مایع

یک مایع دارای کثافت  $\rho$  و در حالت سکون را به داخل یک ظرف سر باز مطابق شکل (7-4) در نظر می‌گیریم. هر گاه بخواهیم فشار مایع را در نقطه  $C$  داخل مایع، جایی که بلندی و یا عمق مایع در آن نقطه  $h$  است به دست می‌آوریم.

شکل (7-4)



ظرف پر از مایعی را در نظر بگیرید که یک مکعبی به ارتفاع  $h$  و مساحت قاعده  $A$  در آن غوطه ور باشد. ارتفاع این مکعب نمونه، برابر است به عمق نقطه  $C$  از سطح آب ( $h$ ). بیاید قوه‌های عامل بالای سطوح بالایی و پایینی این مکعب فرضی را مطالعه نماییم. این قوه‌ها سه نوع اند:

- 1 - وزن مکعب نمونه ( $w$ )،  $w = mg = \rho Vg = \rho ghA$
- 2 - قوه صعودی ( $F_1$ ) که توسط فشار مایع به قاعده مکعب وارد می‌شود.  $F_1 = PA$

قوة (F<sub>2</sub>) که توسط فشار اتموسفر بالای سطح بالایی مکعب از بالا به پایین عمل می‌کند. با تطبیق قانون دوم نیوتن بالای این مکعب نمونه (مایع ساکن و در حالت تعادل است):

$$\sum F = 0$$

$$PA - (P_0A + \rho ghA) = 0 \quad \text{بنابراین:}$$

$$P = p_0 + \rho gh \quad \text{از این‌رو:}$$

$$p - p_0 = \rho gh = p_G \quad \text{و یا}$$

P فشار مطلقه بوده و P<sub>G</sub> به نام فشار داخلی سیال نظر به عمق نامیده می‌شود فشار مطلقه P در عمق h در سطح پایینی مایع ظرف سر باز بزرگ‌تر از فشار اتموسفر بوده و مقدار آن (ρgh) می‌باشد. از آن‌چه در رابطه مطالعه نمودیم نتایج ذیل را به دست آورده می‌توانیم:

1 - فشار در هر نقطه داخل مایع، خطی عمل نموده و متناسب به عمق و کثافت مایع می‌باشد.

2 - فشار در تمام نقاط عین عمق مایع یک‌سان می‌باشد.

3 - شکل ظرف بالای فشار تأثیری وارد نمی‌گذارد.

## مثال

یک آب باز، در عمق 400m در تحت بحر به طور افقی شنا می‌کند. هرگاه کثافت آب بحر  $1.025 \times 10^3 \frac{kg}{m^3}$ ،  $P_0 = 1.01 \times 10^5 Pa$  و  $g = 9.8 \frac{m}{sec^2}$  باشد، حساب کنید.

1 - فشار داخلی P<sub>G</sub> را در این عمق.

2 - فشار متوسط را در این عمق.

3 - مجموع قوه‌های وارده بالای جسم شنا کننده توسط آب را در صورتی که مساحت جسم شنا کننده 0.8m<sup>2</sup> باشد.

## حل

- 1

$$P_G = \rho gh$$

$$P_G = 1.025 \times 10^3 \times 9.8 \times 400$$

$$P_G = 4.018 \times 10^6 Pa$$





$$P = P_0 + P_G \quad - 2$$

$$P = 1.01 \times 10^5 Pa + 4.018 \times 10^6 Pa$$

$$P = 4.119 \times 10^6 Pa$$

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = P \times A \quad - 3$$

$$F = 4.119 \times 10^6 \times 0.8$$

$$F = 3.2952 \times 10^6 N$$

### 7-3: فشار اتموسفر

زمین توسط یک قشر نایتروجن، اکسیجن و گازات دیگر احاطه گردیده است که به نام اتموسفر یاد می‌شود. ضخامت قشر اتموسفر از سطح زمین تا طبقه بالای آن کمابیش به 150km می‌رسد. در حدود 80% گازات اتموسفر در ارتفاع 10 کیلومتری سطح زمین موقعیت دارند. فشار در قسمت بالایی اتموسفر به صفر نزدیک می‌شود.

چنانکه می‌دانید فشار در هر نقطه اتموسفر مساوی به وزن ستون هوایی است که طول آن از همان نقطه تا قسمت بالایی اتموسفر بوده و بالای واحد سطح در همان نقطه وارد می‌شود. بنابراین فشار با ازدیاد ارتفاع از سطح زمین، تناقص می‌یابد.

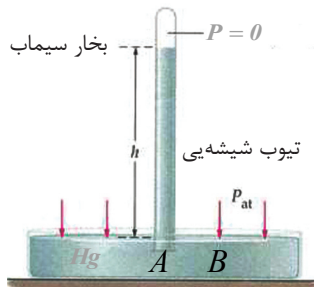
اکنون ببینیم چطور می‌توانیم فشار اتموسفر را اندازه‌گیری کنیم؟ به این منظور ما از بارومتر (فشار سنج) توریچلی (Torricelli) که در سال 1643 میلادی اختراع گردیده استفاده می‌کنیم.

در شکل (7-5)، تیوب شیشه‌یی طولی را به طول تقریباً یک متر و مساحت قاعده  $1 \text{ cm}^2$  می‌بینید که یک انجام آن بسته می‌باشد. وقتی آن را از سیما (Hg) پر نموده و بعد به طور معکوس در یک ظرف پر از سیما قرار دهیم در آن صورت  $P_a = P_b$  است،

پس:  $P_0 = \rho_{Hg} gh$   
در سطح بحر و تحت شرایط معیاری تعجیل جاذبه زمین و حرارت صفر درجه سلسیوس، ارتفاع ستون سیما 76cm بوده و فشار اتموسفر بالای این ستون سیما یک اتموسفر ( $1_{atm}$ ) می‌باشد.

ارتفاع ستون سیما به  $\rho g$  و فشار اتموسفر تعلق دارد.

بنابر این کثافت ( ) با تغییرات حرارت و شتاب جاذبه‌یی زمین (g) با تغییرات ارتفاع از سطح بحر تغییر می‌کند. تمام فشار سنج‌های (barometers) دقیق با ترمومتر و جدول یا چارت‌های معلوماتی دقیق یک جا ساخته می‌شود.



شکل (7-5)



## معلومات اضافی



بعضی موضوعاتی را که لازم است بدانیم: هر قدری که غواص (شنا کننده) در عمق آب بحر فرو می‌رود، فشار بالای بدنش زیاد شدن می‌یابد و فشار زیاد شده تنفس را برای غواص بسیار دشوار می‌سازد و از همین سبب است که غواصان برای رفع این مشکل از تنظیم کننده‌های فشار استفاده می‌کنند.

شکل (6-7): لباس‌های خاص غواصان، فشار خارجی از طرف آب را تا عمق 610m در تعادل نگه می‌دارد و عمل تنفس را آسان می‌سازد.

شکل (6-7)

آیا سمت جاری شدن سیال را تعیین کرده می‌توانید؟ برای پاسخ دادن به این پرسش فعالیت زیر را در عمل تجربه کنید.



## فعالیت

تفاوت فشارها و جریان یافتن سیال

**مواد ضروری:** قطره چکان، پیاله و آب

### طرز العمل



شکل (7-7)

1 - برای هر دو شاگرد یک‌دانه قطره چکان پلاستیکی و یک پیاله کوچک آب بدهید.

2 - از آن‌ها بخواهید تا در باره چگونگی کار قطره چکان یک پارگراف بنویسند.

3 - توضیح بدهید که چرا آب در قطره چکان بالا می‌رود؟ و چرا آب را می‌توان با فشار از قطره چکان خارج ساخت؟

هر دو پرسش بر اساس این حقیقت که سیال‌ها از ساحه فشار بلند به ساحه فشار پایین جریان پیدا می‌کنند، تشریح شود.



## تغییر فشار بالای جسم شما

به جسم شما چه واقع می‌شود وقتی که در فشار اتموسفر تغییر وارد شود؟ هرگاه به یک سفر به نقاط پایین‌تر یا بلندتر بروید، باید خود را با فشار اتموسفر عیار نمایید تا تعادل فشار داخلی و خارجی بدن برقرار گردد. ممکن تجربه کرده باشید که هنگام سفر در مناطق مرتفع و یا پایین‌گوش‌های شما صدا می‌کند و سبب این است که در کیسه‌های فضایی هوای ماحول گوش، تغییرات فشار به وجود آمده و پرده گوش تان را متأثر می‌سازد.


### مثال

a- فشار یک اتموسفر را در صفر درجهٔ سلسیوس و تعجیل معیاری جاذبهٔ زمین در سطح بحر حساب کنید در صورتی که:

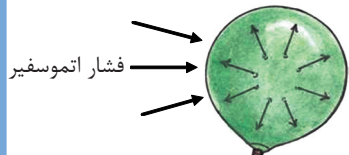
$$\rho_{Hg} = 13595 \frac{kg}{m^3} \quad \left. \begin{array}{l} g = 9.80666 \frac{m}{s^2} \\ h = 76cm = 0.76m \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} \rho_{Hg} = 13595 \frac{kg}{m^3} \text{ باشد و } g = 9.80666 \frac{m}{s^2} \\ P_0 = \rho \cdot g \cdot h \\ P_0 = 13595 \times 9.80666 \times 0.76 \\ P_0 = 101324.372 \frac{kg \cdot m \cdot m}{m^3 \cdot s^2} \\ P_0 = 1.013 \times 10^5 P_a \\ \rho_0 = 1atm \end{array}$$

حل

b- قوه وارده بالای مساحت  $2m^2$  را در سطح بحر حساب نمایید. وزن 20 تن  $\approx 2.026 \times 10^5 N$   $\Rightarrow F = 1.013 \times 10^5 \times 2 = 2.026 \times 10^5 N$  دیده شد که این قوه یک قوهٔ عظیم است.



### سؤال‌های مفهومی




1 - با توجه به شکل بگویید که چرا شما چنین فشار عظیم و کوبنده را احساس کرده نمی‌توانید؟

2 - چرا کابین‌های طیاره باید دارای فشار هوای تنظیم شده باشد؟

3 - چه واقع می‌شود وقتی که با یک نیچه، آب میوه می‌نوشید؟ شرح دهید.

4 - چرا فشار در قاعدهٔ یک حوض عمیق نسبت به فشار در قاعدهٔ یک جهیل بزرگ کم عمق بیشتر است؟



## 7-4: اندازه‌گیری فشار در مایعات محصور شده

برای اندازه‌گیری فشار بالایی مایعات محصور شده می‌توانیم از یک آل که به نام فشارسنج یاد می‌شود استفاده کنیم.

دو نوع فشارسنج وجود دارد. یکی فشارسنج نل U مانند دهن باز که آن را مونومتر U شکل (U shape monometer) و نوع دوم آن را مونومتر بوردن (Bourdon-type) می‌نامند.

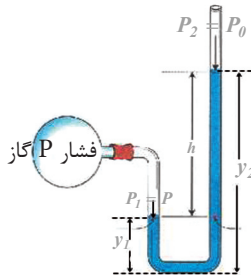
### 1 - مونومتر دهن باز

این نوع مونومتر از یک نل U مانند شیشه‌یی ساخته شده که در داخل آن مایع قرار دارد. یک انجام آن باز و انجام دیگر آن به سیستمی (تانک) که فشار (P) آن را اندازه می‌کنیم، وصل شده است. فشار مایع در قاعدهٔ ستون چپ مساوی است به  $P + \rho g y_1$ ، در حالی که فشار در قاعدهٔ ستون راست مایع،  $P_0 + \rho g y_2$  می‌باشد. عبارت از کثافت مایع مونومتر می‌باشد. از آن جا که در هر دو فشار تعریف شده مربوط می‌شوند به همان نقطه، بنابر آن می‌توان نوشت:

$$P + \rho g y_1 = P_0 + \rho g y_2$$

$$P - P_0 = \rho g (y_2 - y_1)$$

$$P - P_0 = \rho g h$$

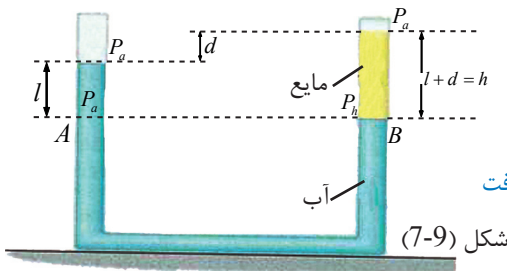


شکل (7-8)

چنان که می‌دانید که  $(P - P_0)$  به نام تفاوت فشار نظر به عمق بوده و این فشار متناسب به فرق ارتفاع ستون‌های مایع می‌باشد.

### مثال

یک نل U مانند شیشه‌یی کمابیش از آب پر شده است، مایع دیگری که با آب مخلوط نگردیده به یک انجام نل علاوه شده تا این مایع در فاصلهٔ d بالای سطح فوقانی آب در ستون دیگر نگهداشته شود.



شکل (7-9)



1 - نسبت بین کثافت مایع و کثافت آب را.

2 - اگر ارتفاع ستون مایع 20cm و d=8cm باشد، کثافت

مایع را پیدا کنید.

## حل

$P_0 + \rho_L g(d+l) = P_0 + \rho_w g l$ ؛ زیرا در عین سطح افقی قرار دارند. بنابراین: بعد از ساده ساختن رابطه بالا

$$\frac{\rho_L g(d+l)}{\rho_w g(d+l)} = \frac{\rho_w g l}{\rho_w g(d+l)} \Rightarrow \frac{\rho_L}{\rho_w} = \frac{l}{l+d}$$

داریم:

$$\frac{\rho_L}{1000} = \frac{12}{20} \Rightarrow \rho_L = 600 \frac{kg}{m^3} \quad \text{2 - چون:}$$

## مثال

یک مونومتر دهن باز به یک تانک گاز وصل گردیده است. سطح سیما در ستون راست مانند شکل (7-10)،  $0.39m$  بلند تر نسبت به سطح ستون طرف چپ مونومتر قرار دارد. هرگاه یک مونومتر، ارتفاع ستون سیما را  $0.75m-Hg$  نشان دهد:

a- فشار مطلق گاز چند است؟ جوابها را به نیوتن بر متر مربع ( $\frac{N}{m^2}$ ) و اتموسفیر ( $atm$ ) ارایه دارید.

b- فشار داخلی گاز نظر به عمق ( $P_G$ ) را محاسبه نمایید.

## حل

a- فشار مطلق گاز ( $P_{gas}$ ) عبارت از فشاری است که به سطح بالایی ستون طرف چپ سیما وارد می شود و این فشار مساوی است به فشار وارده در همان ارتفاع افقی در ستون طرف راست سیما. بنابراین:

$$P_{gas} = P_0 + P_{Hg} = 0.75 + 0.39 = 1.14m - Hg$$

$$1atm = 0.76mHg \Rightarrow m - Hg = \frac{1atm}{0.76}$$

$$P_{gas} = \frac{1.14}{0.76} = 1.5atm \quad \text{بنابراین:}$$

$$P_{gas} = 1.5 \times 1.013 \times 10^5 Pa = 1.5195 \times 10^5 \frac{N}{m^2} \quad \text{و}$$

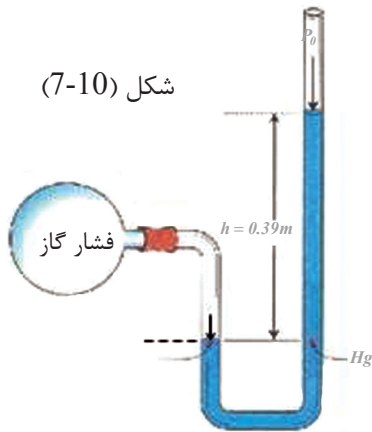
b- فشار داخلی گاز ( $P_G$ ) چنین به دست می آید:

$$P = \frac{0.39}{0.76} = 0.513 = 0.538 \times 10^5 \frac{N}{m^2}$$

$$P_G = \frac{\text{ستون سیما تفاوت فشارها}}{\text{ستون سیما یک اتموسفیر}} \times 1atm \quad (\text{فشار داخلی گاز})$$

$$P_G = \frac{P_{Hg}}{P_{atm}} \times 1atm = \frac{0.39mHg}{0.76mHg} \times 1atm$$

$$P_G = 0.513 \times 1.013 \times 10^5 Pa = 0.519669 \times 10^5 Pa = 5.2 \times 10^4 \frac{N}{m^2}$$

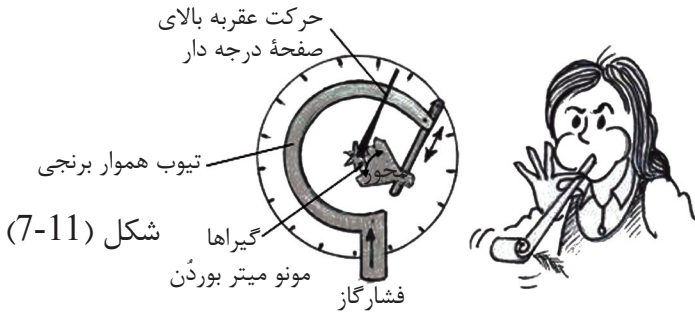


شکل (7-10)

## 2) آله فشار سنج نوع بوردن

از این آله نسبت به مونومتر مایعی (مونومتر U مانند) برای مقاصد مختلف به آسانی و راحتی بیشتر استفاده می کنند. این مونومتر از یک تیوب برنجی هموار ساخته شده که یک انجام آن بسته شده و به شکل دایره‌یی کج شده است. انجام بسته آن توسط یک گیرا و چرخ کوچک دندانه دار به یک عقربه که روی یک صفحه مدرج حرکت می کند وصل گردیده است، شکل (7-11). این مونومتر چگونه کار می کند؟

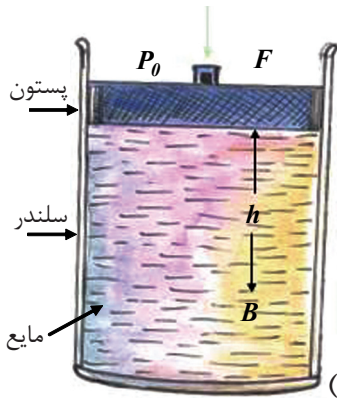
انجام باز تیوب به آله‌یی که فشار در آن اندازه‌گیری می شود وصل گردیده. وقتی که فشار در انجام تیوب هموار وارد می شود، تیوب به آهسته‌گی خود را راست می کند و در نتیجه حرکت انجام باز نل (که با عقربه اتصال دارد)، عقربه حرکت می کند.



شکل (7-11)

## 7-5: انتقال فشار در سیالها (قانون پاسکال)

شکل (7-12) یک سیال را در یک سلندری نشان می دهد که از مایع پر شده و دارای یک پستون می باشد. توسط این پستون می توان فشار داخلی سلندر را تغییر داد. فشار در هر نقطه داخل مایع به طور مثال نقطه (B) توسط معادله  $P = P_0 + \rho gh$  حساب شده می تواند. بیا باید فشار داخلی را به قدر  $\Delta P_0$  زیاد نماییم. در این صورت قیمت P نیز به اساس رابطه بالا تزايد می یابد. این نتیجه توسط پاسکال (BLAISE PASCAL 1623-1662)



شکل (7-12)

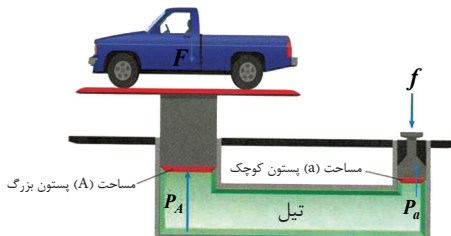
اعلان شد که به نام قاعده پاسکال یاد می شود. فشاری که بالای یک مایع محصور شده تطبیق می شود، بدون این که در مقدار آن کاهش صورت بگیرد، به تمام قسمت‌های مایع و جدارهای ظرف انتقال می نماید.

پاسکال آله مضاعف کننده قوه را اختراع نمود که به نام شکنجه آبی پاسکال یاد شده و موارد تطبیق مهمی در تکنولوژی مودرن دارد.

## شکنجه آبی (Hydraulic press)

شکنجه آبی از دو سلندری ساخته شده که از مایع غلیظ پر گردیده و توسط پستون‌های متحرک سطوح بالایی آن‌ها مسدود شده که در شکل (7-13) نشان داده شده. پستون بزرگ‌تر دارای مساحت (A) و پستون کوچک دارای مساحت (a) می‌باشد. شکنجه آبی چگونه کار می‌کند؟

1 - وقتی شما یک قوه کوچک (f) را بالای پستون کوچک وارد نمایید. فشار وارد شده  $P = \frac{f}{a}$  بالای سطح مایع (تیل) از طریق نل ارتباطی به پستون بزرگ انتقال می‌کند.



شکل (7-13)

2 - چون فشار در سطح هر دو پستون مساوی است. بناءً:  $P = \frac{f}{a} = \frac{F}{A} \Rightarrow F = f \times \frac{A}{a}$

رابطه اخير نشان می‌دهد که شکنجه آبی یک آله مضاعف کننده قوه با فایده میخانیکی خیالی مساوی به  $\frac{A}{a}$  می‌باشد. چوکی‌های سلمانی، چوکی‌های داکتر دندان، جک‌های موتر و برک‌های هایدرولیکی همه آن‌ها وسایلی هستند که با استفاده از قاعده پاسکال ساخته شده‌اند. شما می‌توانید یک فعالیت شگفت آوری را توسط تطبیق قاعده پاسکال اجرا نمایید. فعالیت ذیل را انجام دهید.

### فعالیت: حرکت شگفت آور یک آب بازک (بوتل کوچک) در ظرف آب



**مواد ضروری:** بوتل استوانه‌یی کوچک به طول 8 الی 10 سانتی متر، مرتبان شیشه‌یی طویل و پرده رابری ارتجاعی (قطعه پوقانه قیچی شده)، آب و یک عدد تشله.

### طرز العمل

- 1 - مرتبان را خوب از آب پر کنید.
- 2 - به اندازه‌یی در بوتل کوچک آب بیندازید تا این که در سطح آب قرار گرفته و هنگام فرورفتن در داخل مرتبان در آن شنا کند.
- 3 - تشله را به وسط پرده رابری مطابق شکل بسته نموده و پرده را به لبه فوقانی مرتبان محکم کنید.
- 4 - پرده را از تشله گرفته فشار دهید و بار دوم بالا کش کنید. مشاهدات خود را یادداشت کنید و آن را شرح دهید.



شکل (7-14)

تزیاد فشار هوا در سطح فوقانی مرتبان از طریق مایع انتقال می کند و سبب می شود تا مقدار آب بیشتر در داخل آب بازک شود. قوه صعودی در آن کاهش می یابد و سبب می شود تا بوتل آب بازک در آن شنا کند. با کم شدن دوباره فشار، بوتل، قوه صعودی خود را باز می یابد و به سطح فوقانی بالا می رود.

### مثال

در یک شکنجه آبی اگر پستون کوچک داری قطر 5cm و پستون بزرگ دارای قطر 40cm باشد، کدام وزنه را بالای پستون کوچک باید گذاشت تا موتری را که دارای وزن  $2 \times 10^4 N$  می باشد، بالای پستون بزرگ در توازن نگهدارد؟

$$d = 5\text{cm} \Rightarrow r = \frac{d}{2} = 2.5\text{cm} = 0.025\text{m}$$

$$D = 40\text{cm} \Rightarrow R = 20\text{cm} = 0.2\text{m} \quad a = \pi r^2 = \pi \times (0.025)^2 = 0.000625\pi$$

$$F = 2 \times 10^4 N \quad A = \pi R^2 = \pi \times (0.2)^2 = 0.04\pi$$

$$f = ? \quad F = 2 \times 10^4 N$$

$$\frac{f}{a} = \frac{F}{A} \Rightarrow f = F \times \frac{a}{A}$$

$$f = 2 \times 10^4 \times \frac{0.025 \times 0.025}{0.2 \times 0.2} \Rightarrow f = 312.5 N$$

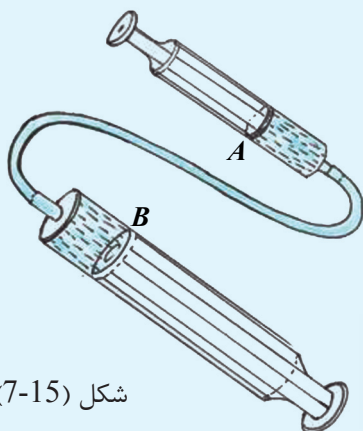
آیا می دانید که شما می توانید یک شکنجه آبی را دیزاین کنید؟



### فعالیت اضافی: ماشین های هیدرولیکی

**مواد ضروری:** سرنج کوچک، سرنج کلان، نل رابری باریک و یک مایع (آب، تیل یا ...)

### طرز العمل



شکل (7-15)

1 - هر دو سرنج را مطابق شکل دیاگرام به هم وصل کنید.

2 - سرنجهای را از مایع پر کنید.

3 - پستون کوچک A را فشار دهید.

4 - مشاهداتتان را ثبت نموده آن را تشریح کنید.

یادداشت: پستون B به اندازه کمی به عقب رانده می شود.

چرا قوه در پستون B بزرگ شده است؟

$$\frac{\text{قوه بالای پستون A}}{\text{مساحت A}} = \frac{\text{قوه بالای پستون B}}{\text{مساحت B}}$$

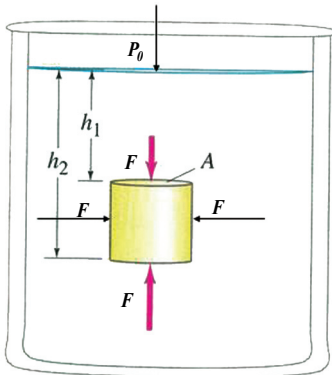
$$\frac{F_A}{A} = \frac{F_B}{B}$$

و یا

## 7-6: قانون ارشمیدس (Archimedes Law)

چرا اجسام در داخل آب سبک تر می‌شوند؟ شما از این پیش دانستید که سیال‌ها بالای اجسام یک قوه صعودی وارد می‌کنند که در نتیجه آن اجسام و یا در سیال غرق می‌شوند. این قوه را به نام قوه شناوری (buoyancy) نامیده‌اند. قوه صعودی شناوری به مقابل وزن جسم (قوه جاذبه زمین) عمل کرده و چون وزن جسم بیشتر از قوه صعودی است. جسم در آب فرو می‌رود. در این حالت جسم سبک تر ظاهر می‌شود و وزن آن به نام وزن ظاهری آن یاد می‌شود. (به خاطر باید داشت که قوه صعودی سبب می‌شود تا اجسام در مایعات غرق شوند یا شنا کنند.) تصور کنید که یک جسم مکعبی شکل، مکمل در یک سیال غرق شده که در شکل (7-16) نشان داده شده است.

سیال قوه‌های عمود را بالای تمام سطوح جسم وارد می‌کند. قوه‌یی که بالای سطح قاعده مکعب وارد می‌شود عبارت است از:  $F_{up} = (P_0 + \rho_f g h_2) A$  = قوه صعودی



شکل (7-16)

قوه‌یی که بالای سطح فوقانی مکعب وارد می‌گردد عبارت است از:  $F_{down} = (P_0 + \rho_f g h_1) A$  = قوه نزولی چون  $h_2 > h_1$  است. لذا  $F_{up} > F_{down}$ ، و قوه منتهجه صعودی برابر با  $F_{up} - F_{down}$  خواهد بود. نتیجه قوه صعودی را به  $F_B$  نمایش داده می‌نویسیم:

$$F_B = \rho_f g (h_2 - h_1) A$$

چون  $(h_2 - h_1)$  ارتفاع جسم است بنابراین:

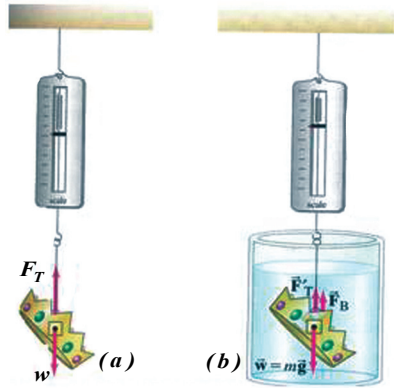
$$\text{حجم جسم} = V = A(h_2 - h_1)$$

پس در صورتی که جسم غرق شود:  $F_B = \rho_f \times V \times g$

در رابطه اخیر  $\rho_f$  و  $V$  به ترتیب کثافت سیال و حجم جسم غرق شده است. نتیجه قوه صعودی (buoyant force) برابر است با وزن مقدار سیال بی جا شده توسط جسم. این حقیقت یکی از قدیمی‌ترین کشف‌ها در فزیک است که در حدود 250 سال قبل از میلاد توسط ارشمیدس (Archimedes) فیلسوف یونانی استنباط گردید.

قاعده ارشمیدس حسب زیر تشریح شده می‌تواند:

هر جسمی که قسماً یا تمام در یک سیال فرو می‌رود، یک قوه صعودی به مقابل آن عمل می‌کند که در نتیجه از وزن آن کاسته می‌شود،



شکل (7-17)

که مقدار این وزن باخته شده، در جسم مساوی است به وزن مقدار آب بی جا شده هم حجم جسم مذکور، یعنی: وزن سیال بی جا شده مساوی است به  $F_B$ .

برای اندازه کردن وزن واقعی جسم ( $W$ )، آن را به طور عمودی از انجام یک ترازوی فنری می‌آویزیم و از روی صفحه مدرج مقابل فنر، وزن واقعی آن را می‌خوانیم. اگر همین جسم آویزان شده را مکمل در یک مایع (سیال) فرو ببریم، دیده می‌شود که از وزن آن به سبب قوه صعودی ارشمیدس کاسته می‌شود. در این حالت:  $T' = W - F_B$

وزن ظاهری جسم ( $W'$ ) عبارت است از:  $W' = W - F_B$

لذا:  $F_B = W - W' =$  وزن سیال بی جا شده

دیگرام نشان می‌دهد که:

$$T = W = \text{وزن واقعی}$$

وزن واقعی

$$T' = W - F_B =$$

وزن ظاهری

### چه وقت جسم شنا می‌کند و یا غرق می‌شود؟

برای دادن جواب به این سؤال بیایید سه حالت ذیل را به بحث بگیریم:

1 - هرگاه قوه صعودی ارشمیدس کم‌تر از وزن واقعی جسم باشد:  $F_B < W$

«جهت قوه منتهجه به طرف پایین بوده و بنابر آن جسم در سیال فرو می‌رود و مکمل غرق می‌شود» یعنی:  $\rho_f \times v \times g < \rho \times v \times g$

$$\rho_f < \rho$$

و یا:

(کثافت سیال کم‌تر از کثافت جسم است.)

2 - هرگاه قوه ارشمیدس مساوی به وزن واقعی جسم باشد:  $F_B = W$



قوة منتجه مساوی به صفر بوده و جسم در حالت تعادل قرار دارد؛ یعنی نه فرو می‌رود و نه صعود می‌کند.

$$\rho_f \times v \times g = \rho \times v \times g \Rightarrow \rho_f = \rho$$

کثافت سیال مساوی به کثافت جسم است (مقدار وزن ظاهری جسم در این حالت چند است؟).

3 - هرگاه قوة صعودی بزرگتر از وزن واقعی جسم باشد و تمام جسم تحت سیال قرار گیرد:

$$F_B > W$$

(جهت قوة منتجه به طرف بالا بوده و جسم را به سمت بالا تيله می‌کند) و در نتیجه، جسم به تدریج به سطح آب بلند رفته و شنا می‌کند تا این که به محل تعادل (قسمتی از آن زیر آب باشد) قرار گیرد و در این حالت وزن سیال بی‌جا شده، مساوی است به وزن جسم.

$$\rho_f \times v \times g > \rho \times v \times g$$

$$\rho_f > \rho$$

کثافت سیال بزرگتر از کثافت جسم است؛ اما وقتی که جسم در سطح مایع شنا می‌کند، قسمتی از آن در تحت مایع قرار داشته و حالت سکون را دارد؛ یعنی در تعادل است.

بنابراین:

$$F_{B'} > W$$

$$V'_f \rho_f g = V \rho_0 g$$

$$\frac{V_f}{V} = \frac{\rho_0}{\rho_f} \quad (V'_f \text{ مساوی به حجم قسمت غرق شده جسم در مایع می‌باشد}).$$

پس، نسبت کثافت‌ها مساوی است به کسر حجم غرق شده جسم.

**مثال:** کثافت یخ  $920 \text{ kg/m}^3$  است در حالی که کثافت آب بحر  $1025 \text{ kg/m}^3$  می‌باشد. کسر توتنه یخ شناور کدام حالت‌های زیر را می‌گیرد.

a: به آب فرو می‌رود؟

b: بیرون از آب می‌ماند؟

**حل:**

$$\text{a- کسر حجم غرق در آب} \quad \frac{V_f}{V} = \frac{\rho}{\rho_f} = \frac{920}{1025}$$

$$= 0.89 = 89\%$$

$$\text{b- کسر حجم بیرون آب} \quad = 100\% - 89\%$$

$$= 11\%$$

برای مشاهده تأثیر کثافت مایع بالای مقدار قوة صعودی ارشمیدس فعالیت ذیل را انجام داده می‌توانید.



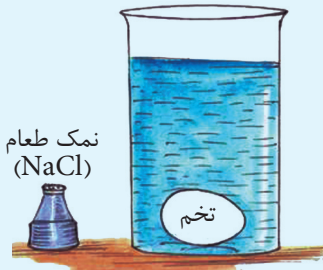
### فعالیت: «شناوری یک تخم»

**مواد ضروری:** (تخم تازه، یک ظرف شیشه‌یی، آب، نمک طعام (NaCl)، قاشق و سیخ شور دهنده).  
**طرز العمل:**

1 - دو ثلث (2/3) ظرف را از آب پر نمایید.

2 - تخم را به آهسته‌گی به داخل ظرف فروربید.

خواهید دید که تخم در آب غرق می‌شود، توضیح کنید که چرا؟



شکل (7-18)

3 - یک قاشق پر چای خوری نمک را در آب انداخته و شور دهید و تخم را مشاهده کنید.

4 - نمک را علاوه کرده بروید تا زمانی که تخم در سر آب آمده قسماً در آب شنا کند.

5 - مقدار قوه صعودی را در هر مرحله با گروپ تان مباحثه کنید.

بدون شک، به نتیجه خواهید رسید که با علاوه کردن نمک، به تدریج کثافت آب نمکی ازدیاد یافته و قوه صعودی نیز به تدریج زیاد شده می‌رود؛ یعنی می‌توان گفت که: قوه صعودی به گونه مستقیم متناسب به کثافت مایع می‌باشد.

### مثال:

یک شخص یک سیت طلا را از مارکیت با جگره زیاد می‌خرد. وقتی که خانه می‌آید طلا را وزن نموده  $7.84N$  می‌شود. در مرحله دوم وزن عین طلا را در آب پیدا می‌کند، ترازو این بار  $6.86N$  را نشان می‌دهد. آیا طلایی را که خریده شده طلای خالص است یا ناخالصی (غش) دارد؟ شرح کنید.

### حل:

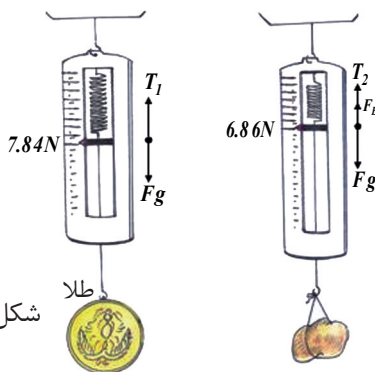
1 - معلوماتی که داده شده‌اند:

$$F_g = 7.84N = \text{وزن طلا}$$

$$6.86N = \text{وزن ظاهری}$$

$$\rho_w = 1.00 \times 10^3 \text{ Kg/m}^3 = \text{کثافت آب}$$

$$\rho_g = ? = \text{کثافت طلا}$$



شکل (7-19)

$$W = mg = 7.84N \quad 2$$

$$\therefore F_B = 7.84 - 6.86 = 0.98 N \quad \text{وزن ظاهری} = F_g - F_B$$

$$F_B = V_0 \rho g$$

$$0.98 = V_0 \times 1.0 \times 10^3 \times 9.8$$

$$V_0 = 1 \times 10^{-4} m^3$$

$$\therefore F_g = w = m_0 g = V_0 \rho_0 g \Rightarrow \rho_0 = \frac{w}{V_0 \cdot g}$$

$$\rho_0 = \frac{7.84}{1 \times 10^{-4} \times 9.8} = 8 \times 10^3 \text{ Kg/m}^3$$

اما کثافت طلا  $19.3 \times 10^3 \text{ Kg/m}^3$  است. پس طلای خریده شده خالص نیست.



### سؤال‌ها:

- 1 - فشار سیال‌ها همیشه موجه است به سمت:
  - a: بالا
  - b: به جوانب
  - c: پائین
  - d: به همه سمت‌ها
- 2 - کدام یک از معادلات ذیل، معادله صحیح قوه منتجه ( $F_{net}$ ) است که بالای جسم غرق شده عمل می‌کند؟
  - a:  $F_{net} = 0$
  - b:  $F_{net} = (\rho_{\text{جسم}} - \rho) g V_{\text{جسم}}$
  - c:  $F_{net} = \rho_f g A (h_2 - h_1)$
  - d:  $F_{net} = (\rho_f + \rho) g V_0$
- 3 - چطور وزن جسم شناور توسط قوه صعودی متأثر می‌شود، توضیح دهید.
- 4 - برای هر جسم فرورفته در آب قوه صعودی ارشمیدس مساوی به چیست؟
- 5 - فولاد نسبت به آب کثافت خیلی بیش‌تر دارد. پس چگونه کشتی‌های فولادی روی آب شنا می‌کنند؟

- 6 - کدام اجسام زیر در یک تیوب پر از سیماب شنا می‌کنند؟
  - a- یک انگشتر جامد طلا
  - b- یک مکعب یخ
  - c- یک پیچ آهنی
  - d- 5ml آب

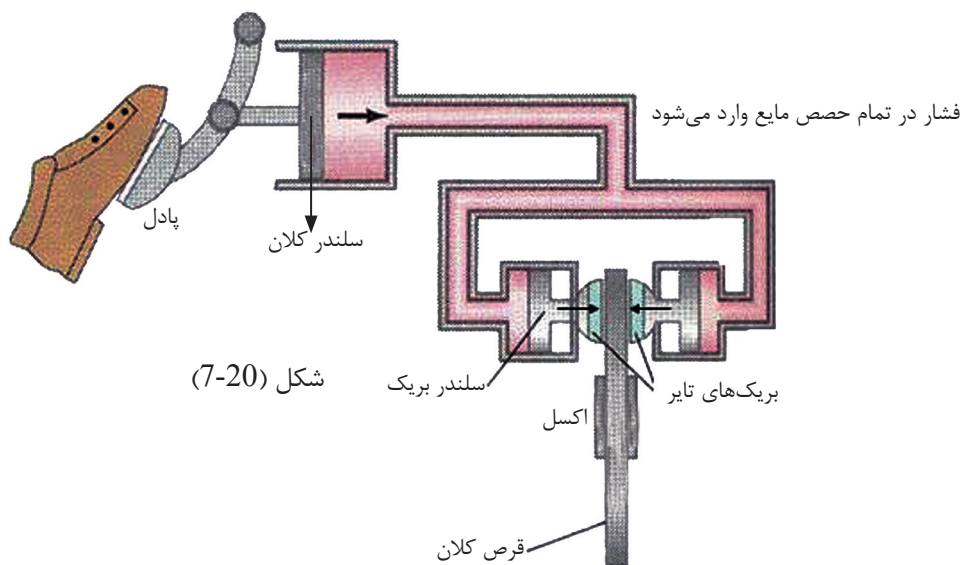
کثافت به $\text{Kg/m}^3$	مواد
$0.917 \times 10^3$	یخ
$7.86 \times 10^3$	آهن
$19.3 \times 10^3$	طلا
$13.6 \times 10^3$	سیماب

## بریک‌های دایره‌ی هایدرولیک

در یک موتور برای تطبیق قوه‌های مساوی به هر یک از چهار تایر و برای زیاد ساختن مقدار قوه بالای بریک از قانون پاسکال استفاده شده است. این کار چگونه صورت می‌گیرد؟

برای ارایه‌ی جواب به مراحل زیر دقت کنید:

- 1 - پای دریور، پستون را فشار می‌دهد تا بالای مایع بریک فشار وارد شود.
- 2 - فشار از طریق مایع به پستون‌ها به دو طرف قرص کلان دایره‌ی که به اکسل موتور محکم شده، انتقال می‌کند.
- 3 - این فشار، پستون‌ها را به قرص می‌چسپاند تا حرکت موتور آهسته شود. فشار در تمام حصص مایع وارد می‌شود.



شکل (7-20)

## خلاصه فصل هفتم



- 1 - سیال عبارت از یک ماده‌یی است که جریان کرده می‌تواند، بنابر این شکل معین ندارد. گازها و مایعات هر دو سیال‌ها اند.
- 2 - فشار عبارت از مقدار قوه وارد بر واحد سطح می‌باشد.
- 3 - فشار با ازدیاد عمق تزايد می‌یابد.
- 4 - وزن اتموسفیر سبب به وجود آمدن فشار می‌گردد که به نام فشار اتموسفیر یاد می‌شود.
- 5 - سیال‌ها از ساحة فشار زیاد به ساحة فشار کم جریان می‌کنند.
- 6 - فشار تطبیق شده در یک سیال محصور شده در هر نقطه سیال و جدارهای ظرف مساویانه انتقال می‌کند (قاعده پاسکال).
- 7 - قوه صعودی عبارت از قوه‌یی است که به سمت بالا توسط سیال بالای یک جسمی که قسماً و یا تمام در سیال غرق شده باشد، عمل می‌کند.
- 8 - قوه صعودی به سبب اختلاف فشار در مایع به وجود می‌آید.
- 9 - قاعده ارشمیدس بیان می‌کند که "قوه صعودی بالای یک جسم مساوی به وزن سیال بی‌جاشده توسط همان جسم است."
- 10 - مقدار قوه صعودی بالای جسم شناور مساوی است به وزن جسم، (سیستم در تعادل است).

## سؤال‌های فصل هفتم

- 1 - مفاهیم و کلمات زیر را به زبان خود تعریف نمایید:  
سیال، فشار اتموسفیر، قوه صعودی ارشمیدس.
- 2 - کدام یک از جمله‌های زیر در باره سیال‌ها صحیح است؟  
a. سیال‌ها به ندرت شکل ظرفی را که در آن قرار دارند، به خود می‌گیرند.  
b. سیال‌ها شامل مایعات و گازات می‌باشند.  
c. سیال‌ها از فشار پایین به فشار بلند جریان پیدا می‌کنند.  
d. سیال‌ها بیش‌ترین فشار را به سمت پایین وارد می‌کنند.
- 3 - چرا شما توسط فشار اتموسفیر شکنجه نمی‌شوید؟

### مسائل:

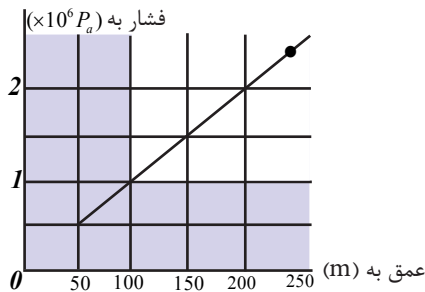
- 4 - فشار قاعده یک حوض آب بازی به عمق 3m چند است؟  
( $P_a = 1.013 \times 10^5$  فشار اتموسفیر)
- 5 - وزن یک پارچه فلز در هوا 50N، در آب 36N و در مایع نا معلوم، 41N می‌باشد.  
کثافت‌های فلز و مایع نا معلوم را دریافت کنید.
- 6 - بسیار کشتی‌ها از پلاستیک و دیگر مواد ترکیبی ساخته شده‌اند که کثافت آن‌ها بیش‌تر از کثافت آب است. چطور چنین کشتی‌ها می‌توانند در آب شنا کنند؟
- 7 - یک بالون رابری خالی دارای کتله  $(0.012)Kg$  می‌باشد. این بالون در  $0C^0$ ، فشار  $1_{atm}$  و کثافت  $0.179 Kg/m^3$  از گاز هلیوم پر شده است. بالون پر شده، شکل کره‌بی داشته و دارای شعاع 0.5m می‌باشد.  
a. مقدار قوه صعودی عامل بالای بالون چند است؟  
b. قوه منتجه عامل بالای بالون را حساب کنید.  
بخاطر داشته باشید که:  
 $g = 9.8 m/s^2$  و  $\rho_{air} = 1.29 Kg/m^3$  می‌باشند.
- 8 - برای پمپ کردن آب به ارتفاع 250m در بلندترین نقطه تعمیر کدام فشار داخلی ( $P_G$ ) ضرورت است تا آب را از قاعده تعمیر به ارتفاع مذکور برساند؟ کثافت آب  $10^3 kg/m^3$  و  $g = 9.8 m/s^2$  می‌باشد.

9 - یک تیوب ساده شیشه‌یی U مانند دارایی سیما ب می‌باشد. به ستون طرف راست تیوب مقدار آب را علاوه کنید تا ارتفاع ستون به 0.68 برسد. سیما ب در ستون چپ از سطح اصلی آن تا کدام ارتفاع بالا خواهد رفت؟

$$\rho_{Hg} = 13600 \text{ Kg/m}^3 \quad \text{و} \quad \rho_w = 1 \times 10^3 \text{ Kg/m}^3$$

10 - شما دیده باشید که قاعده بندها را نسبت به قسمت فوقانی آن ضخیم تر می‌سازند. چرا؟ شرح دهید.

11 - گراف ذیل فشار آب را که توسط یک ساینس دان به عمق‌های مختلف بحر اندازه‌گیری شده نشان می‌دهد. با استفاده از این گراف سؤال‌های ذیل را جواب بدهید:



1 - فشار بالای جسم زمانی که در عمق 100m در آب قرار دارد چند است؟

$1.5 \times 10^6 P_a$  (b)                       $1.0 \times 10^6 P_a$  (a)

$1.1 \times 10^6 P_a$  (d)                       $2.0 \times 10^6 P_a$  (c)

2 - به اساس ارقام ثبت شده در گراف، کدام یک از فشارهای ذیل بهترین تخمین برای فشار در عمق 250m آب در تحت بحر خواهد بود؟

$2.6 \times 10^6 P_a$  (b)                       $1.7 \times 10^6 P_a$  (a)

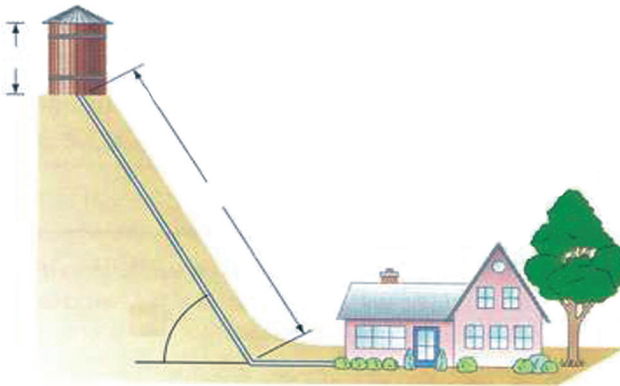
$5.0 \times 10^6 P_a$  (d)                       $2.2 \times 10^6 P_a$  (c)

12 - دو ظرف استوانه‌یی را تصور کنید که دارای عین قاعده به مساحت A بوده و در یک سطح قرار دارند. سلنדרها دارای یک مایع به کثافت ( $\rho$ ) می‌باشند، اما ارتفاع مایع در یک سلنדר ( $h_1$ ) و در سلنדר دومی ( $h_2$ ) می‌باشد. چقدر کار توسط قوه جاذبه انجام شود تا سطوح هر دو سلنדר را در تعادل آورد؛ یعنی دارای همان ارتفاع گردند؟ (البته در صورتی که سلنדרها باهم وصل شوند).

## سیال‌های متحرک

### 8-1: سیال‌های خیالی (ایده آل)

وجه تشابه و یا تفاوت در مایعات و گازات متحرک:



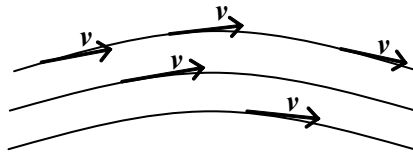
میدانید که سیال‌ها آن حالت مواد را گویند که در حالت مایع و یا حالت گاز باشند. آن‌ها گاهی دارای خصوصیات مشابه بوده و در بعضی از خواص آن‌ها تفاوت‌ها وجود دارند. مایعات در حالت سکون و حرکت تراکم پذیر نیستند؛ یعنی حجم مایع در اثر فشار تغییر می‌کند؛ اما زمانی که گاز در جریان باشد می‌توان آنرا هم غیر قابل تراکم قبول نماییم. هرگاه سرعت حرکت گاز از سرعت صوت کمتر باشد. اثر تغییرات فشار بر حجم گازهای متحرک بسیار کم و قابل صرف نظر می‌باشد. قانونمندی‌ها برای گازهای متحرک برای مایعات متحرک نیز قابل تطبیق بوده؛ ولی هرگاه حرکت ذرات سیال فوق سرعت صوت به طور نمونه انفجارات و یا حالا که غلظت گاز کم و فشار کمتر از (0.7mbar) ملی بار در نل‌های که قطر آن بیشتر از (7mm) ملی متر باشد مطالعه مایعات و گازات تحت قاعده‌های مشترک صورت گرفته نمی‌تواند.

- یک سیال (مایع، گاز) را وقتی خیالی (ایده آل) می‌نامند که قابلیت تراکم و اصطکاک داخلی نداشته باشد.

- مجموعه وکتورهای سرعت (V) به تابع (t) از تمام فضای که مایع از آن می‌گذرد ساحه وکتور سرعت را تشکیل می‌دهد.



در مایعات متحرک خطوط عبور مایع با جهت وکتورهای سرعت ( $V$ ) در هر نقطه مماس اند که این خطوط را (خطوط جریان) می‌نامند.



شکل (8-1)

### تجربه

ذرات را با یک مایع متحرکی که از یک نل عبور می‌کند، مخلوط می‌کنیم طوری که کثافت این ذرات از هم تفاوت بسیار کمی داشته باشند. اکنون حالت جریان مایع را با استفاده از حرکت این ذرات در داخل مایع، به وسیله یک دستگاه عکاسی که بتواند برای وقت‌های بسیار کوتاه عکاسی کند، تحت مطالعه می‌گیریم. در عکس‌ها ذرات مخلوط شده، هر کدام نظر به مقدار سرعت خود، یک خط دراز و یا کوتاه را نمایش می‌دهند که در حقیقت همان خطوط جریان‌ها هستند. هم‌چنان در عکس‌ها دیده می‌شود که هر قدری که مسیر جریان یک مایع کوچک‌تر می‌شود؛ یعنی قطر نلی که مایع از آن عبور می‌کند خوردتر می‌شود، به همان تناسب، خطوط جریان با هم نزدیک واقع می‌شوند و اگر قطر بزرگ‌تر شود، فاصله بین خطوط زیادتر می‌شود. در بسیاری از جریان‌ها، تصویر خطوط جریان در زمان‌های مختلف یک‌سان باقی می‌ماند طوری که هر ذره مایع، نقطه معینی از فضا را با عین سرعت عبور می‌کند. در این جریان‌ها، کمیت و سمت سرعت ذراتی که از مایع عبور می‌کنند، مساوی است و شخصی که مشاهده است، همیشه عین تصویر را از جریان، به چشم خویش می‌بیند که این گونه جریان را جریان مستقر می‌گویند. در این نوع جریان‌ها، هیچ کدام از کمیت‌های جریان مایعات (فشار، سرعت، اصطکاک، مقدار مایع عبوری) تابع وقت نیستند. اگر این کمیت‌ها در یک جریان مایع، با گذشت زمان تغییر کنند، این مایع را مایع غیر مستقر نامند. آن قسمت از مایع که توسط خطوط جریان محدود می‌شود، به نام لوله جریان یاد می‌شود. وکتور سرعت مایع ( $V$ ) که بر خط جریان در هر نقطه مماس است، بر سطح لوله جریان نیز مماس می‌باشد و این سبب می‌شود که ذرات مایع در اثنای حرکت خود، دیوارهای لوله جریان را قطع نکنند.

## 8-2: معادلهٔ متادیت

هرگاه مایعی که تراکم پذیر نیست، کثافت و حجم آن ثابت است. از یک نلی که مقطع‌های  $(A_1, A_2, \dots)$  و متفاوت بوده عبور کند سرعت جریان  $(v_1, v_2, \dots)$  آن تغییر می‌کند طوری که:

حاصل ضرب کمیت‌های  $(A \cdot v)$  در هر مقطع جریان ثابت باقی می‌ماند؛ یعنی:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \dots \quad \text{و یا} \quad A \cdot v = \text{const}$$

رابطه اخیر نتیجه گرفته می‌شود که بزرگی مقطع نل  $(A)$  با سرعت جریان  $(v)$  مایع، نسبت معکوس دارد. هرگاه رابطهٔ اخیر فوق را به شکل ذیل تغییر دهیم.

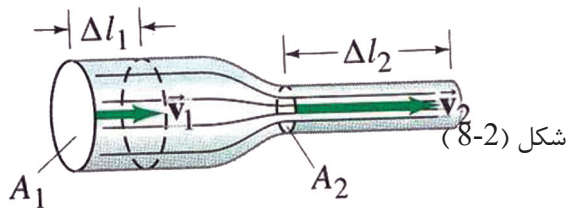
$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{A_2}{A_1}$$

رابطهٔ فوق را به نام معادلهٔ متادیت یا پیوسته‌گی می‌نامند که توسط برنولی عالم ایتالوی به اثبات رسید که چنین بیان می‌دارد.

در یک نلی با مقطع‌های متفاوت سرعت جریان مایع معکوساً متناسب به مقطع نل می‌باشد.

یعنی در مقطع بزرگ، سرعت جریان مایع کم و در مقطع کوچک، سرعت جریان مایع بزرگ است.

قضیهٔ متادیت در جریان مایعات واقعی و هم در گازها وقتی قابل تطبیق است که از قابلیت تراکم شان صرف نظر گردد.



### 8-3: معادله برنولی

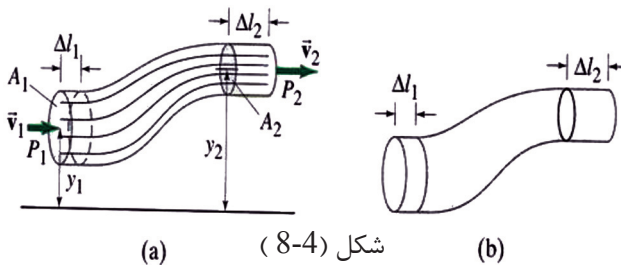
ارتباط سرعت جریان یک مایع با فشار و مقطع را در قضیه پیوسته گی و متمادیت دیدیم. اکنون این رابطه را در قانون برنولی مطالعه می کنیم. در یک سیالی که از اصطکاک در آن صرف نظر شده باشد، با استفاده از قانون تحفظ انرژی، می توان رابطه اساسی را بین کمیت هایی که جریان سیال را مشخص می سازند، به دست آورد.

برای توضیح بیش تر این مطلب یک مایع خیالی را در نظر می گیریم، که به صورت ثابت و یک سان در یک نل جریان دارد. در این مایع یک لوله جریانی را که دارای مقطع کوچک است، مطالعه می کنیم. به شکل (8-4) توجه کنید. اجمالی که مایع در آن جریان دارد، از یک طرف توسط دیوارهای لوله جریانی و از جانب دیگر توسط مقاطع  $A_1$  و  $A_2$ ، که بر خطوط جریان عمود هستند، محدود شده است. در تمام حصه های این نل که از بین آن مایع عبور می کند، فشار وجود دارد. به طور مثال در موقعیت  $A_1$  فشار  $p_1$  و در موقعیت  $A_2$  فشار  $p_2$  عمل می کنند. اگر به اثر جریان مایعی که از عقب می آید مقطع  $A_1$  به موقعیت  $A_2$  به جلو رانده شود، کاری که برای این منظور ضرورت است، طور ذیل افاده می شود.

$$W = F_1 \cdot l_1$$

$$W = P_1 A_1 l_1 = P_1 A_1 v_1 t$$

چون حجم مایع  $A_1 v_1 t = V$  است، پس می توان نوشت: (1) .....  $W = P_1 \cdot V$



شکل (8-4) (a) (b)

اگر مقدار مایعی را که در مقاطع  $A_1$  و  $A_2$  جریان دارد در نظر بگیریم، کار  $W$  باعث ایجاد کارهای قسمی یا کارهای جزئی می شود طوری که:

1 - مقطع  $A_2$  به اثر فشار  $p_2$  به موقعیت  $A_2$  طوری لغزانده می شود، که حجمی که در بین مقاطع  $A_2$  و  $A_1$  قرار دارد، عین همان قیمت  $V$  را دارد که بین مقاطع  $A_1$  و  $A_2$  داشته است و کار مورد ضرورت عبارت از  $W_1$  است:

$$W_1 = F_2 \cdot L_2 = P_2 \cdot A_2 \cdot v_2 \cdot t = P_2 \cdot A_2 \cdot L_2 = P_2 \cdot V \dots\dots (2)$$

2 - مقدار مایع با حجم  $V$  از ارتفاع  $h_1$  به موقعیتی آورده می‌شود که دارای ارتفاع  $h_2$  است. پس کاری که برای این منظور ضرورت است، عبارت است از  $W_2$ :

$$W_2 = mg(h_2 - h_1) \quad m = \rho \cdot V \quad \text{و}$$

$$W_2 = \rho \cdot V \cdot g(h_2 - h_1) \dots\dots(3)$$

3 - آن مقدار مایع که در سطح زیرین قرار دارد، دارای سرعت  $v_1$  و انرژی حرکتی آن:

$$E_{K1} = mv_1^2 / 2$$

چون این مقدار مایع در سطح پایینی فشرده می‌شود، مقدار مایع مساوی به آن در حجم بالایی با سرعت  $v_2$  و انرژی حرکتی  $E_{K2} = mv_2^2 / 2$  نفوذ می‌کند. برای ازدیاد مقدار انرژی حرکتی، کار مورد نیاز عبارت است از:

$$W_3 = \square mv_2^2 + \square mv_1^2 \dots\dots(4)$$

اگر از آن مقدار انرژی، که برای بی تأثیر ساختن اصطکاک بین جدار نل و ذرات مایع، در طول نل ضرورت است صرف نظر شود، قانون برنولی از رابطه  $W = W_1 + W_2 + W_3$  چنین به دست می‌آید:

$$P_1 V = (p_2 V) + (V \rho g h_2 - V \rho g h_1) + (1/2 m v_2^2 - 1/2 m v_1^2)$$

اگر به جای  $m = V \rho$  تعویض شود، و تمام معادله با  $V$  اختصار گردد داریم که:

$$p_1 = p_2 + \rho g h_2 - \rho g h_1 + 1/2 \rho v_2^2 - 1/2 \rho v_1^2$$

ما می‌توانیم افاده فوق را ترتیب و ساده بسازیم، قانون برنولی را در مورد جریان این‌طور به دست آوریم:

$$P_1 + \rho g h_1 + 1/2 \rho v_1^2 = P_2 + \rho g h_2 + 1/2 \rho v_2^2$$

این قانون نه تنها در مورد یک مایعی که در داخل یک نل جریان دارد صدق می‌کند؛ بلکه در مورد آن مایعاتی که به‌طور آزاد و یا هم در مورد ذرات مایعی که به‌صورت رشته‌ها در داخل نل‌ها، پهلوی هم و بدون آن‌که با هم مخلوط شوند جریان داشته باشند، قابلیت تطبیق را دارد.

اگر در یک جریان، ارتفاعات  $h_1$  و  $h_2$  با هم مساوی و یا از هم تفاوت اندکی داشته باشند، اجزای  $\rho g h_1$  و  $\rho g h_2$  در معادله هم‌دیگر را افساء می‌کنند و از تأثیر آن‌ها می‌توان صرف نظر کرد. باید گفت که از افاده ساده اخیر، پیش از همه در گازها استفاده می‌شود، زیرا کثافت گازها پایین است. در رابطه ساده، قانون برنولی این شکل را به‌خود می‌گیرد:

$$P_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = P_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}$$

افاده فوق چنین بیان می‌دارد که فشار در آن نقاط کم‌تر است که در آن‌جا سرعت بیش‌تر باشد. مقاطع  $A_1$  و  $A_2$  به‌طور کیفی انتخاب شده‌اند و می‌توان گفت که در هر مقطع لوله جریان افاده  $(p + \rho gh + \rho v^2/2)$  دارای عین قیمت است. برای این که در معادله فوق دقت بیش‌تر ایجاد شود، مقطع عرضانی  $A$  را به صفر تقرب می‌دهیم، که در این صورت لوله جریان به یک خط جریان تقرب می‌کند و کمیات  $V$ ،  $P$  و  $h$  که در هر دو طرف معادله وجود دارند، می‌توانند طوری تلقی شوند که به دو نقطهء کیفی عین خط جریان تعلق دارند، و در نتیجه نشان می‌دهد که به امتداد هر خط جریان در یک مایع خیالی این شرط صدق می‌کند.

$$\rho v^2/2 + \rho gh + p = ct$$

رابطهء اخیر هم شکل دیگری از معادلهء برنولی است.

ما این معادله را برای یک مایع خیالی به‌دست آوردیم، که برای مایعات حقیقی که اصطکاک داخلی شان بسیار زیاد نیست، هم قابلیت تطبیق را دارد.

### فشار در قاعدهء بند آب

یکی دیگر از مواردی که ما ارتباط سرعت جریان سیال را با فشار و مساحت مقطع مشاهده می‌کنیم، بند آب است.

فرض می‌کنیم که در مقابل یک مایعی که به‌صورت افقی جریان دارد، بندی ایجاد می‌شود. در آن صورت طبیعی است که به اثر فشار اضافی که در کاسهء بند به وجود می‌آید، مایع به حالت سکون در می‌آید. این فشار اضافی تولید شده، به نام فشار بند یاد می‌شود و به  $p_s$

نشان داده می‌شود که عبارت است از:  $p_2 - p_1 = p_s$

این فشار را می‌توان وقتی محاسبه کرد که در معادلهء برنولی  $v_2 = 0$  تعویض شود.

در آن صورت خواهیم داشت که:  $p_s = p_2 - p_1 = 1/2 \rho v_1^2$

قیمت  $(1/2 \rho v^2)$  فشار بند را نشان می‌دهد که می‌توان آن را در یک نقطهء یی که سرعت  $v$  را دارد، به وسیلهء توقف دادن جریان به‌دست آورد. این فشار مشخص کنندهء فشار بند در همهء نقاط دیگر بند می‌باشد. بنابر این در جریانات افقی، قانون برنولی را می‌توان چنین بیان داشت:

در سراسر یک رشتهء جریان افقی، مجموعهء فشار  $p$  و فشار بند  $(1/2 \rho v^2)$  ثابت است. با درک مفهوم فشار بند، حالا می‌توانیم که به صورت عددی حساب کنیم که در گازها متحرک تفاوت‌های فشار تا چه حدی بالامی‌روند.

### مثال:

کثافت هوا عبارت از:  $\rho = 0,125 \text{ kg/m}^3$  بوده و در سرعت‌های بلند  $v = 40 \text{ m/sec}$

$$P_s = 1/2 \rho v^2 = 1/2 \cdot 0,125 \text{ kg/m}^3 \cdot 1600 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 100 \text{ kgm/s}^2/\text{m}^2 = 100 \text{ N/m}^2$$

$$= 100 P_a = 0.001 \text{ bar}$$

در صورتی که سرعت جریان دارای چنین قیمت بلندی باشد. تفاوت فشار صرف یک فیصد فشار نورمال هوا است. تفاوت حجم نیز، به همین تناسب خورد می‌باشد. از همین سبب است که گازها متحرک را تاحدی غیر قابل تراکم قبول می‌کنند.

**مثال:** یک پایپ رابری که در باغچه از آن استفاده می‌شود، دارای قطر  $d_1 = 12,7\text{mm}$  است. در قسمت اخیر این پایپ، یک پارچه وصلیه وجود دارد که قطر داخلی آن تا دهن (سوراخ نهایی) نل  $d_2 = 5\text{mm}$  تنگ شده می‌رود. وقتی که آب در پارچه وصلیه می‌رسد، فشار آن در مقابل محیط اطراف  $1,8\text{bar}$  است. سرعت خروج آب را محاسبه کنید، (در صورتی که از اصطکاک صرف نظر شود). آب به کدام فاصله  $X$  به سطح زمین می‌رسد؟ در صورتی که دهن پایپ با محور افقی به ارتفاع  $y = 1\text{m}$  از سطح زمین واقع شود، (کثافت آب را  $1000\text{kg/m}^3$  در نظر بگیرید).

**حل:** بر اساس قانون برنولی و قانون متمادیت، که بر نقاط آغاز و انجام پایپ (جت) تطبیق می‌شود، داریم که:

$$v_2 A_2 = v_1 A_1$$

$$v_1 = \frac{v_2 A_2}{A_1} = v_2 \left( \frac{\pi r_2^2}{\pi r_1^2} \right)$$

$$p_1 + 1/2 \rho v_1^2 = p_2 + 1/2 \rho v_2^2$$

$$\Rightarrow 1/2 \rho (v_2^2 - v_1^2) = p_1 - p_2 \Rightarrow v_2^2 - v_1^2 = 2/\rho (p_1 - p_2)$$

از جانب دیگر از معادله متمادیت داریم:

$$v_1 = v_2 \left[ \frac{d_2/2}{d_1/2} \right]^2 = v_2 \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^2$$

$$v_1 = v_2 \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^2$$

هر دو طرف را مربع ساخته داریم:  $V_1^2 = V_2^2 (d_2/d_1)^4$

اگر قیمت  $v_1^2$  را که در فوق دریافته ایم در معادله اخیر به جایش تعویض کنیم، داریم که:

$$V_2^2 \left[ 1 - (d_2/d_1)^4 \right] = 2/\rho (p_1 - p_2)$$

$$d_2/d_1 = 5\text{mm}/12,7\text{mm} = 0,394 \quad , \quad 2/\rho = 2\text{m}^3/1000\text{kg} = 0,002\text{m}^3/\text{kg}$$

$$p_1 - p_2 = 1,8\text{bar} = 1,8 \cdot 10^5 \text{N/m}^2$$

با جابه‌جایی این قیمت‌ها در معادلات فوق قیمت  $v_2$  را به دست می‌آوریم:

$$v_2^2 = (0,002\text{m}^3/\text{kg} \cdot 1,8 \cdot 10^5 \text{N/m}^2) / (1 - 0,394^4) = (360\text{m}^2/\text{s}^2) / 0,976 = 368,852\text{m}^2/\text{s}^2$$

$$v_2 = 19,205\text{m/s}$$

از پرتاب افقی می‌دانیم که:

$$X = v_2 \cdot t \quad y = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 = -1\text{m} \Rightarrow t^2 = 2/s \Rightarrow t = \sqrt{2/g}$$

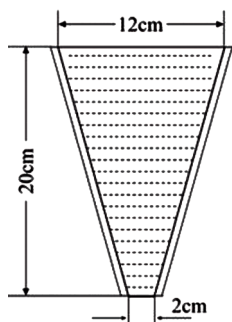
$$t = \sqrt{2\text{m}/9,81\text{m/s}^2} = 0,45\text{s} \Rightarrow x = 19,205\text{m/s} \times 0,45\text{s} = 8,64\text{m}$$



### سؤالها

1 - تفاوت فشار را دریافت کنید، در صورتی که مساحت مقطع بین دو انجام یک نل از  $15\text{cm}^2$  به  $5\text{cm}^2$  تنقیص یابد، و در هر ثانیه 1.8liter بنزین با کثافت  $0,7\text{kg}/\text{dm}^3$  از آن عبور کند.

2 - قطر یک ظرف قیف مانند به ارتفاع 20cm از قیمت بالایی  $d_1 = 12\text{cm}$  به قیمت پایینی  $d_2 = 2\text{cm}$  کم می‌شود. چه مقدار تفاوت فشار بین مقاطع بالایی و پایینی به وجود می‌آید؟ اگر:

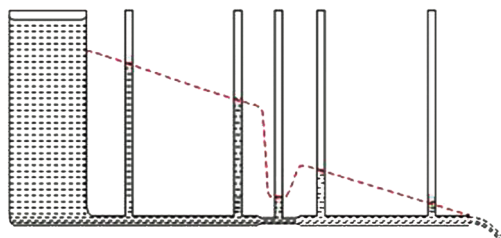


- ظرف به طور کامل با آب ساکن پر باشد.

- در هر ثانیه 0,3 لیتر آب از ظرف عبور کند.

### 8-4: تطبیقات قانون برنولی

در درس کنونی چند مورد استعمال قانون برنولی را مطالعه می‌کنیم، که اولین آن "به وجود آمدن تأثیر چوشش" است.

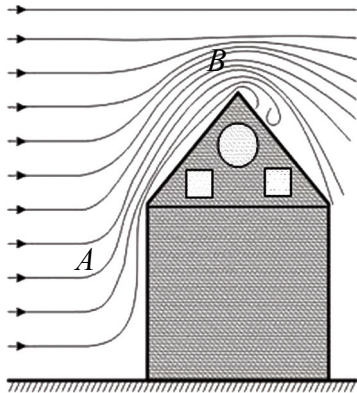


شکل (8-5)

از آخرین افاده که برای قانون برنولی داده شد، چنین نتیجه‌گیری گردید که در همه حالاتی که فشار بلند وجود دارد، سرعت جریان دارای قیمت پایین است و بر عکس با موجودیت فشار پست، سرعت جریان دارای قیمت بلند می‌باشد.

بر اساس قانون متمادیت، سرعت جریان در موقعیت‌های تنگ بزرگ است. در این موقعیت‌ها بر عکس، آنچه اشتباها پذیرفته شده است، یک تناقص فشار موجود است. این گفته را می‌توان در شکل (8-5) قابل دید ساخت. چنانچه اگر با یک نلی که دارای یک محل عبور یا معبر تنگ باشد، چندین نل باریک دیگری را به حیث فشار سنج‌های مایعات تعبیه کنیم، اندازه ارتفاعی که مایع در هر یک از نل‌ها بلند شده است، نمایانگر اندازه فشاری است که در نل‌های مربوط وجود دارد. طوری که دیده می‌شود، در موقعیت‌هایی که نل‌ها باریک هستند، سطح مایع در نل پایین است و در نتیجه می‌توان گفت که در موقعیت‌های مذکور فشار پایین است. این واقعیت، به سؤالی که چرا در بعضی از مایعات اثر چوشش موجود است، جواب می‌دهد.

## این موضوع را با یک مثال دیگر ادامه می‌دهیم:

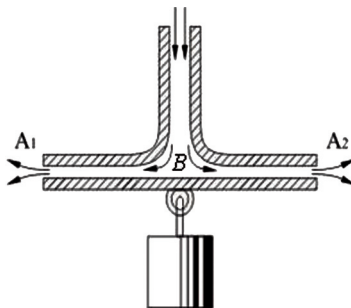


شکل (8-6)

یک طوفان باد، بر یک تعمیر می‌وزد. چنانچه در شکل (8-6) به وضاحت دیده می‌شود، وقتی که کتله‌های هوا در آن قسمت‌هایی از تعمیر که به سطح زمین نزدیک‌تر است می‌وزد، متوقف می‌شوند یا که سرعت شان کم می‌شود؛ یعنی در ساحات موقعیت A قیمت سرعت کم بوده؛ ولی قیمت فشار بلند است. بنابراین کتله‌های هوا مجبور به طرف بالا حرکت نموده و از بام تعمیر عبور می‌کنند. در ساحات موقعیت B در مسیر جریان هوا یک تنقیص مقطع جریان هوا و یک تزايد سرعت جریان به وجود می‌آید که سبب کم شدن فشار می‌گردد و در نتیجه در بالای بام تعمیر یک فشار پایینی بوجود می‌آید.. به همین علت است که در صورت وزش طوفان‌های قوی؛ نه تنها که بام تعمیرها فشرده نمی‌شوند؛ بلکه به طرف بالا پرتاب می‌شوند.

## مثال:

اثر چوشش را با ارایه اثر دیگری که به نام پدیده "پارادوکس هایدرو دینامیک" یاد می‌شود، به بحث می‌گیریم که اثر چوشش را در سیال‌ها، به وضاحت قابل دید می‌سازد. جریان هوا از یک نل بسیار باریک (جت)، عبور نموده و از یک فضای باریکی که در بین دو پلیتی که روی هم قرار دارند، عبور می‌کند. چنانچه در شکل زیر دیده می‌شود، چون در ساحه  $A_1 A_2$  در حاشیه پلیت‌ها فشار هوا وجود دارد، از همین جهت است که فشار در ساحه بسیار باریک (تنگ) در حول سوراخی که هوا داخل ساحه (B) می‌شود و هوا به شدت در آن جریان دارد، نسبت به فشار هوا کم‌تر است. طوری که دیده می‌شود، پلیت پایینی آن چنان که توقع می‌رود، توسط جریان هوا؛ نه تنها که رانده نشده؛ بلکه با یک قوه به طرف پلیت بالایی کش می‌شود که حتی یک وزنه را که به آن آویزان شده است نیز با خود کش می‌کند.



شکل (8-7)



## 8-5: تیوپ وینتوری - اندازه‌گیری سرعت جریان

قانون برنولی، این امکان را به وجود می‌آورد که می‌توان سرعت حرکت مایعات و گازها متحرک را اندازه‌گیری نمود. برای این منظور در اثنای جریان مایعات از بین نل‌ها، به طور عمده از تیوپ وینتوری استفاده می‌شود.

طوری که در شکل زیر دیده می‌شود، این تیوپ از نل باریک (جت) ساخته شده است که در آن، تفاوت فشار بین حصص بسیار عریض و حصص بسیار کم عرض (باریک، تنگ)، توسط یک فشار سنج (مانومتر مایع) اندازه‌گیری شده می‌تواند. بر اساس قانون برنولی، در تیوپ وینتوری این رابطه صدق می‌کند:  $p_1 + 1/2 \rho v_1^2 = p_2 + 1/2 \rho v_2^2$

هم‌چنان بر اساس معادلهٔ متمادیت داریم که:

$$v_2 = v_1 \cdot A_1 / A_2$$

هر گاه نسبت سطوح  $(A_1/A_2)$  را با  $q$  نشان دهیم داریم که:  $v_2 = q \cdot v_1$  و با تعویض این افاده در معادلهٔ برنولی معادلهٔ ذیل به دست می‌آید:

$$p_1 - p_2 = 1/2 \rho v_2^2 - 1/2 \rho v_1^2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2)$$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho \{ (v_1 A_1 / A_2)^2 - v_1^2 \}$$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho \{ (v_1^2 q^2) - v_1^2 \}$$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho \{ v_1^2 (q^2 - 1) \}$$

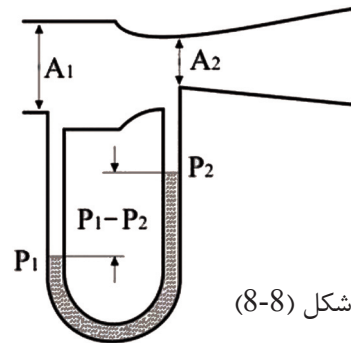
$$= \frac{\rho v_1^2}{2} (q^2 - 1) = P_1 - P_2$$

$$v_1^2 = \frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(q^2 - 1)}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(q^2 - 1)}}$$

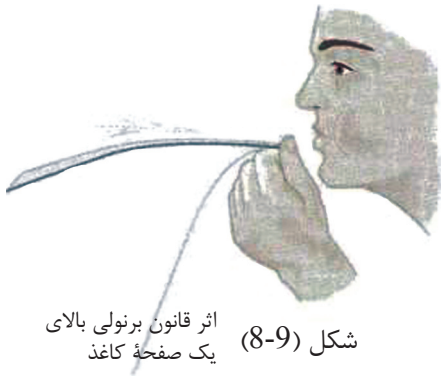
با این قیمت  $v_1$ ، می‌توان هم‌چنان، حجم جریان  $V$  و یا مقدار مایع عبور یافته در یک ثانیه را طور زیر محاسبه کرد:  $V = A_1 \cdot v_1$  در یک ثانیه

$V = A_1 v_1$  (حجم مایعی که در یک ثانیه از مقطع  $A_1$  با سرعت  $v_1$  می‌گذرد)



## اتومایزر (عطرپاش)

در مباحث قبلی به روابط بین فشار و سرعت در سیال‌ها آشنا شدید، و همچنان تفاوت فشار بین دو قسمت جریان یک سیال را در شرایط و حالات طبیعی آموختید. ممکن است آسان‌ترین طریقه نمایش ارتباط سرعت و فشار، پف کردن (دمیدن) به استقامت بالایی یک تریشه کاغذ باشد. اگر شما کاغذ را مطابق شکل (8-9) محکم گرفته و بعد به قسمت سطح بالایی آن پف کنید، کاغذ از حالت آویزان شده اولی به طرف بالا بلند می‌شود، که دلیل آن عبارت از اختلاف سرعت هوا بین قسمت‌های بالایی و تحتانی تریشه کاغذ می‌باشد.

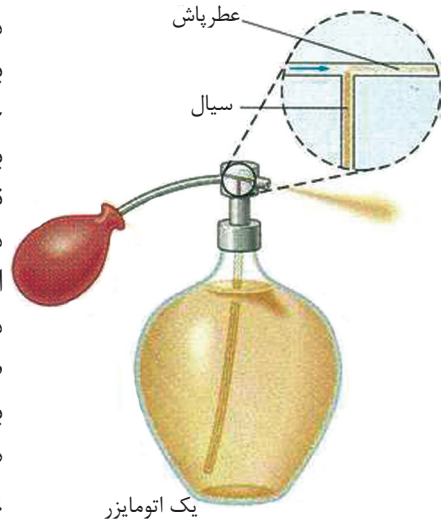


شکل (8-9) اثر قانون برنولی بالای یک صفحه کاغذ

در نتیجه همین قوه محصله بلند کننده مانند لفت عمل نموده و تریشه کاغذ تا سطح افق بلند می‌شود. تأثیرات مشابهی در یک اتومایزر عطر (عطرپاش)، زمانی که عطر را به لباس شما می‌پاشند به مشاهده می‌رسد. وقتی که پوقانه مخزن مطابق شکل (8-10) یک تند باد هوا را پرتاب می‌کند، این تند باد هوا از طریق سوراخ مدخل باریکی که سبب افزایش سرعت هوا می‌گردد، عبور می‌کند.

در نتیجه فشار تقلیل می‌یابد و عطر با فشار متفاوت با سیلان هوا به بالا رانده می‌شود؛ به عبارت دیگر چون فشار هوایی که به سرعت زیاد به استقامت بالای تیوب عمودی اتومایزر عطر، وزیده شده، نسبت به فشار عادی هوایی که بالای سطح مایع داخل ظرف عمل می‌کند کم‌تر است. پس فشار اتموسفیر، عطر را به قسمت فوقانی تیوب که فشار در آن قسمت کم‌تر است تیله می‌کند.

طرز العمل کار یک اتومایزر با استفاده از معادله برنولی توضیح شده می‌تواند. سرعت بالای ستون هوایی که توسط فشار دادن پوقانه به وجود آمده، یک فشار پایین را در قسمت بالایی تیوب عمودی به وجود می‌آورد. این عمل سبب می‌شود که مایع از تیوب بیرون رانده شود و با ستون هوا مانند یک شاور نازک به خارج پاشیده شود.

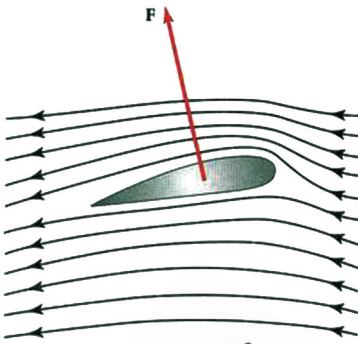


یک اتومایزر

شکل (8-10)

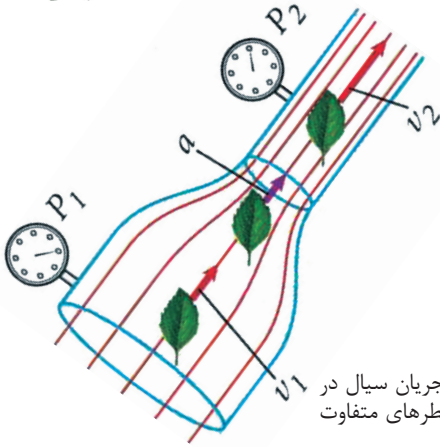
## 8-6: بال‌های طیاره و قوه محرکه بلند کننده (Dynamic Lift)

در بال‌های طیاره‌ها یک قوه بلند کننده عمل می‌کند که سبب می‌شود آن‌ها را در هوا بلند نگهدارد، و این در صورتی واقع می‌شود که طیاره نسبت به هوا به اندازه کافی با سرعت بلند حرکت کند، چنانچه در شکل (8-11) سیل قوی جریان هوا نشان داده شده که به بال طیاره بر خورد نموده و توسط آن به شدت دفع می‌شود. (راکبین طیاره در نظام عطالتی طیاره قرار داشته و مثل این است که روی بال طیاره نشسته‌اند). علت میلان نمودن بال به طرف بالا همانا گول بودن سطح بالایی آن است که سبب می‌شود تا سیل جریان هوای تحت بال طیاره توسط یک قوه به طرف بالا فشرده شود و هوای قسمت بالایی بال متراکم شده و ساحة فشار کم‌تر به وجود آید.



مساحت جریان هوا بین خطوط دو سیلان در هر قسمت با نزدیک شدن خطوط به هم دیگر تقلیل می‌یابد. بنابراین از معادله متمادیت  $(A_1V_1 = A_2V_2)$ ، سرعت هوا در قسمت فوقانی بال که در آنجا خطوط سیلان به هم دیگر نزدیک می‌شوند افزایش می‌یابد.

شکل (8-11) حین بلند رفتن بال طیاره ما در نظام عطالتی بال قرار داریم و جریان هوا را در آن نظاره می‌کنیم.



شکل (8-12) جریان سیال در نلی که دارای قطرهای متفاوت است.

هم‌چنان از قبل به خاطر دارید که به اثر تراکم خطوط سیلان در مقطع باریک پایپ، سرعت هوا در محل فشرده شده، بیشتر بود، که در شکل (8-12) به وضاحت دیده می‌شود. به سبب این که سرعت هوا در قسمت بالایی بال نسبت به قسمت تحتانی آن بیشتر است، بنابراین فشار در قسمت فوقانی بال نسبت به قسمت پایینی آن کم‌تر است (قانون برنولی).

بنابر دلیل فوق، یک قوه محصله به سمت بالا روی بال طیاره عمل می‌کند که به نام قوه محصله بلند کننده (Dynamic Lift) یاد می‌شود.

تجارب نشان می‌دهد که سرعت هوای قسمت فوقانی بال حتی دو چند سرعت هوای تحتانی بال هم شده می‌تواند. (اصطحکاک بین هوا و بال نیز یک قوه کشش به عقب تولید می‌کند که باید قوه انجن‌های طیاره بر آن غالب گردد).

یک بال هموار و یا یک بال با مقطع متناظر تا وقتی که قسمت جلویی آن به طرف بالا انحنا دارد (دارای زاویه انحنای صعودی می‌باشد)، به عمل بالا رفتنش ادامه می‌دهد. شکل (8-11) بال را، حتی زمانی که زاویه انحنای صعودی مساوی به صفر هم باشد نیز در حالت بالا رفتن نشان می‌دهد؛ زیرا سطح گول شده بالایی، هوا را به طرف بالا رانده مسیر آن را انحنا می‌دهد و سبب تراکم خطوط سیلان با هم‌دیگر می‌گردد.

اگر زاویه انحنای صعودی به حد کافی برسد که بتواند خطوط سیلان را به سمت بالا بفشارد تا با هم خیلی نزدیک شوند، در آن صورت طیاره ملاق می‌زند. اگر زاویه انحنای صعودی در حدود  $15^\circ$  باشد، طوفان چرخش (Turbulence) واقع می‌شود.

چنانچه در شکل (8-11) کش بیش‌تر به عقب و صعود کم‌تر بال رخ داده، سبب آن می‌شود که بال از حرکت باز مانده و طیاره سقوط کند. به تحلیل دیگر، انحنای بال به طرف بالا این معنی را می‌دهد که هوایی که به طور افقی در مقابل بال در حرکت است به طرف پایین فشرده شده و سبب تغییر در مومنتم مالیکول‌های هوا که به سمت عقب می‌چرخند گردیده و منتج به تولید قوه صعودی در بال می‌شود (قانون سوم نیوتن).

## 8-7: لزوجیت

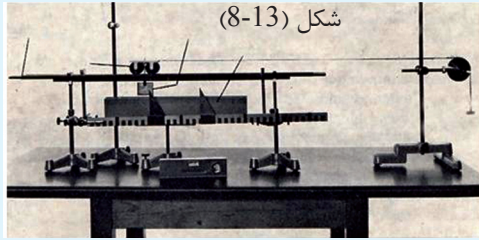
### مفهوم لزوجیت، قوه‌های اصطکاک داخلی (پیدایش و محاسبه):

ما در درس‌های گذشته گفتیم که مایع خیالی (ایده آل) مایعی را گویند که قابلیت تراکم نداشته و فاقد اصطکاک باشد. هم‌چنان اضافه کردیم که مایع خیالی در واقعیت وجود ندارد، زیرا همه سیال‌ها اعم از گازها و مایعات که واقعا وجود دارند دارای اصطکاک هستند و هم تا حدی قابلیت تراکم را می‌داشته باشند. یعنی در واقع مایع خیالی یک افاده مجرد است. وقتی که از اصطکاک در مایعات سخن زده می‌شود، منظور همان اصطکاک داخلی آن‌ها است. این اصطکاک داخلی را به یک نام دیگر هم یاد می‌کنند، که عبارت از لزوجیت (چسپنده‌گی) در مایع و یا در گاز است. هر مایع و گاز حقیقی دارای یک اندازه لزوجیت داخلی می‌باشد و در حالتی تبارز می‌کند که در مایع و یا گاز حرکت ایجاد شود و پس از قطع تأثیر علتی که باعث بروز آن حرکت گردیده است، آهسته آهسته قطع می‌گردد. اصطکاک داخلی نه تنها در اثر تماس سطوح مایع با نل‌ها و ظروف مانند بیرل‌ها و غیره و یا تماس آن‌ها با اشیایی که در داخل مایع در حالت حرکت استند به وجود می‌آید؛ بلکه در داخل خود مایع، وقتی که قشرهایی از مایع که دارای سرعت‌های متفاوت جریان هستند و بر روی هم‌دیگر می‌لغزند، نیز بوجود می‌آید. به همین علت است که بر عکس اجسام جامد که اصطکاک خارجی دارند، این اصطکاک را اصطکاک داخلی می‌گویند. موجودیت اصطکاک داخلی در مایعات را حتی با دست خویش، وقتی احساس می‌کنیم که یک جسم را با دست در بین مایع در حرکت بیاوریم. ما در این حالت یک مقاومت را حس می‌کنیم. که به علت اصطکاک داخلی در مایع بروز می‌کند.



### تجربه:

با این تجربه، ارتباط اصطکاک داخلی را با بزرگی سطح تماس جسم با مایع، با خاصیت‌های مایعی که جریان دارد و با سرعت حرکت مایع، می‌توان تحت مطالعه گرفت.



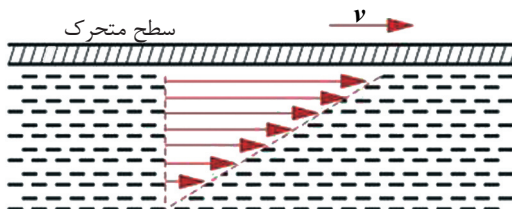
شکل (8-13)

در شکل دیده می‌شود که، یک عراده گگ تجربی را که با آن یک پلیت بسته شده است، در نظر می‌گیریم. این عراده توسط یک وزنه به روی یک خط آهن کش می‌شود. در زیر این خط آهن، یک ظرف کم عرض (تپ) که با تیل مملو شده است قرار دارد،

این ظرف مملو از تیل، تا حدی بطرف بالا کش شده می‌تواند که پلیت به گونه‌یی یا به‌طور کلی در آن غرق می‌گردد. ساختمان تپ طوری است که یک نیمه آن 12mm و نیمه دیگر آن 6mm عرض دارد. در حرکت یک‌نواخت، قوه کششی که توسط وزنه آویزان شده به وجود می‌آید، دارای عین قیمت قوه اصطکاکی است که توسط پلیت به وجود آمده است. اگر وزنه زیاد شود، سرعت زیاد می‌شود و وقتی که پلیت به مایع عمیق‌تر فرو می‌رود سرعت کم می‌شود و هم سرعت زمانی کم می‌شود که پلیت از حصه عریض‌تر به حصه باریک‌تر تپ (ظرف) برسد.

تجربه بالا، آن تئوری را تایید می‌کند، که به موجب آن ارتباط قوه اصطکاک داخلی با کمیت‌های ذیل اشکار می‌گردد:

- 1 - ضریب لزوجیت مایع ( $\eta$ ).
- 2 - بزرگی سطح تماس جسم با مایع.
- 3 - نسبت  $\Delta v / \Delta d$ ، که این نسبت از تناقص سرعت  $\Delta v$  و اندازه ضخامت  $\Delta d$  به دست می‌آید.  $\Delta d$  ضخامت سطحی است که هم‌زمان حرکت می‌کند و مربوط به یک قشر مجاور از مایع است که در پی آن کم شدن سرعت به وقوع می‌پیوندد. آن تعداد ذرات مایع که به طور مستقیم، در جوار سطح قرار دارند، بر اثر دیفوژن (انتشار خودبه‌خودی ذرات اجسام) به سطح می‌چسبند و سرعت خود را می‌گیرند و از قشر بعدی یک کمی عقب می‌مانند. در سطوح تماسی که هموار هستند، سرعت ذرات مایع به اندازه ضخامت مشخص  $d$  از قیمت کامل  $v$  منطماً تا قیمت صفر کم شده می‌رود که در نتیجه، نسبت  $\Delta v / \Delta d$  با کسر  $v/d$  تعویض می‌شود و از این‌جا می‌توانیم فارمول قوه اصطکاک داخلی را طور ذیل بنویسیم:



شکل (8-14)، تنقیص سرعت خطی سطح متحرک را در مایع نشان می‌دهد.

$$R_i = \eta A \Delta v / \Delta d \Rightarrow R_i = \eta \cdot A \cdot v / d$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{R_i d}{A \cdot v}$$

در فارمول یاد شده،  $\eta$  که به نام ضریب لزوجیت یاد می‌شود، برای هر ماده مشخص است و یک ثابت مهم است. این ثابت در مایعاتی که به آسانی جریان می‌کنند مانند: (ایتر، بنزین و هم در آب) دارای قیمت کوچک و در مایعاتی که جریان آسان (سهل) ندارند مانند: (گلیسرین، گریس و قیر) قیمت بزرگ دارد. این ضریب در عین زمان، یک مقیاس اندازه‌گیری برای پیمایش کوهیژیونی است که در بین هریک از مالیکیول‌های مایعات وجود دارد. لزوجیت با بلند رفتن درجهء حرارت، به شدت تناقص می‌یابد و واحد اندازه‌گیری آن در سیستم بین المللی واحدها عبارت است از:

$$[\eta] = [R_i d / Av] = Nm/m^2 \cdot m/s = Ns/m^2 = kg m/s^2 \cdot s/m^2 = kg/ms$$

جدول زیر ضریب لزوجیت بعضی از مواد را در سیستم واحدها (SI) به واحد  $(\frac{kg}{m \cdot s})$  نشان می‌دهد:

1.2...0.1	گریس در حرارت $20^\circ c$	0.000017	هوا در حرارت $20^\circ c$	0.00179	آب در حرارت $0^\circ c$
0.25...0.02	گریس در حرارت $80^\circ c$	0.000018	هوا در حرارت $0^\circ c$	0.00101	آب در حرارت $20^\circ c$
100 تقریباً	قیر در حرارت $20^\circ c$	0.0018	الکول در حرارت $0^\circ c$	0.00055	آب در حرارت $50^\circ c$
		0.0012	الکول در حرارت $0^\circ c$	0.00029	آب در حرارت $100^\circ c$
		1.50	گلیسرین در حرارت $20^\circ c$	0.00024	ایتر در حرارت $20^\circ c$

فارمول‌هایی که برای محاسبهء اصطکاک داخلی و اصطکاک خارجی استفاده می‌شوند، قرار ذیل از هم متفاوت هستند.

$$\text{اصطکاک داخلی} = R_i = \eta A \cdot v / d \quad \text{و} \quad \text{اصطکاک خارجی} = R_o = \mu \cdot F_N$$

اصطکاک خارجی با زیاد شدن قوهء نورمال زیاد می‌شود، که بر اصطکاک داخلی هیچ تأثیری ندارد. برعکس اصطکاک داخلی با کلان شدن مساحت سطح و سرعت زیاد می‌شود، در حالی که اصطکاک خارجی با این دو هیچ نوع ارتباط ندارد.

## اندازه‌گیری ضریب لزوجیت

برای اندازه‌گیری ضریب لزوجیت یک مایع، بیشتر از یک آله‌یی که به نام (ویسکوزیومتر هوپل (Hoepl- Viskosimeter)) یاد می‌شود و در شکل نشان داده شده است، استفاده می‌کنند. زیرا کار کردن با این آله ویا با سایر آلات مشابه که بر اساس عین پرنسیپ‌ها کار می‌کنند، ساده‌گی و دقت لازمی‌را در اندازه‌گیری تأمین می‌کند.



طوری که در شکل دیده می‌شود، در یک نلی که یک خمیده گی ضعیف دارد یک کره به طرف پایین سقوط می‌کند. برای ثابت نگه داشتن درجهٔ حرارت، این دستگاه در یک ظرف پر از آب جابه‌جا شده است که درجهٔ حرارت آن به وسیلهٔ یک ترموستات با قیمت ثابت بازرسی می‌گردد. از محاسبه زمان سقوط، می‌توان لزوجیت را به‌دست آورد. با استفاده از کره‌هایی که قطرهای مختلف دارند، با همین آله، لزوجیت گازها و موادی را به‌دست می‌آورند که دارای لزوجیت بسیار بلند استند.

شکل (8-15)

### مثال

ضریب لزوجیت گریس را محاسبه کنید، در حالی که کثافت آن  $\rho_1 = (0.9 \text{ g/cm}^3)$  و یک کرهٔ المونیمی با کثافت  $(\rho_2 = 2.8 \text{ g/cm}^3)$  و قطر  $3 \text{ mm}$ ، از ارتفاع  $h = 24 \text{ cm}$  را در مدت  $18$  ثانیه به داخل آن سقوط نماید.

### حل

کره در داخل گریس، پس از پیمودن یک فاصله کوتاه، حرکت یکنواخت را به خود می‌گیرد. می‌دانیم که، مقاومت داخلی عبارت است از حاصل تفریق وزن  $W$  و مقدار قوهٔ صعودی (bouncy).

$$\rho_1 V g = \rho_1 A h g$$

$$W = mg = \rho_1 \pi \frac{d}{2} \cdot h \cdot g, \quad F_b = \rho_2 \pi \frac{d}{2} \cdot h \cdot g, \quad R_t = 6 \cdot \pi \cdot r \eta v = 6 \cdot \pi \cdot r \eta h / t$$

$$E_i = W - F_b \quad \text{هم‌چنان داریم که:}$$

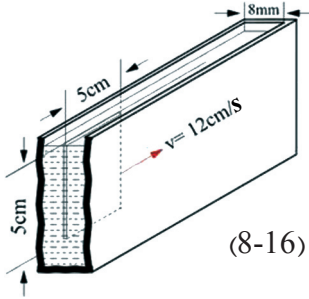
$$\eta = \frac{R_t \cdot t}{6\pi r \cdot h} = \frac{(W - F_b) \cdot t}{6\pi \cdot d/2 \cdot h} = \frac{(\rho_1 \cdot \pi \cdot d/2 \cdot h \cdot g - \rho_2 \cdot \pi \cdot d/2 \cdot h \cdot g) \cdot t}{6\pi \cdot d/2 \cdot h}$$

$$\eta = 7 \text{ g/cms} \quad \text{بعد از وضع قیمت‌ها:}$$





## سؤالها



شکل (8-16)

1 - در یک تپ که با تیل پر شده است، یک پلیت نازک که 8 میلی‌متر عرض و 5.5 سانتی متر مربع مساحت دارد با یک قوه 0.1 نیوتن در جهت طول کشانیده می‌شود. مقدار لزوجیت را محاسبه کنید، در صورتی که، سرعتی که ایجاد می‌شود قیمت 12cm/s را داشته باشد.

2 - در برک یک موتر که در آن 20cm<sup>3</sup> گلیسرین به کار رفته است و ضریب لزوجیت آن  $\eta = 1.5 \text{ Kg/ms}$  است به وسیله یک نل با طول 12.5cm و قطر 2.5mm زیر یک تفاوت فشار متوسط 18.10<sup>6</sup> bar پرس (فشرده) می‌شود. مدت زمانی که برای این عملیه به کار است، محاسبه شود.

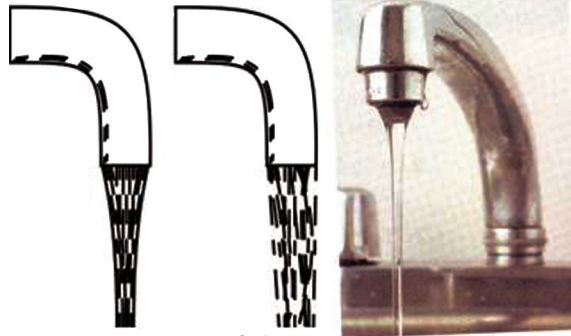
## 8-8: پدیده جریان توفانی

### چگونه‌گی وقوع یک جریان در سرعت‌های مختلف

اصطکاک داخلی، وقتی به وجود می‌آید که قشرهایی از مایع که با سرعت‌های مختلف در جریان هستند، از جوار هم‌دیگر عبور کنند.

این حادثه، قبل از همه در قشرهای هم سرحد بین مایعات و اجسام جامد ظاهر می‌شود. برای غلبه بر این اصطکاک داخلی یا برای برطرف کردن اثرات آن، یک بخش از انرژی که در جریان مایع وجود دارد، به مصرف می‌رسد.

در سرعت‌های کوچک، اصطکاک داخلی هم کوچک است. بناء تغییر فشار و ضیاع انرژی که ناشی از کوچک بودن سرعت است، نیز به حدی کوچک است که آن قشرهایی از مایع که از جوار هم می‌گذرند، پاره پاره نمی‌شوند، بلکه از پهلوی هم طور صاف عبور می‌کنند و جریان را لامینار (laminar) می‌گویند.

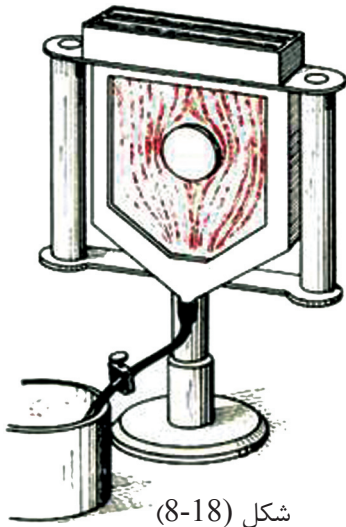


شکل (8-17)

جریان‌های لامینار و توربولینت از شیردهن

اما در حالت سرعت‌های بزرگ که اصطکاک قوی تر است، تصویر جریان به صورت قابل ملاحظه خود را تغییر می‌دهد. در این صورت چرخش آبی (گرداب) بوجود می‌آید، و جریان تولید شده، توربولینت (turbulent) نامیده می‌شود.

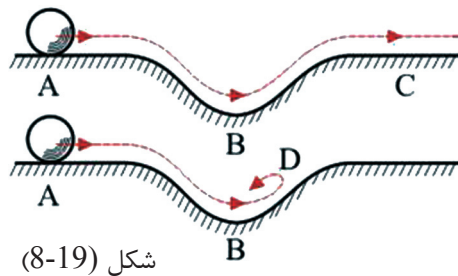




اگر شیر دهن آب را کمی باز کنیم، آب به آرامی و نرمش از شیر دهن خارج می‌شود و اگر شیر دهن را باز هم باز تر کنیم، جریان آب پس از رسیدن به یک سرعت معین شروع به نا آرامی می‌کند و چرخش آبی را تولید می‌کند. در شکل (8-18) هم این پدیده را به خوبی در آله‌یی که به نام "آله‌ روه‌ای جریان" یاد می‌شود، دیده می‌توانید. طرز کار این آله طوری است که: آب بی رنگ شفاف و آب سرخ رنگ، از دو ظرف در یک فضای که در بین دو پلیت شیشه‌یی قرار دارد از طرف بالا از طریق یک تعداد سوراخ‌های باریکی که تعبیه شده‌اند، جریان می‌یابد. جریان آب از سوراخ‌ها طوری صورت می‌گیرد که آب صاف و شفاف از سوراخ‌های اول و سوم و آب سرخ رنگ از سوراخ‌های دوم و چهارم عبور می‌کنند.

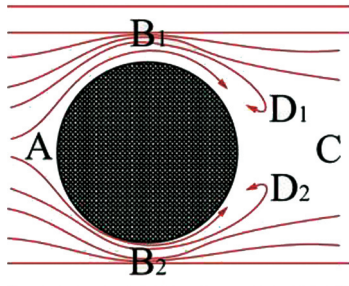
سرعت خروجی جریان هر دو مایع را با یک قیدی که در پایپ‌ها به کار برده می‌شود، می‌توان تنظیم کرد. اگر در ظرف، مانع وجود نداشته باشد، رشته‌های جریان مانند خطوط موازی، سرخ رنگ به نظر می‌آیند. و اگر مانعی هم وجود داشته باشد، اختلاط دو رنگ باز هم به نظر نمی‌رسد. آن چه به نظر می‌رسد عبارت از یک عبور متجانس رشته‌های جریان است که در دو طرف صورت گرفته است. اگر قید را باز کنیم، یعنی سرعت جریان مایع را بلند ببریم، دیده می‌شود که با رسیدن سرعت به یک قیمت معین، به زودی گرد آب یا چرخ آبی ظاهر می‌شود و هر دو رنگ به طور کلی با هم مخلوط می‌شوند.

## پیدایش گرد آب



پیدایش گرد آب را می‌توانیم بسیار به آسانی، با مقایسه به یک عملیة میخانیکی، قابل فهم بسازیم. اگر یک کره در داخل یک بلول در مسیر جریان قرار گیرد، این کره در اثنای لول خوردن، انرژی پوتانسیلی خود را از دست داده و هم‌زمان با آن در سرعتش افزونی به عمل می‌آید. به شکل توجه کنید.

هنگامی که کره، منحنی را رو به بالا می‌پیماید، از سرعتش کاسته می‌شود. قیمت این سرعت، اگر از اصطکاک صرف نظر شود در نقطه C عین همان قیمت را دارد که در شروع در نقطه A داشت. اگر قیمت اصطکاک کم هم باشد، کره یک اندازه رو به بالا می‌رود، ولی قیمت سرعت در نقطه C نسبت به قیمت سرعت در نقطه A کم تر است.



شکل (8-20)

اگر انرژی، به علت اصطکاک بیشتر ضایع شود، انرژی حرکتی که باید که در نقطه B موجود باشد تا کره را بالا برده و آن را به نقطه C برساند، کفایت نکرده و کره تا یک نقطه‌یی مانند D رسیده و سرعت آن در آن نقطه مساوی به صفر می‌شود و ناگزیر برگشت می‌کند. عین مناسبت‌ها در حالتی وجود دارد که، هرگاه یک مایع، به یک مانع برخورد کند. مثلاً اگر یک مایع به یک استوانه برخورد نموده و سطح خارجی آن را عبور کند. شکل (8-20)

دیده می‌شود که در ساحات  $B_1$  و  $B_2$  که ساحات محدود و تنگ هستند، نظر به معادلهٔ متمادیت، قیمت سرعت تزايد نموده و قیمت فشار کم می‌شود. اگر اصطکاک موجود نباشد، قیمت سرعت‌ها و فشار در نقطهٔ C بار دیگر به همان اندازه خواهد بود که در نقطهٔ A بوده است. در اصطکاک‌های کم اولاً تغییرات غیر مهمی به وقوع می‌رسد. مگر وقتی که قیمت سرعت زیاد باشد، اصطکاک داخلی بلند رفته و بالاخره حالتی رخ می‌دهد که ذرات مایع در ساحات  $B_1$  و  $B_2$  دیگر آن انرژی حرکتی کافی را ندارد، تا به مقابل فشار بلند در ساحهٔ C به حرکت ادامه دهند؛ بلکه سرعت آن‌ها کم می‌شود و بالاخره در ساحاتی مانند  $D_1$  و  $D_2$  به صفر تقرب می‌کند و در نتیجه، ذرات مایع برگشت نموده و ناگزیر به عقب جریان پیدا می‌کنند. در هنگام برگشت به دوران می‌پردازند و گرد آبی را تشکیل می‌دهند. یعنی مایعی که پیش از یک مایع لامینار بود، اینک به یک مایع توربولینت تبدیل شده است. گرد آب‌هایی که پشت سرهم به‌طور پی‌درپی از هر دو طرف به وجود می‌آیند، در عقب مانع، یک راه گرد آبی را تشکیل می‌دهند.



## خلاصه فصل هشتم

- وقتی که سرعت حرکت گاز از سرعت صوت کم‌تر باشد، اثر تغییرات فشار بر حجم گازات متحرک به آن حد کم است که می‌توان از آن صرف نظر کرد.
- یک سیال (مایع - گاز) را وقتی خیالی (ایده آل) می‌توان گفت که قابلیت تراکم نداشته و فاقد اصطکاک باشد.
- معادلهٔ متمادیت بیان می‌دارد که، در یک نلی که دارای مقطع‌های متغییر است، سرعت جریان مایع معکوساً به مقطع نل متناسب می‌باشد. یعنی در مقطع بزرگ، سرعت جریان کم و در مقطع کوچک، سرعت جریان زیاد است.
- رابطهٔ  $(\rho v_1^2/2) + P_1 = (\rho v_2^2/2) + P_2$  عبارت از رابطهٔ سادهٔ برنولی بوده و بیان می‌دارد که فشار در آن نقاط که در آن‌جا سرعت بیشتر باشد کم‌تر است.
- رابطهٔ  $\rho v^2/2 + \rho gh + P = ct$  هم، شکل دیگری از معادلهٔ برنولی است که برای یک مایع خیالی به‌دست آمده و برای مایعات حقیقی که اصطکاک داخلی شان زیاد نیست هم قابلیت تطبیق را دارد.
- در جریان‌های افقی، قانون برنولی را می‌توان چنین بیان داشت، که در سراسر یک رشتهٔ جریان افقی، مجموعهٔ فشار  $P$  و فشار بند  $(\frac{1}{2}\rho v^2)$  ثابت است.
- تیوپ و ینتوری از یک نل باریک (جت) ساخته شده است که در آن تفاوت فشار بین حصص بسیار عریض و حصص بسیار کم عرض (باریک، تنگ)، توسط یک فشار سنج (مانومتر مایع) اندازه‌گیری شده می‌تواند، و براساس قانون برنولی رابطهٔ  $(p_1 + 1/2\rho v_1^2 = p_2 + 1/2\rho v_2^2)$  در تیوپ و ینتوری صدق می‌کند.
- در بال‌های طیاره یک قوهٔ بلند کننده عمل می‌کند که سبب می‌شود (در صورتی که به‌اندازهٔ کافی نسبت به هوا با سرعت بلند حرکت کند) آن را در هوا بلند نگه‌دارد.
- لزوجیت و یا چسپنده‌گی مایعات عبارت از همان اصطکاک داخلی آن‌ها است و لزوجیت در حالتی تبارز می‌کند که در مایع و یا گاز حرکت ایجاد شود و پس از قطع تأثیر علتی که باعث بروز آن حرکت شده، آهسته آهسته قطع می‌گردد.
- فورمول اصطکاک داخلی  $(R_i = \eta \cdot A \cdot v/d)$  بوده،  $\eta$  در آن به‌نام ضریب لزوجیت یاد می‌شود که یک ثابت مهم بوده و برای هر ماده مشخص است.

- از الة و اسکوزی متر هویپل برای اندازه گیری ضریب لزوجیت یک مایع استفاده می کنند.
- اگر یک کره در داخل یک بلول در مسیر جریان قرار گیرد، این کره در اثنای لول خوردن، انرژی پوتانسیلی خود را از دست داده و به سرعتش افزوده می شود. با بلند رفتن سرعت، اصطکاک داخلی بلند می رود و بالآخره حالتی رخ می دهد که ذرات مایع انرژی حرکی کافی را از دست داده و دیگر به مقابل فشار بلند به حرکت شان ادامه نمی توانند و سرعت آن ها به صفر تقرب می کند که در نتیجه ذرات برگشت نموده و به عقب جریان پیدامی کنند، و حین برگشت به دوران می پردازند و گردابی را تشکیل می دهند که می گویند دیگر مایع مذکور به یک مایع توربولینت تبدیل شده است.

## سؤال های فصل هشتم

- 1 - یک سیال (مایع - گاز) را تعریف کنید.
- 2 - معادله متمادیت یا پیوسته گی چی چیز را بیان می دارد؟
- 3 - رابطه  $A_1 V_1 = A_2 V_2$  برای هر یک از مقطع های .....، ..... و ..... قابل تطبیق است.
- 4 - اگر مایعات و گازها با سرعت های کم تر از سرعت صوت حرکت نمایند، ..... گفته می شوند.
- 5 - معادله عمومی برنولی برای یک مایع خیالی عبارت از ..... می باشد.
- 6 - فشار  $P_s = P_2 - P_1 = \frac{1}{2} \rho V^2$  به نام فشار ..... یاد می شود.
- 7 - براساس قانون ..... در تیوب وینتوری رابطه ..... صدق می کند.
- 8 - واحد اندازه گیری لزوجیت در سیستم بین المللی واحدها را از رابطه  $[R_i d / A_v] = [\eta]$  حاصل نمایید.
- 9 - آیا مقدار زیاد فشار همیشه توسط قوه بزرگ به وجود می آید؟ جواب خود را توضیح دهید.
- 10 - وقتی از طریق یک نیچه آب می نوشید، با تخلیه هوا فشار را در دهن خود تقلیل می دهید و مایع به حرکت می آید و به دهن شما داخل می شود. آیا می توانید به این منظور در مهتاب هم از نیچه برای نوشیدن آب استفاده کنید؟ چرا؟ توضیح دهید.
- 11 - کدام یک از معادلات ذیل رابطه بین سرعت آب در نقطه A ( $V_A$ ) و سرعت آب در نقطه B ( $V_B$ ) را توضیح می دهد؟
 
$$1/2 d_A V_A^2 = 1/2 d_B V_B^2 \quad \text{د} \quad d_A d_B = V_A V_B \quad \text{ج} \quad d_A^2 V_A = d_B^2 V_B \quad \text{ب} \quad d_A V_A = d_B V_B \quad \text{الف}$$
- 12 - اگر مساحت مقطع نل در نقطه A،  $2.5 \text{ cm}^2$  و مساحت مقطع در نقطه B،  $5 \text{ cm}^2$  باشد، جریان آب در نقطه A چند مرتبه سریع تر نسبت به نقطه B است؟
- 13 - در یک نل افقی آب به سرعت  $(1 \frac{m}{s})$  جریان دارد. هرگاه شعاع این نل به اندازه  $(\frac{1}{4})$  آن کوچک گردد سرعت جریان آب را در قسمت باریک نل به دست می آورید.
- 14 - قطر سوراخ شیردهن یک نل 2cm بوده و در هر ثانیه مقدار  $2.5 \times 10^{-2} \text{ m}^3$  آب از آن خارج می شود. سرعتی را که در آن آب از نل خارج می شود دریابید.

## منابعی که از آن استفاده شده:

1. PHYSICS (PRINCIPLES WITH APPLICATIONS), by Douglas C. Gain coli, Published by Pearson Education Inc, 2005.
2. PHYSICS by James S. Walker, Pearson Education Inc. USA, New Jersey, 2004.
3. PHYSICS by R.A. Serwey and J.S. Faughn, 2006 by Holt, Rinehart and Winston.
4. PHYSICS, A Text book, published by Surat Publishing Company, printed in TURKEY, 1996.
5. Fundamentals of Physics, published by University of the Philippines, College of Education, Manila, 1976.
6. الفيزياء (للمرحلة الثانوية / الفرع العلمي)، و وزارة التربية و التعليم، ادارة المناهج والكتب المدرسية، الكتاب في مدارس المملكة الاردنية الهاشمية، 2005م.
7. فزيك (2) و آزمایشگاه، سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی وزارت آموزش و پرورش، شرکت چاپ و نشر کتابهای درسی ایران، سال طبع 1385.
8. فزيك (3) و آزمایشگاه سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی وزارت آموزش و پرورش، شرکت چاپ و نشر کتابهای درسی ایران، سال طبع 1385 هـ. ش